

GeoGebra เพื่อชีวิตที่ดีกว่าสำหรับชาวคณิตศาสตร์

(for CompTools Math 560)

ศุภณัฐ ชัยดี

Graduate School of Advanced Mathematical Sciences
Meiji University, Tokyo, Japan

เล่าโดยสรุป

โปรแกรม GeoGebra (ของฟรี ของดี มีอยู่จริง) เป็นโปรแกรมช่วยงานทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะด้านเรขาคณิตทั้ง 2 มิติ และ 3 มิติ ซึ่งมีประสิทธิภาพสูง ข้อดีที่สำคัญคือ เราสามารถนำข้อมูลเชิงเรขาคณิต (เช่นข้อมูลเกี่ยวกับ Coordinate) ไปใช้ต่อได้ในโปรแกรมอื่น เช่น Mathematica (แต่อาจจะต้องมีการแปลงข้อมูลบ้าง) นอกจากนี้ ยังสามารถ Export วัตถุใน 2 มิติออกเป็น LaTeX ได้ผ่าน package ‘TikZ’ และบันทึกรูปภาพเป็นไฟล์ประเภทต่างๆ ได้ด้วย ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้ โดยที่ไฟล์รูปภาพไม่แตก

เนื่องจากประเด็นในคาบเรียน CompTools 560 คือ “*LaTeX ขั้นสูง การอ้างอิง การใส่รูป เครื่องมือเด็ด ๆ*” ในเอกสารฉบับนี้ (และการแนะนำในคาบ CompTools 560) จะเน้นการนำ GeoGebra ไปใช้งานเกี่ยวกับ LaTeX เป็นหลัก และแนะนำเครื่องมือไว้เพื่อนำไปใช้ในการวิจัย โดยหลักๆ เอกสารนี้ จะแบ่งออกเป็นส่วนต่างๆ ดังนี้

1. ภาพรวมของโปรแกรม
 - a. หน้าต่างโปรแกรม และการสร้างความคุ้นเคย
 - b. การใช้งานสองมิติพื้นฐาน (Obvious)
 - c. การใช้งานในระบบพิกัดสามมิติ
 - d. Construction Protocol
 - e. Spreadsheet ใน GeoGebra
2. การนำข้อมูลใน GeoGebra ออกไปใช้งานอื่นๆ
 - a. GeoGebra กับ LaTeX
 - b. การ Export รูปภาพออกจาก GeoGebra

หมายเหตุ

1. เนื่องจากผู้เขียนใช้ Mac เป็นหลัก ดังนั้นบรรดา interface ต่างๆ ก็จะเป็นรูปแบบ Mac ซึ่งคิดว่าใน Windows คงทำได้ในทำนองคล้ายกัน
2. โปรแกรม GeoGebra ที่ใช้ในคู่มือนี้เป็นโปรแกรมเวอร์ชัน 5.0 ซึ่งสนับสนุนการใช้งานระบบสามมิติ (รุ่นต่ำกว่านั้นไม่สามารถทำได้)
3. คู่มือนี้เป็นเพียง Guideline สำหรับการนำไปใช้งาน การใช้งานอย่างละเอียดต้องลองลงมือปฏิบัติดู

CHAPTER 1

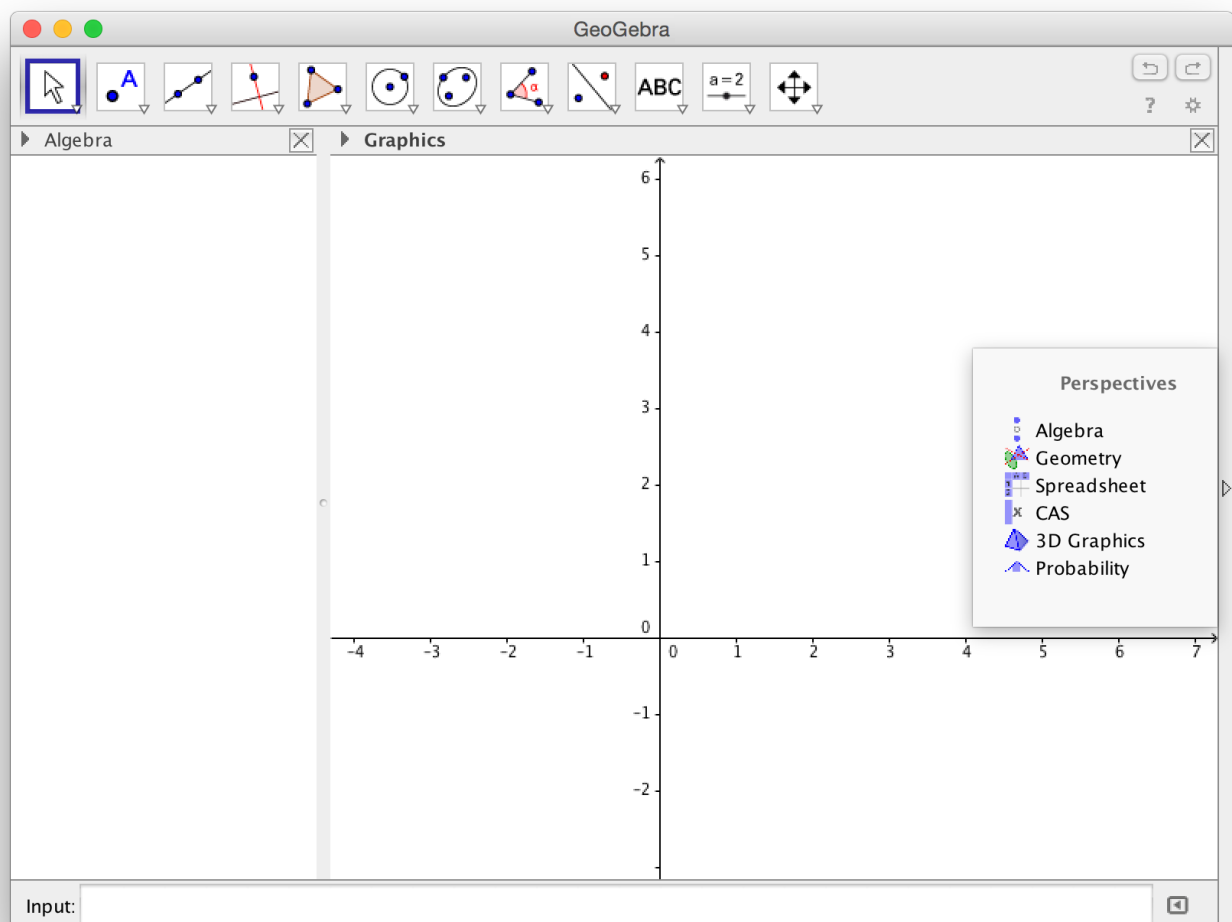
Survey of GeoGebra

1. สร้างความคุ้นเคยกับโปรแกรม

เมื่อเปิดโปรแกรมขึ้นมาใหม่ๆ เราจะพบหน้าต่างแถบ Toolbox ซึ่งเป็นสองมิติ ดังภาพ

GeoGebra 5 File Edit View Options Tools Window Help GeoGebraTube

Menu bar ในระบบ Mac ซึ่งหากเป็น Windows มันจะผูกติดมาพร้อมกับโปรแกรมเลย

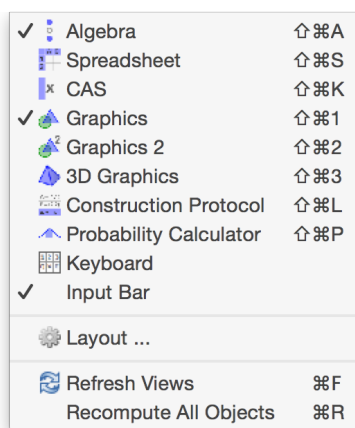


หน้าต่างโปรแกรม GeoGebra 5.0 เมื่อเปิดขึ้นมาใหม่

จะเห็นว่า ในโปรแกรมจะมีหน้าต่างย่อย Perspectives ให้เราเลือกในมุมมองที่แตกต่างกัน ซึ่งโปรแกรมนี้จะมีโหมดหลักๆ อยู่ 6 โหมด ดังนี้ (ในคู่มือนี้ ถ้าคลิกที่ Icon จะ link ไปยังคู่มือที่ GeoGebra จัดให้)



หน้าแรกหลังจากเปิดโปรแกรมขึ้นมา จะปรากฏมุมมอง Algebra View มาพร้อมกับ Graphics View ซึ่งเราสามารถเลือกมุมมองหน้าต่างอื่นในภายหลังได้จาก Menu Bar ที่ View ดังภาพ



โหมดหลังจากกด View จะปรากฏให้เลือกมุมมอง ข้อสังเกตคือ เราสามารถเลือกเปิดหน้าต่าง Graphics ได้พร้อมกันถึงสองหน้าต่าง

2. พื้นฐานของ 2D Graphics

จากรูปภาพของโปรแกรมในหน้าที่ 2 จะเห็นว่าที่ Toolbar สำหรับ Graphics 2 มิติ มีเครื่องมือให้เลือกมากมาย ซึ่งในที่นี้จะรวบรวมข้อมูล มาจากคู่มือของโปรแกรมมีมาให้แล้ว (กด Link ในคู่มือนี้เพื่อไปยังหน้าของคู่มือของโปรแกรมได้)



เมนูต่อไปนี้จะเรียงจากซ้ายไปขวา

Movement Tools

- Move Tool
- Move around Point Tool

- Vector from Point Tool

Point Tools

- Point Tool
- Point on Object Tool
- Attach / Detach Point Tool
- Intersect Tool
- Midpoint or Center Tool
- Complex Number Tool

Special Line Tools

- Perpendicular Line Tool
- Parallel Line Tool
- Perpendicular Bisector Tool
- Angle Bisector Tool
- Tangents Tool
- Polar or Diameter Line Tool
- Best Fit Line Tool
- Locus Tool

Line Tools

- Line Tool
- Segment Tool
- Segment with Given Length Tool
- Ray Tool
- Polyline Tool
- Vector Tool

Polygon Tools

- Polygon Tool
- Regular Polygon Tool
- Rigid Polygon Tool
- Vector Polygon Tool

Circle and Arc Tools

-  [Circle with Center through Point Tool](#)
-  [Circle with Center and Radius Tool](#)
-  [Compass Tool](#)
-  [Circle through 3 Points Tool](#)
-  [Semicircle through 2 Points Tool](#)
-  [Circular Arc Tool](#)
-  [Circumcircular Arc Tool](#)
-  [Circular Sector Tool](#)
-  [Circumcircular Sector Tool](#)

Conic Section Tools

-  [Ellipse Tool](#)
-  [Hyperbola Tool](#)
-  [Parabola Tool](#)
-  [Conic through 5 Points Tool](#)

Measurement Tools

-  [Angle Tool](#)
-  [Angle with Given Size Tool](#)
-  [Distance or Length Tool](#)
-  [Area Tool](#)
-  [Slope Tool](#)
-  [Create List Tool](#)

Transformation Tools

-  [Reflect about Line Tool](#)
-  [Reflect about Point Tool](#)

-  [Reflect about Circle Tool](#)
-  [Rotate around Point Tool](#)
-  [Translate by Vector Tool](#)
-  [Dilate from Point Tool](#)

Special Objects Tools

-  [Text Tool](#)
-  [Image Tool](#)
-  [Pen Tool](#)
-  [Freehand Shape Tool](#)
-  [Relation Tool](#)
-  [Function Inspector Tool](#)

Action Object Tools

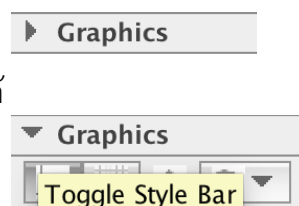
-  [Slider Tool](#)
-  [Check Box Tool](#)
-  [Button Tool](#)
-  [Input Box Tool](#)

General Tools

-  [Move Graphics View Tool](#)
-  [Zoom In Tool](#)
-  [Zoom Out Tool](#)
-  [Show / Hide Object Tool](#)
-  [Show / Hide Label Tool](#)
-  [Copy Visual Style Tool](#)
-  [Delete Tool](#)

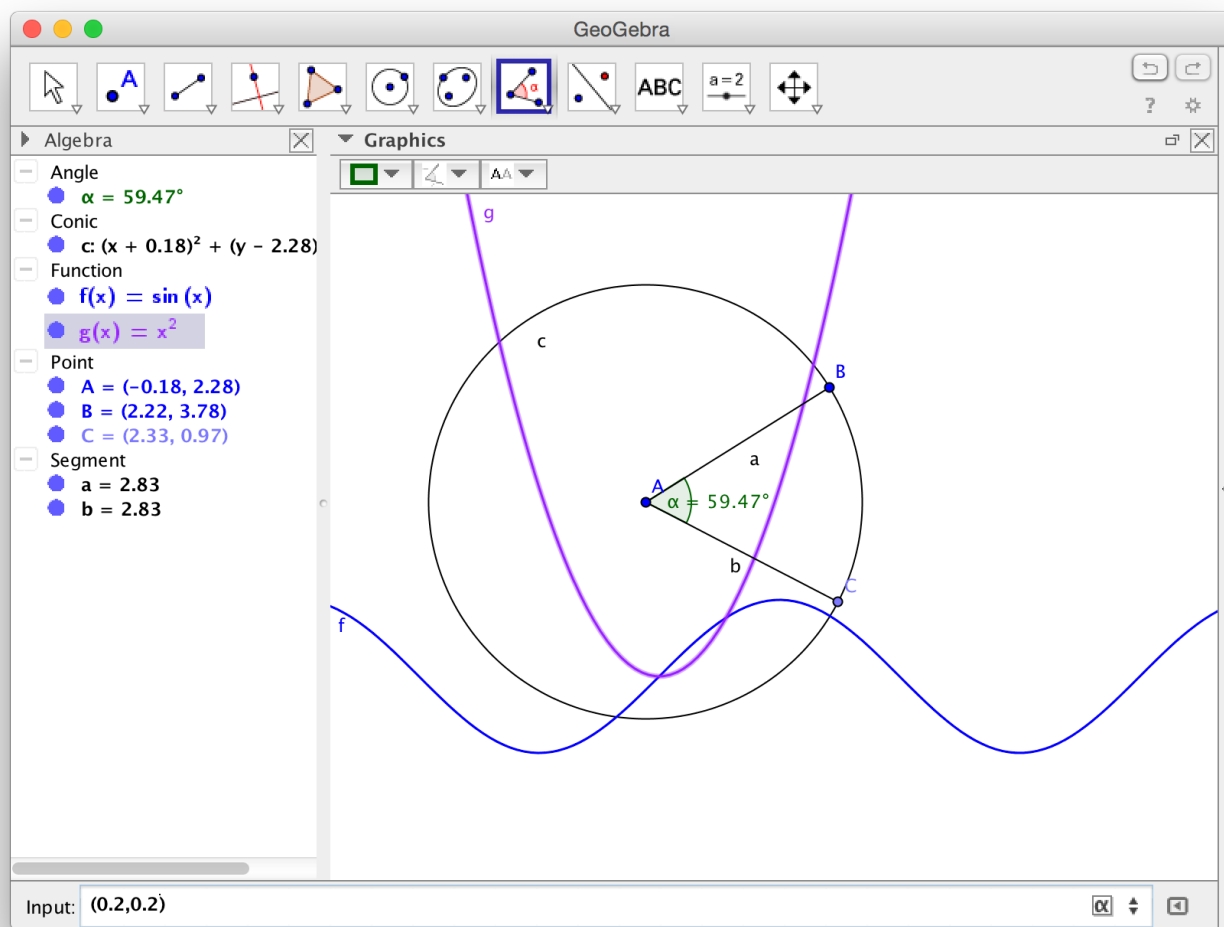
ในหน้าต่าง Graphics เราสามารถซ่อนแกนได้ โดย

กดสามเหลี่ยมหน้า Graphics
ทำให้เมนูปรากฏ และเลือกซ่อนได้



เมื่อเราตรวจสอบในหน้าต่าง Graphics ข้อมูลจากการวาดจะบันทึกลงในหน้าต่าง Algebra เช่น เมื่อลง “จุด” ในหน้าต่าง Graphics ข้อมูล Coordinate จะถูกบันทึกอย่างสมนัยกัน

ให้สังเกตหน้าต่างโปรแกรมว่า จะมีแถบ Command Bar เราจะสามารถลงพิกัดเพื่อ Plot จุดได้ หากทราบ Coordinate ที่แน่นอน และเรายังสามารถพิมพ์คำสั่งเพื่อสร้างได้ด้วย



จากภาพข้างบน ให้สังเกตความสมนัยระหว่างข้อมูลในหน้าต่าง Graphics กับข้อมูลในหน้าต่าง Algebra และที่ช่อง Input หากเรากด Enter ข้อมูล Coordinate ก็จะปรากฏทั้งในหน้าต่าง Algebra และ Graphics เช่นกัน

ข้อสังเกตอีกอย่างหนึ่งคือ หากเราสร้างวัตถุเชิงเรขาคณิตใน Graphics บรรดาวัตถุเหล่านั้นจะปรากฏในรูปสมการ เช่น สมการเส้นตรง สมการวงกลม สมการวงรี ซึ่งเป็นข้อดีของโปรแกรมอีกข้อหนึ่ง

คำสั่งที่ช่อง Input

1. ในโปรแกรมนี้ เราสามารถใส่คำสั่งเพื่อสร้างวัตถุต่างๆ อาทิ เช่น Polygon จากจุดที่กำหนดให้, Voronoi Diagram จากเซตของจุดที่กำหนดให้ โดยไม่ต้องลากด้วยมือเอง

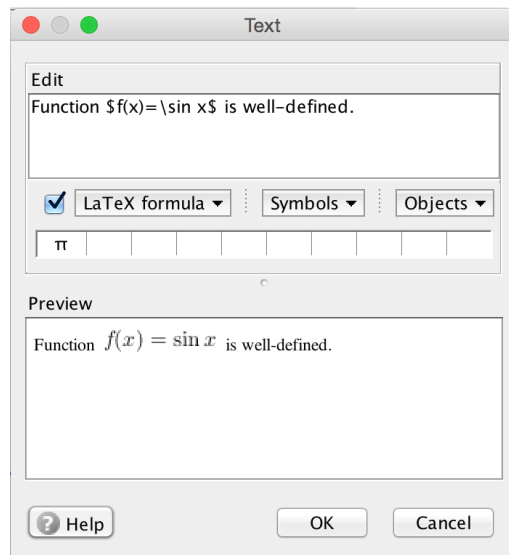
คำสั่งที่โปรแกรมมีให้สามารถดูได้ที่ <http://wiki.geogebra.org/en/Commands>

2. เราสามารถ Plot Function ได้ โดยใช้ syntax: $f(x)=...$ เช่น $f(x)=x^2$

หมายเหตุ ความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันบางความสัมพันธ์ สามารถ plot ได้ โดยต้องอยู่ในรูปพหุนามเท่านั้น

Text and Labeling

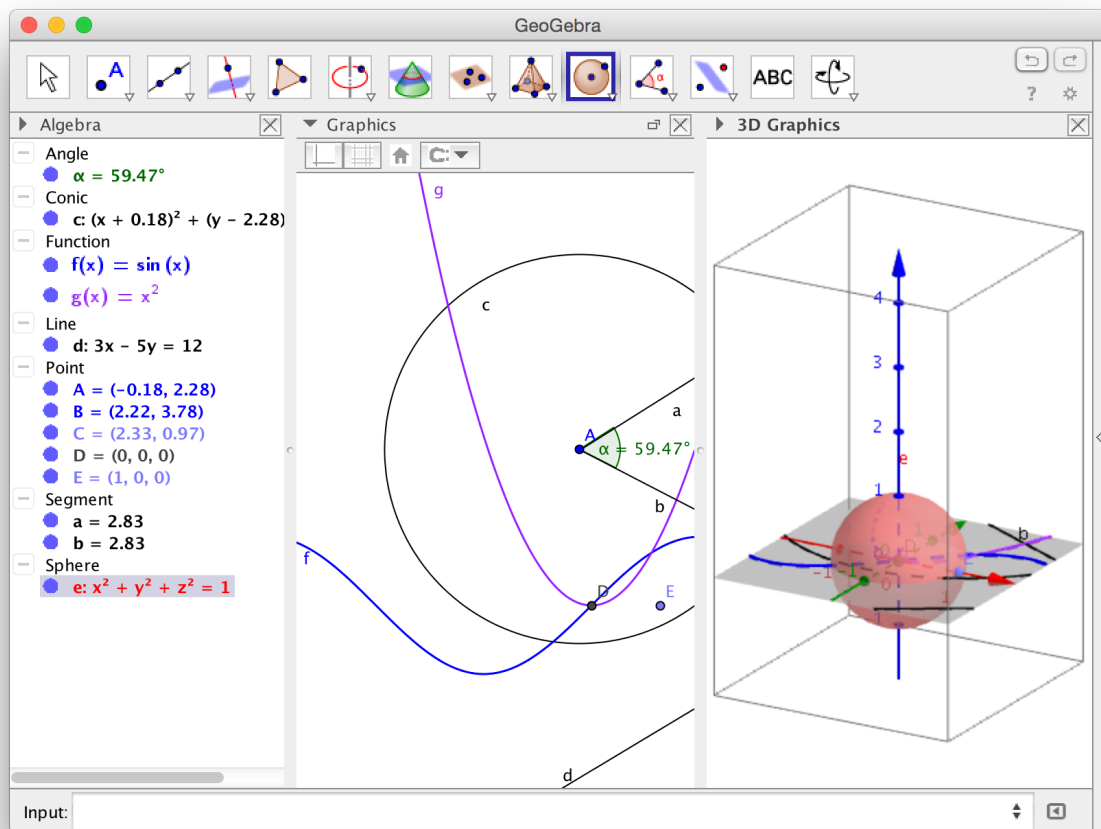
ในโปรแกรม เราสามารถพิมพ์ข้อความสมการต่างๆ ได้โดยใช้ Text Tools ซึ่งสามารถรองรับการพิมพ์แบบ LaTeX ได้ด้วย ดังตัวอย่างในภาพ



สำหรับวัตถุแต่ละชิ้น เราสามารถเลือกที่แสดง/ซ่อนวัตถุ หรือ แสดง/ซ่อนป้ายกำกับได้ โดยการคลิกขวาที่วัตถุในโหมด Graphics หรือ Algebra ได้ตามต้องการ

3. ความสามารถของ 3D Graphics

ในโปรแกรมนี้ เราสามารถเข้าสู่โหมด 3D Graphics ได้โดยการเลือก View >> 3D Graphics หากเปิดหน้าต่างเก่าใน 2D Graphics ไว้ ในมุมมอง 3D Graphics จะถูก project ลงบนระนาบ XY



เราสามารถ plot วัตถุในสามมิติได้เลย โดยของใหม่ที่ plot ในสามมิติจะปรากฏเป็นสามสิ่งอันดับ จากภาพด้านบน สังเกตว่า วัตถุสามมิติก็ยังคงสมนัยกับหน้าต่าง Algebra อีกเช่นเคย

ในหน้าต่างโหมดสามมิติ จะมี Toolbar ที่แตกต่างออกไปจาก 2D Graphics ดังปรากฏต่อไปนี้



เมนูต่อไปนี้เรียงจากซ้ายไปขวา

Movement Tools

- [Move Tool](#)

Point Tools

- [Point Tool](#)
- [Point on Object Tool](#)
- [Intersect Tool](#)
- [Midpoint or Center Tool](#)
- [Attach / Detach Point Tool](#)

Line Tools

- [Line Tool](#)
- [Segment Tool](#)
- [Segment with Given Length Tool](#)
- [Ray Tool](#)
- [Vector Tool](#)
- [Vector from Point Tool](#)

Special Line Tools

- [Perpendicular Line Tool](#)
- [Parallel Line Tool](#)
- [Angle Bisector Tool](#)
- [Tangents Tool](#)
- [Polar or Diameter Line Tool](#)
- [Locus Tool](#)

Polygon Tools

- [Polygon Tool](#)

Circle, Arc, and Conics Tools

- [Circle with Axis through Point Tool](#)
- [Circle with Center, Radius and Direction Tool](#)
- [Circle through 3 Points Tool](#)
- [Circumcircular Arc Tool](#)

- [Circumcircular Sector Tool](#)
- [Ellipse Tool](#)
- [Hyperbola Tool](#)
- [Parabola Tool](#)
- [Conic through 5 Points Tool](#)

Intersection Tools

- [Intersect Two Surfaces Tool](#)

Plane Tools

- [Plane through 3 Points Tool](#)
- [Plane Tool](#)
- [Perpendicular Plane Tool](#)
- [Parallel Plane Tool](#)

Geometric Solids Tools

- [Pyramid Tool](#)
- [Prism Tool](#)
- [Extrude to Pyramid or Cone Tool](#)
- [Extrude to Prism or Cylinder Tool](#)
- [Cone Tool](#)
- [Cylinder Tool](#)
- [Regular Tetrahedron Tool](#)
- [Cube Tool](#)
- [Net Tool](#)

Sphere Tools

- [Sphere with Center through Point Tool](#)
- [Sphere with Center and Radius Tool](#)

Measurement Tools

- [Angle Tool](#)
- [Distance or Length Tool](#)
- [Area Tool](#)



Volume Tool

Transformation Tools

- Reflect about Plane Tool
- Reflect about Line Tool
- Reflect about Point Tool
- Rotate around Line Tool
- Translate by Vector Tool
- Dilate from Point Tool

Special Objects Tools

- Text Tool

General Tools

- Rotate 3D Graphics View Tool
- Move Graphics View Tool
- Zoom In Tool
- Zoom Out Tool
- Show / Hide Object Tool
- Show / Hide Label Tool
- Copy Visual Style Tool
- Delete Tool
- View in front of Tool

4. Construction Protocol

ในการสร้างแต่ละครั้ง โปรแกรม GeoGebra จะเก็บประวัติการสร้างไว้โดยตลอด เราสามารถเลือกดูการสร้างตามลำดับ ได้จากมุมมอง Construction Protocol ซึ่งเปรียบเสมือนกับ Time machine ย้อนเวลา โดยให้กด double click ในขั้นตอนที่ต้องการซ่อน หรือแสดงได้ นอกจากนี้ เราสามารถแทรกขั้นตอนการสร้างจากประวัติที่ผ่านมาได้ โดยลำดับที่ เกิดขึ้นหลังจากการสร้าง จะแทรกอยู่หลังจากการแสดงที่เราคลิกครั้งล่าสุด

The screenshot shows the GeoGebra interface with the following components:

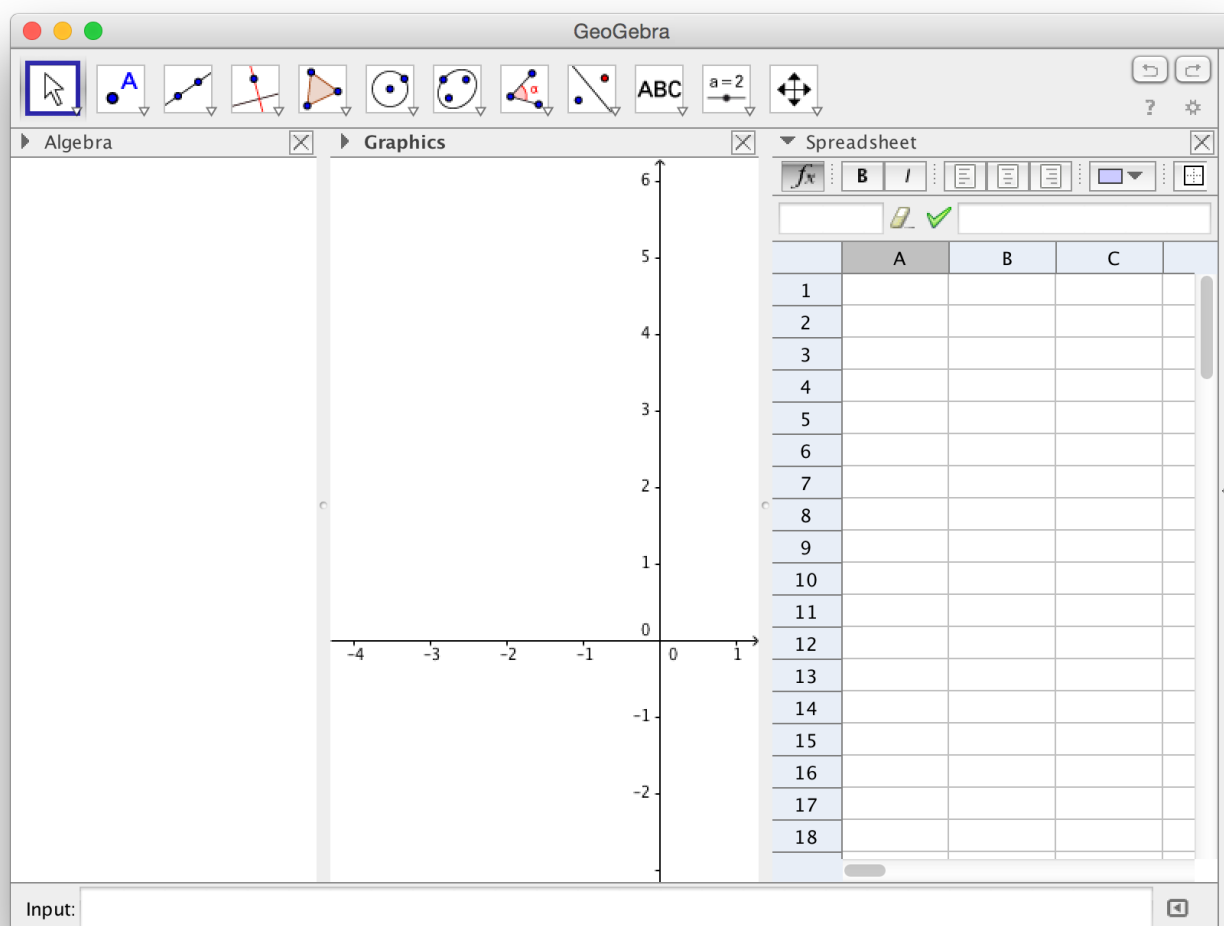
- Algebra Window:**
 - Conic: $c: (x + 0.18)^2 + (y - 2.28)^2$
 - Point:
 - $A = (-0.18, 2.28)$
 - $B = (2.22, 3.78)$
 - $C = (2.33, 0.97)$
 - Segment:
 - $a = 2.83$
 - $b = 2.83$
- Graphics Window:** Displays a circle 'c' with center 'A' and points 'B' and 'C' on its circumference. Segments 'a' and 'b' connect 'A' to 'B' and 'A' to 'C' respectively.
- Construction Protocol Window:**

No.	Name	Defini...	Value	Capti...
1	Point A		$A = (...)$	
2	Point B		$B = (...)$	
3	Circle c	Circle through	$c: (x ...)$	
4	Segm...	Segment a = 2...	$[A, B]$	
5	Point C	Point on c	$C = (...)$	
6	Segm...	Segment b = 2...	$[A, C]$	
7	Angle α	Angle between	$\alpha = 5...$	
8	Functi...		$f(x) = ...$	
9	Functi...		$g(x) = ...$	
10	Line d		$d: 3x ...$	
11	Point D	Intersect point of	$D = (...)$	

5. ใช้งานกับ Spreadsheet เบื้องต้น

ในส่วนที่ผ่านมา ทั้ง Graphics 2D และ 3D ผู้เขียนได้ชี้ให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างหน้าต่าง Graphics และ Algebra ซึ่งสมนัยกัน ในส่วนนี้ ผู้เขียนจะ ชี้ให้เห็นถึงการนำข้อมูลที่ได้จาก Algebra ไปใช้ในมุมมองของ spreadsheet ซึ่งจากข้อมูลใน spreadsheet เราสามารถนำข้อมูลไปใช้ต่อใน Spreadsheet software (เช่น Microsoft Excel) แล้วนำข้อมูลไปประยุกต์ ใช้ต่อในโปรแกรมอื่นๆ ได้

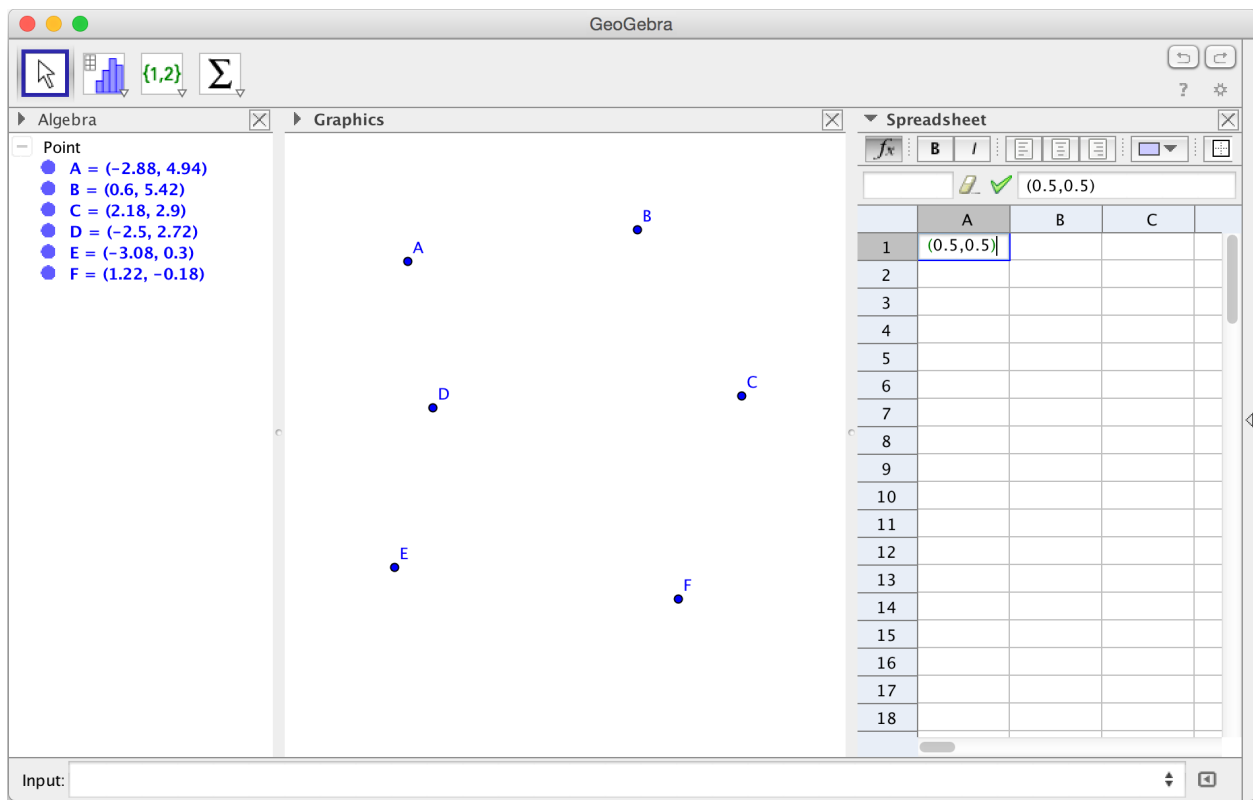
เมื่อเราเลือกเปิด spreadsheet จาก View >> spreadsheet จะปรากฏหน้าต่าง spreadsheet ดังภาพ



สมมติว่าเรามีข้อมูลปรากฏในหน้าต่าง Graphics ซึ่งมีข้อมูลที่สมนัยกันใน Algebra คำถามที่เกิดขึ้นคือ

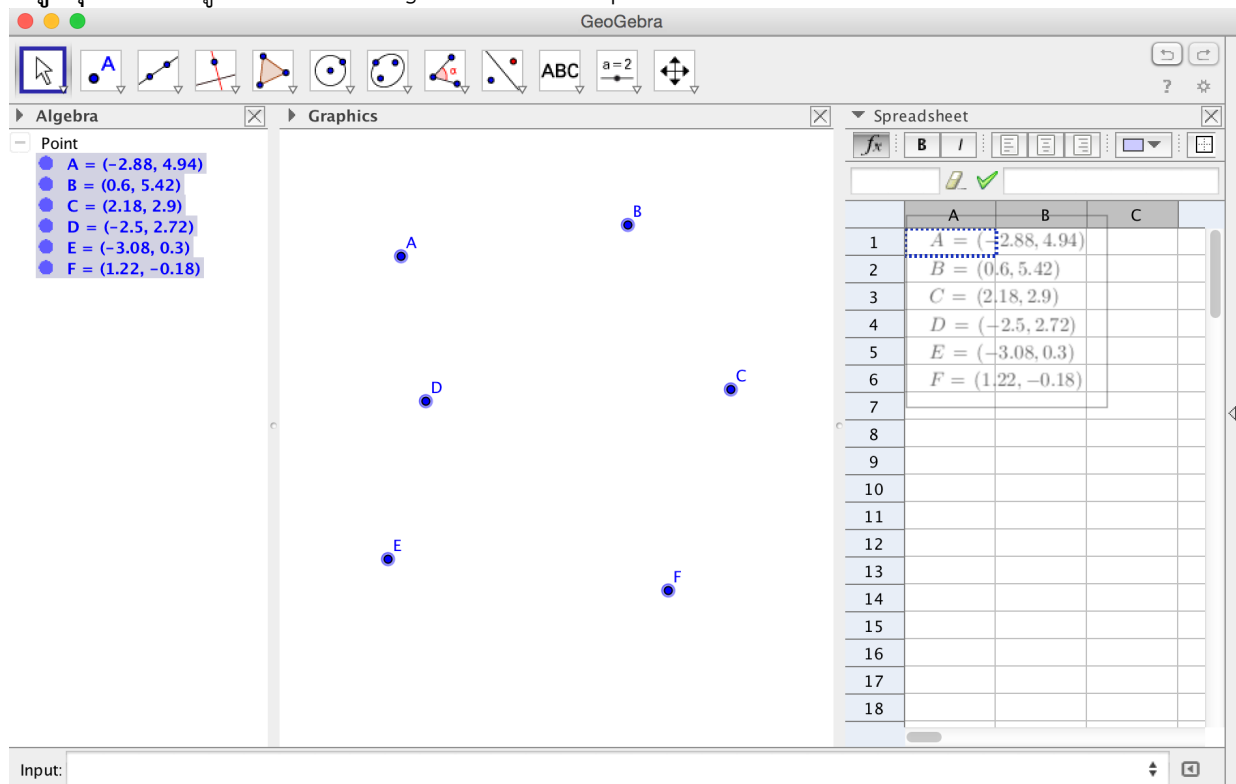
1. เราจะสามารถนำข้อมูลเชิง Algebra ไปใช้ต่อใน spreadsheet ได้หรือไม่
2. หากเรามีข้อมูลเชิง spreadsheet อยู่ เราจะสามารถแปลงให้เป็นข้อมูลเชิง Algebra ซึ่งจะสมนัยกับ Graphics ได้หรือไม่

ในโหมดของ Spreadsheet จะมีการอ้างอิงข้อมูลในรูปแบบคล้ายๆ กับโปรแกรม หากเราต้องการ plot จุด A1 เราสามารถเลือกช่อง A1 ในหน้าต่าง Spreadsheet แล้วพิมพ์พิกัดลงไปได้เลย แต่มีข้อสังเกตคือ ข้อมูลที่พิมพ์ลงใน Spreadsheet จะไม่ปรากฏในมุมมอง Algebra!



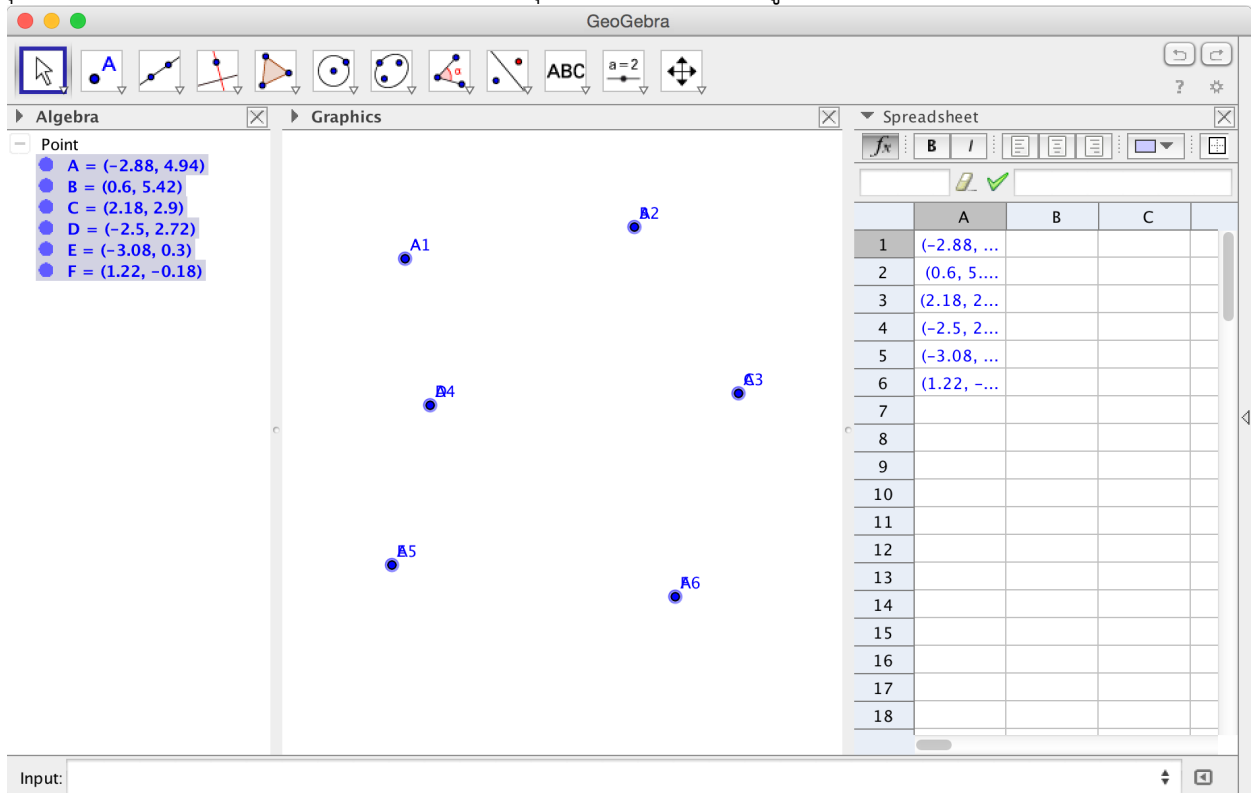
แต่หากเรามีข้อมูลที่อยู่ในโหมด Algebra เราสามารถเก็บข้อมูลในรูปแบบ Spreadsheet ได้ดังวิธีต่อไปนี้

วิธีที่ 1 (ลูกทุ่ง) ลากข้อมูลจากหน้าต่าง Algebra ไปยังช่อง Spreadsheet ได้โดยตรง!



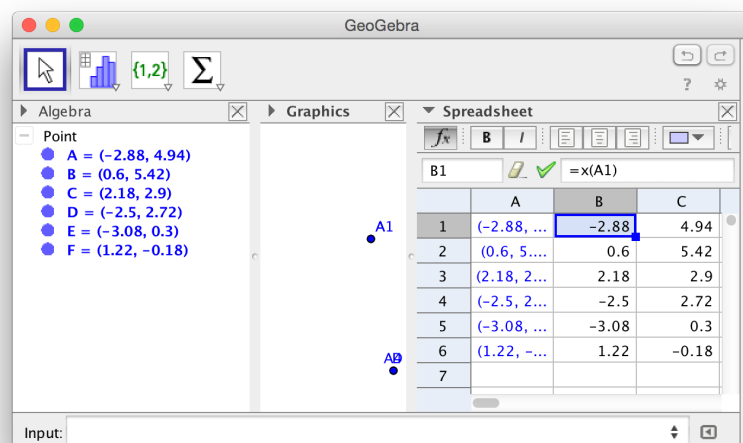
วิธีที่ 2 (มีระดับ) พิมพ์ชื่อพิกัดลงในช่องที่เราต้องการได้เลย (จริงๆ แล้วมันก็สมมูลกับวิธีที่ 1)

ข้อสังเกตจากการบันทึกข้อมูลลงใน Spreadsheet คือ จะมีจุดเกิดใหม่ที่ทับซ้อนกับจุดเก่า เช่น จากการลาก A – F ลงไปในคอลัมน์ A ในตัวอย่างก่อนหน้านี้ ในหน้าต่าง Graphics จะเกิดจุด A1, A2, ..., A6 ที่สมนัยกับจุด A, B, ..., F แต่เป็นคนละจุดเดียวกัน (ซึ่งต้องระมัดระวังในการเคลื่อนย้ายจุด หากต้องบันทึกข้อมูล)



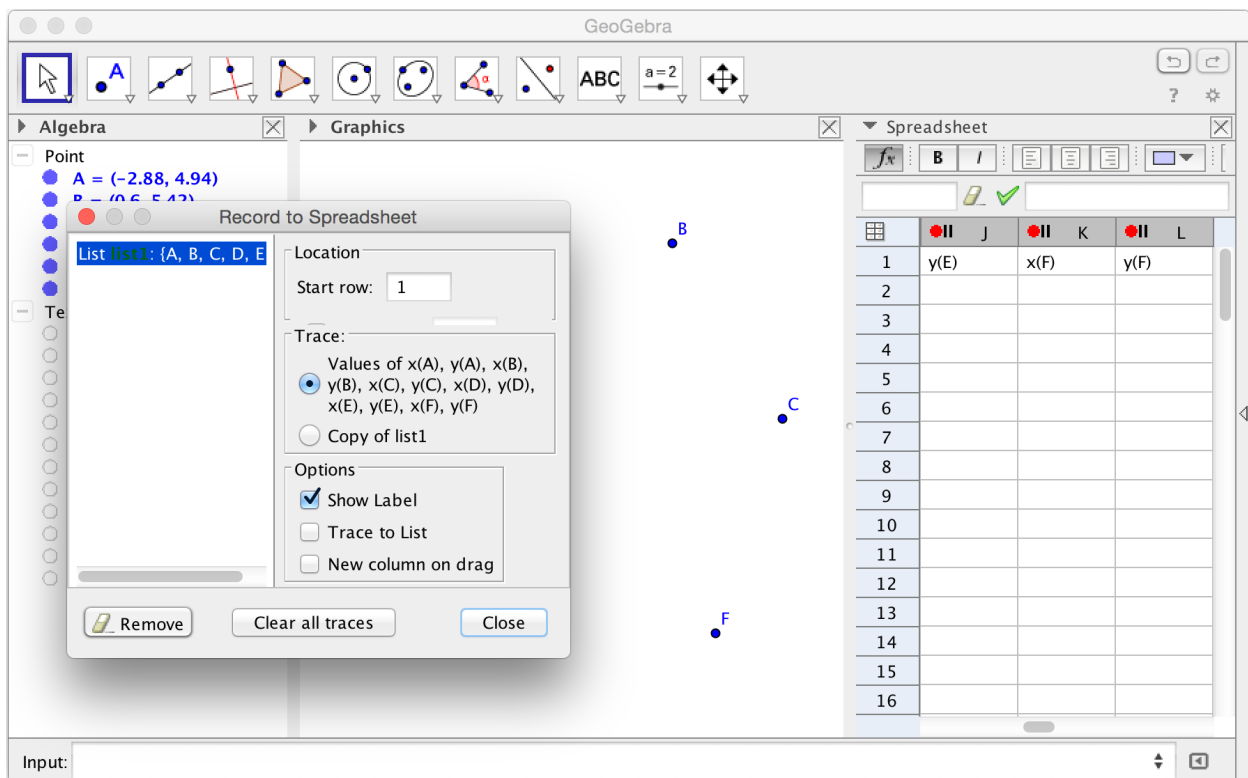
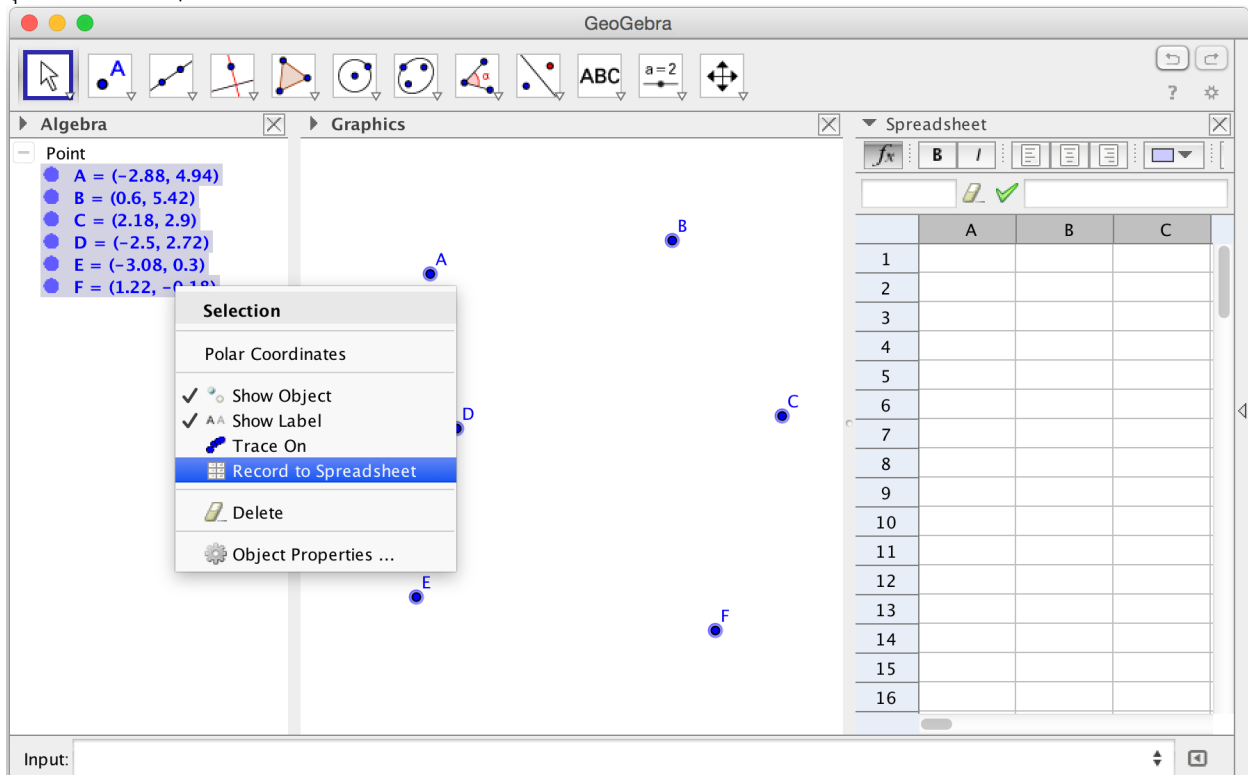
จะเห็นว่าข้อมูลพิกัดที่เก็บมาได้นั้น อยู่ในรูป (x, y) ซึ่งอาจจะยังไม่สะดวกต่อการนำไปใช้ต่อ เราสามารถเลือกข้อมูลให้แสดงเฉพาะ x และ y ได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

สมมติว่าจุด A คือ (a1, a2) ลากจุด A ลงใน spreadsheet ช่อง A1 จะเห็นว่าข้อมูลพิกัดจุดที่เกิดขึ้นคือจุด A1 ซึ่งมีพิกัด (a1, a2) เราสามารถเรียกให้ a1 แสดงในช่อง B1 และ a2 แสดงในช่อง C1 ได้โดยการพิมพ์ x(A1) ในช่อง B1 และ y(A1) ในช่อง C1 ได้เลย

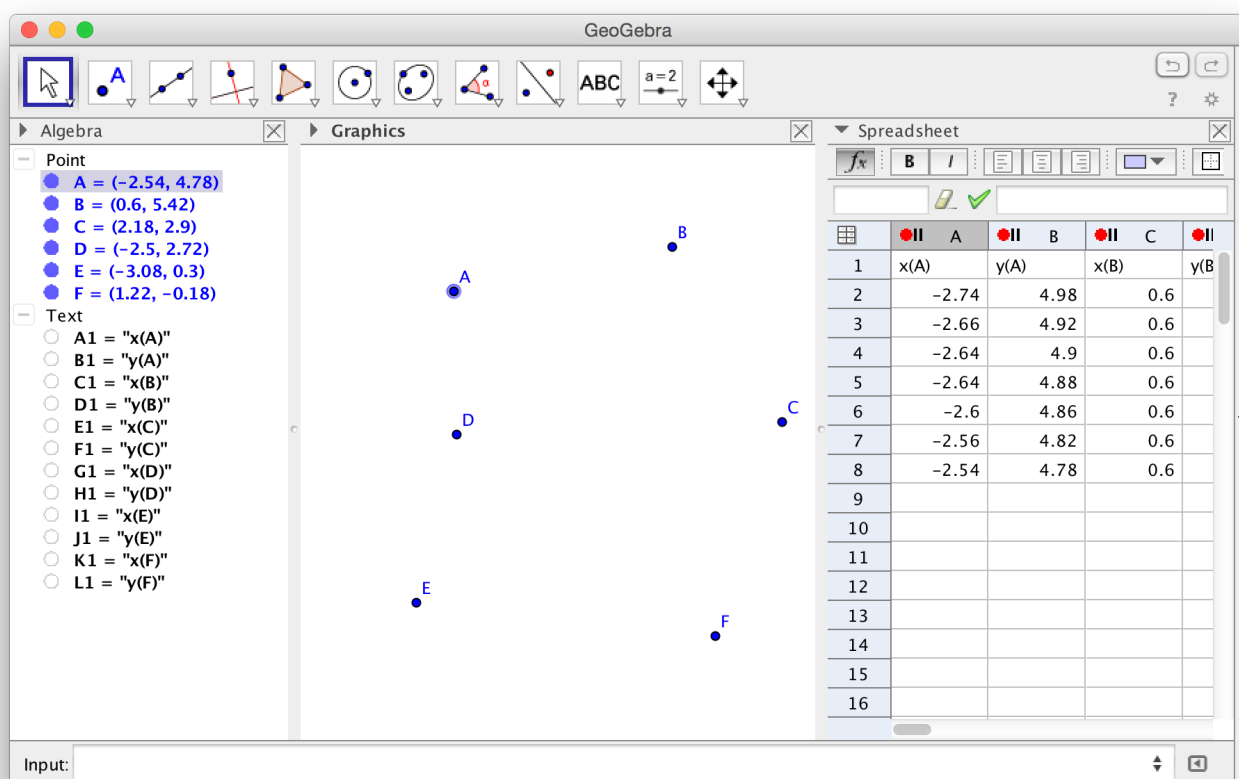
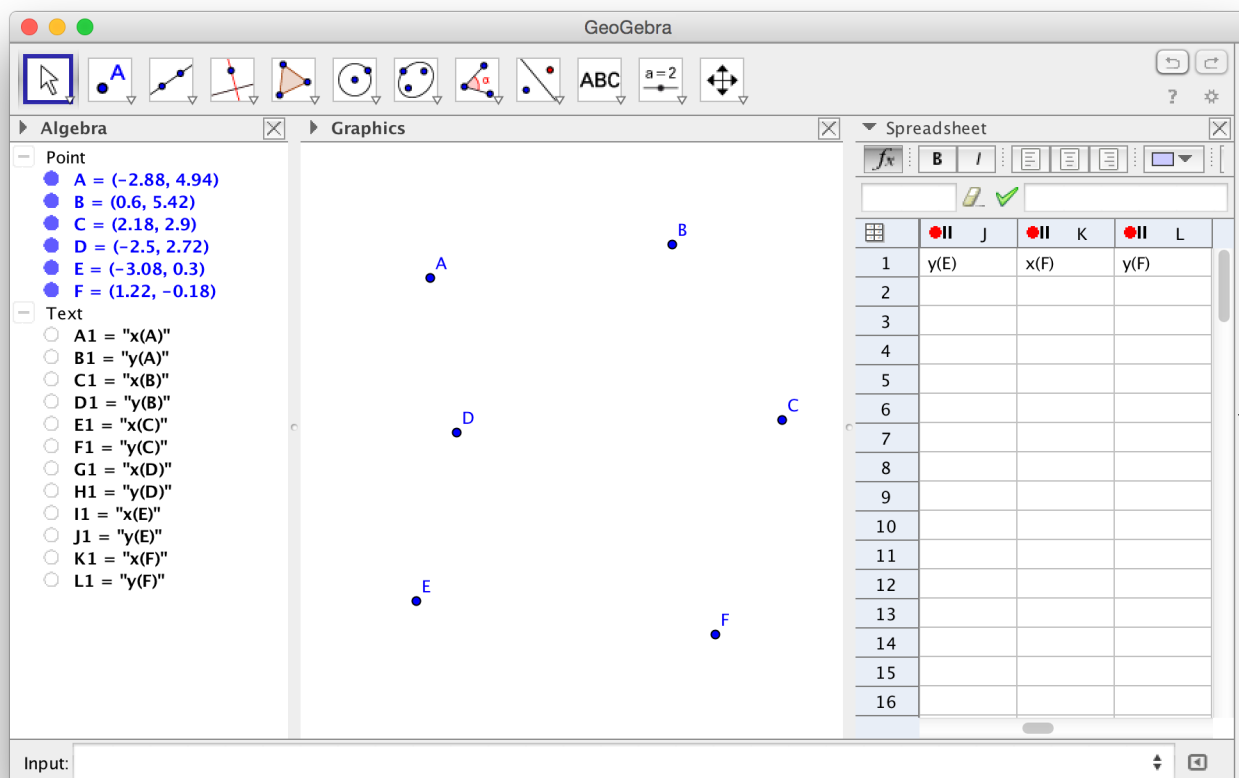


การเก็บข้อมูลการเปลี่ยนแปลงจากรอยทางเดินของจุด (trace)

สมมติว่าเรามีข้อมูลจุดอยู่บน Graphics เราสามารถติดตามการเปลี่ยนแปลงของจุดได้ โดยเริ่มต้นจากการเลือกจุด และบันทึกจุดเหล่านั้นใน spreadsheet



ในการเลือกข้อมูลของจุด เราจะสามารถเลือกให้แสดงการเปลี่ยนแปลงได้ตามที่เราต้องการ (รวมถึงสามารถเก็บค่าการเปลี่ยนแปลงในรูปแบบเซตได้ด้วย)



CHAPTER 2

GeoGebra with Export Options

สิ่งหนึ่งที่เรามักอารมณ์เสียในการใช้งาน LaTeX เมื่อเปรียบเทียบกับ WYSIWYG processor คือการสร้างรูปเรขาคณิต โดยปกติแล้ว LaTeX ก็สนับสนุนเครื่องมือจำนวนหนึ่ง (ที่เป็นที่นิยมใช้กันคือ package tikz) สำหรับให้เราวาดรูปหรือแผนภาพต่างๆ แต่การทำงานเหล่านั้นจำเป็นต้องพิมพ์โค้ดปริมาณมหาศาล ซึ่งอาจไม่สะดวกนักสำหรับมือใหม่หัดใช้ หรือนักเรขาคณิต ที่ต้องอาศัยการสร้างทางเรขาคณิต

เราสามารถใช้งาน GeoGebra ในการ Export รูปภาพให้ออกมาเป็นโค้ด LaTeX ได้ นอกจากนี้ เรายังสามารถ Export งานที่สร้างใน GeoGebra เป็นรูปภาพขนาดใหญ่ หรือแม้กระทั่งแบบ pdf เพื่อใช้งานในโปรแกรมต่างๆ ได้โดยที่ภาพไม่แตก อีกด้วย

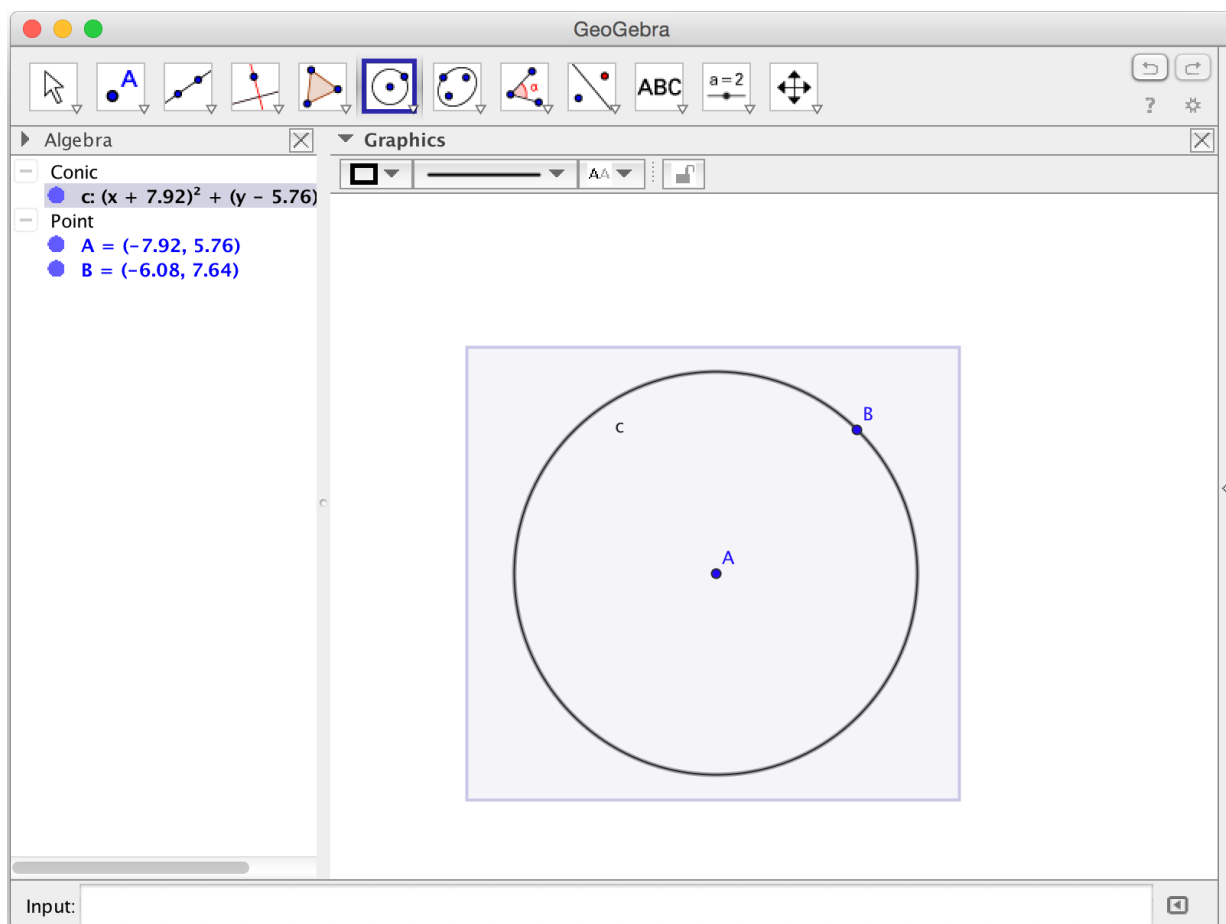
1. GeoGebra กับ LaTeX

ในบทแรก เราได้เห็นความสามารถในการแทรก LaTeX ใน GeoGebra แล้ว ในทำนองกลับกัน เราก็สามารถแทรกวัตถุของ GeoGebra ใน LaTeX ได้เช่นกัน ผ่านการใช้งานด้วย package ‘TikZ’

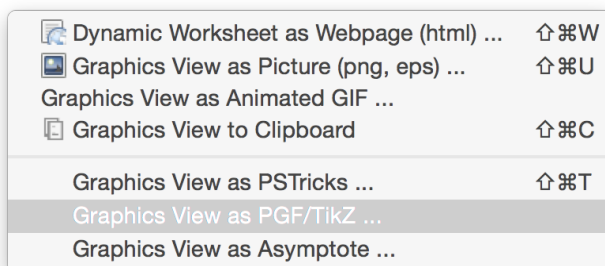
ความสามารถในการสร้างโค้ด สามารถใช้ได้เฉพาะโหมด Graphics 2D เท่านั้น (กรณีลองใช้โหมด Graphics 3D โค้ดจะแปลงให้เฉพาะ Projection บนแกน XY เท่านั้น)

การสร้างโค้ด tikz จาก GeoGebra

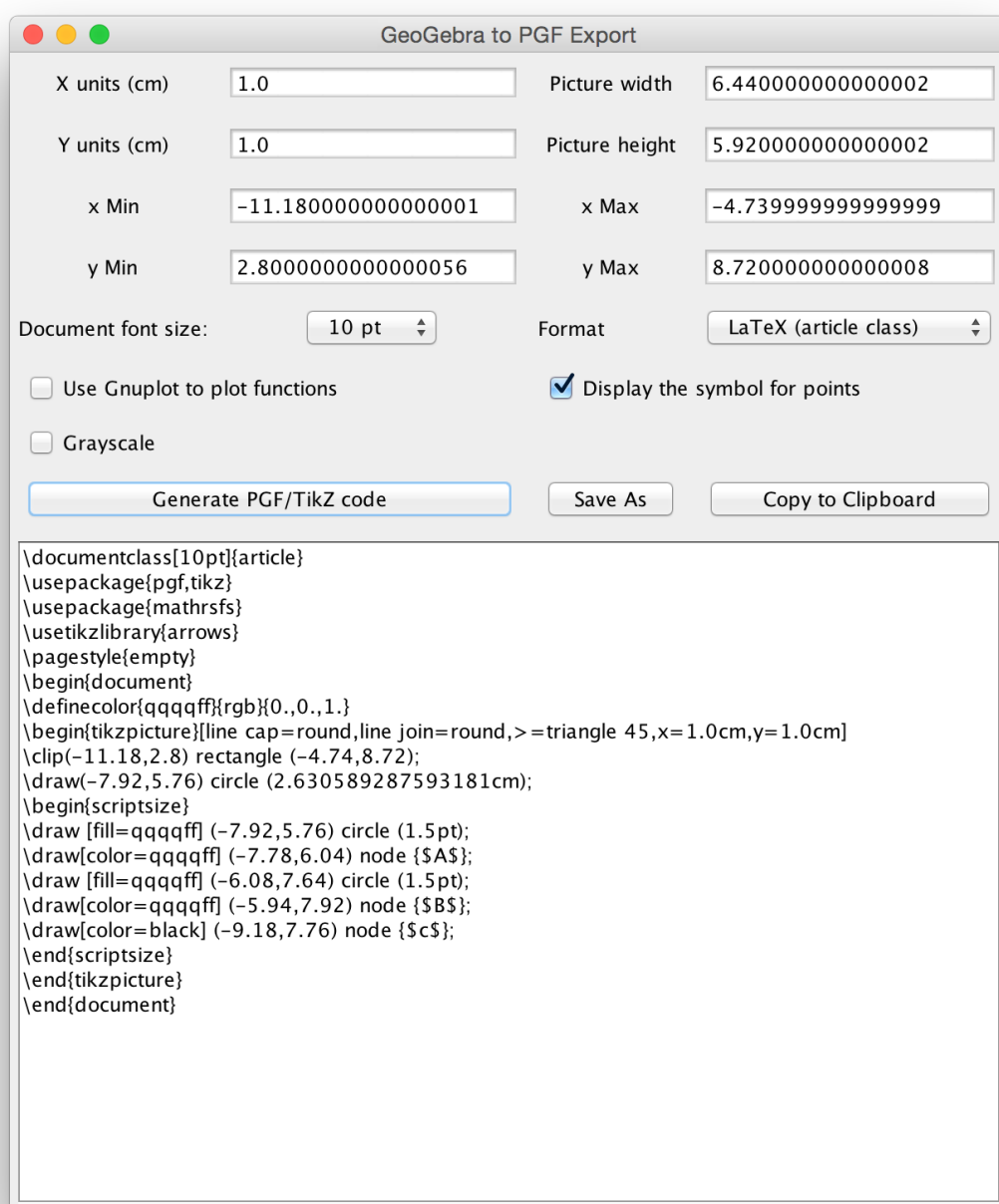
สมมติว่ามีวัตถุอยู่ใน Graphics 2D ดังภาพ เริ่มต้นให้เราใช้ Move Tools โดยคลิกขวา เพื่อสร้างกรอบสี่เหลี่ยม ของบริเวณที่จะให้แปลงโค้ด



จะเห็นว่า หลังจากสร้างกรอบสี่เหลี่ยมแล้ว กรอบก็จะยังคงปรากฏอยู่อย่างนั้น (จนกว่าจะไปคลิกที่อื่นในหน้าต่าง) จากนั้น ให้เลือก File >> Export >> Graphics View as PGS/TikZ



จะสังเกตเห็นว่า มีหน้าต่างโค้ดปรากฏอยู่ เราสามารถปรับแต่งค่าตามต้องการ จากนั้นให้กด Generate PGF/TikZ code เพื่อสร้างโค้ดของ LaTeX



โค้ดของ LaTeX ที่ปรากฏอยู่นั้น จะเป็นโค้ดที่สามารถไปสร้างเป็นเอกสารใหม่ใน LaTeX ได้เลย แต่หากต้องการ เพียงบางส่วนเพื่อแทรกในงานเอกสารของเรา ส่วนต่อไปนี้มีความสำคัญ ให้ดำเนินการตามลำดับดังนี้

1. ส่วนหัวของเอกสาร LaTeX

ในส่วนนี้ ให้ไปแทรกไว้ในส่วนก่อน `\begin{document}` ประกอบด้วย

```
\usepackage{pgf,tikz}
\usepackage{mathrsfs}
\usetikzlibrary{arrows}
```

2. ส่วนเนื้อหาของเอกสาร

ในส่วนนี้ ให้ไปแทรกไว้หลังจาก `\begin{document}` โดยให้ copy โค้ดตั้งแต่

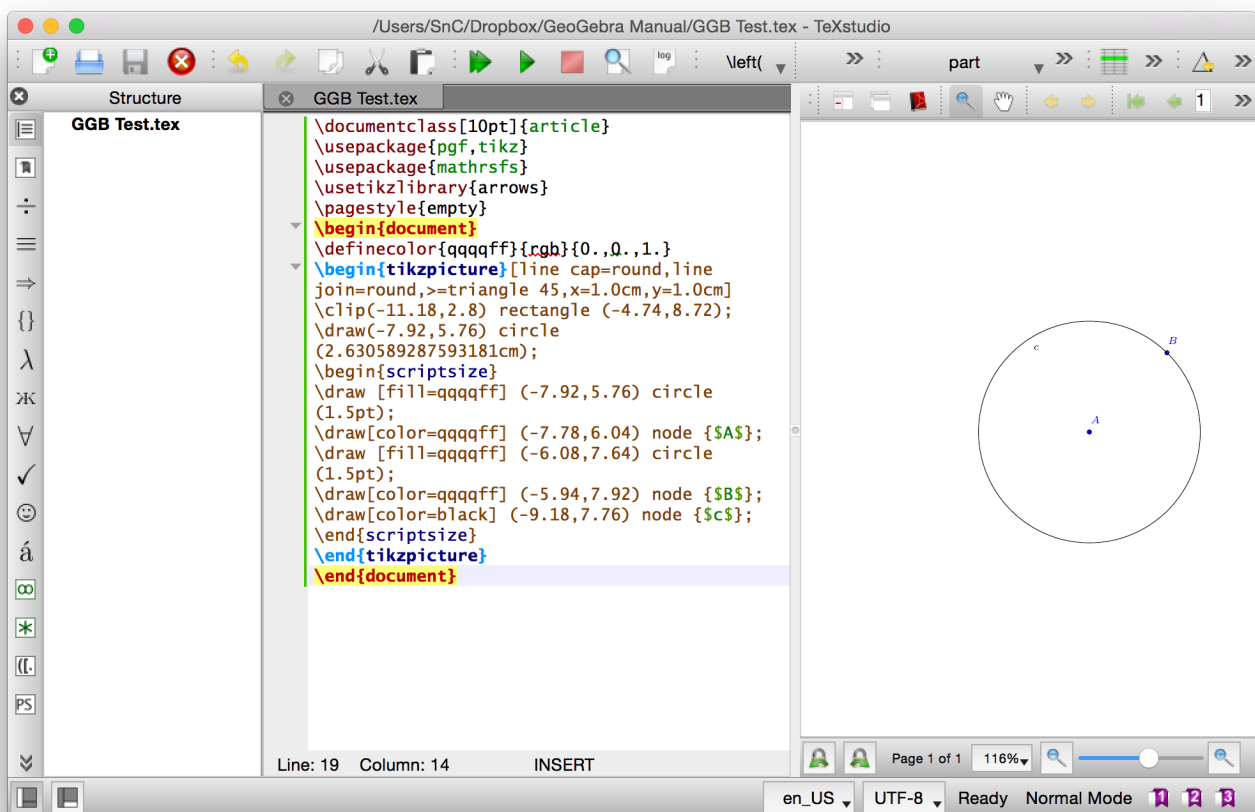
```
\definecolor{qqqqff}{rgb}{0.,0.,1.}      (เป็นการนิยามสีใน LaTeX)
```

:

ไปจนถึง

```
\end{tikzpicture}
```

เป็นอันเสร็จสิ้นการทำงาน

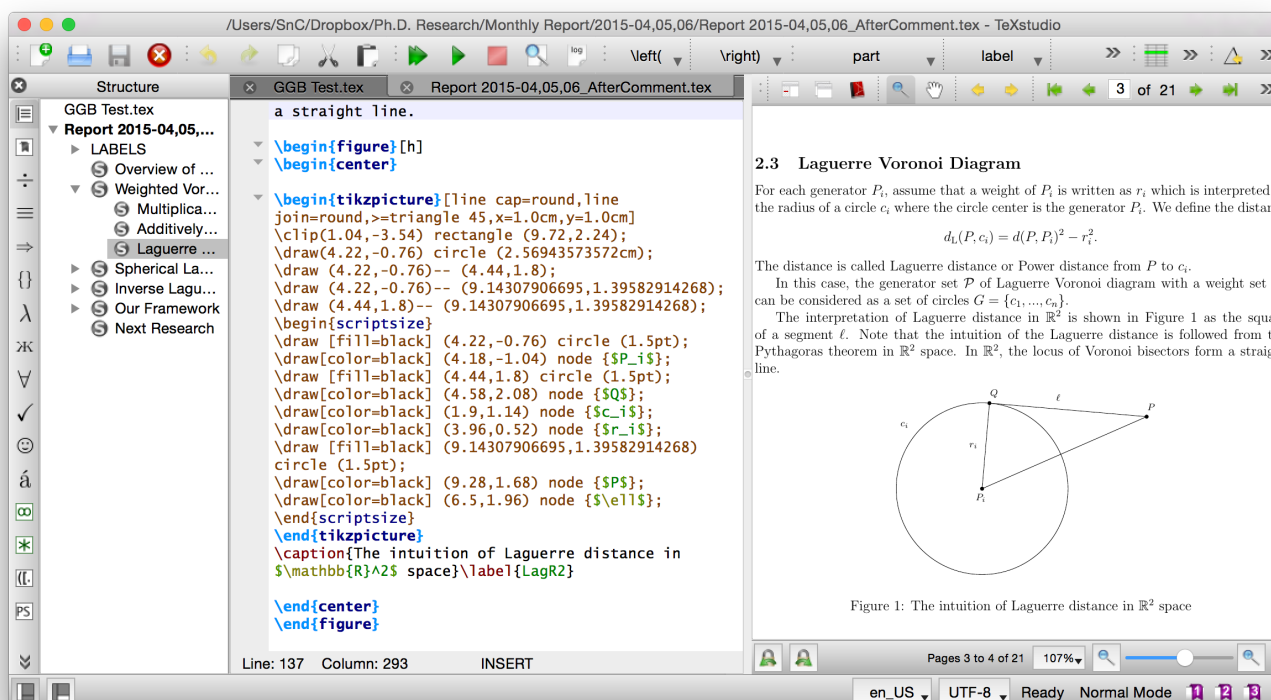


ตัวอย่างด้านบนคือการแทรกโค้ดใน LaTeX และ Compile (ในที่นี้ใช้บรรณาธิกรณ TeXstudio) การจัดวางตำแหน่งของตัวอักษรอาจมีการเลื่อนอยู่บ้าง (ถ้าต้องการจัดให้ดีๆ ต้องค่อยๆ ใจเย็นๆ ซึ่งปกติที่เคยจัดไว้ จะใช้การลาก Label ใน GeoGebra แล้วค่อยสร้างโค้ดใหม่อีกครั้ง

เนื่องจาก LaTeX มอง TikZ เป็นรูปภาพ ดังนั้น เราสามารถใส่โค้ดของ TikZ ใน Figure Environment ได้ ซึ่งจะมีประโยชน์ในการใส่ Caption, สร้าง \label, \ref ได้สะดวกขึ้นดังโค้ดต่อไปนี้

```
\begin{figure}[?]
\definecolor{qqqqff}{rgb}{0.,0.,1.}
:
ไปจนถึง
\end{tikzpicture}
\caption{ตามศรัทธา} \label{ตามศรัทธา}
\end{figure}
```

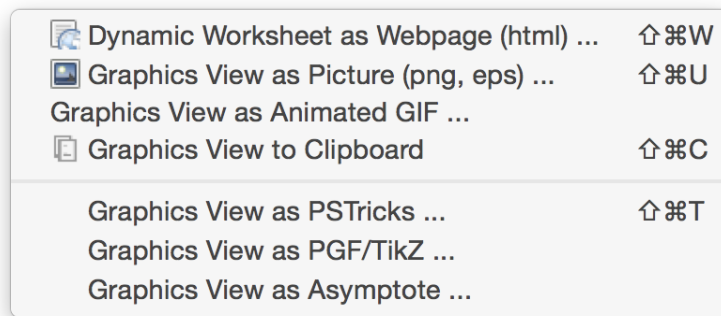
ภาพต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการใช้ TikZ ใน Figure Environment



ข้อควรระวังอย่างหนึ่ง บางครั้งข้อความที่พิมพ์ใน GeoGebra อาจจะได้ไม่ได้ครอบด้วย \$ \$ อาจทำให้ Compile ใน LaTeX ไม่ผ่าน เพื่อความสมบูรณ์แบบ ควรตรวจสอบการใส่ \$ \$ ของบรรดาข้อจุด สมการในโค้ดที่แปลงมาจาก GeoGebra อีกครั้งหนึ่ง

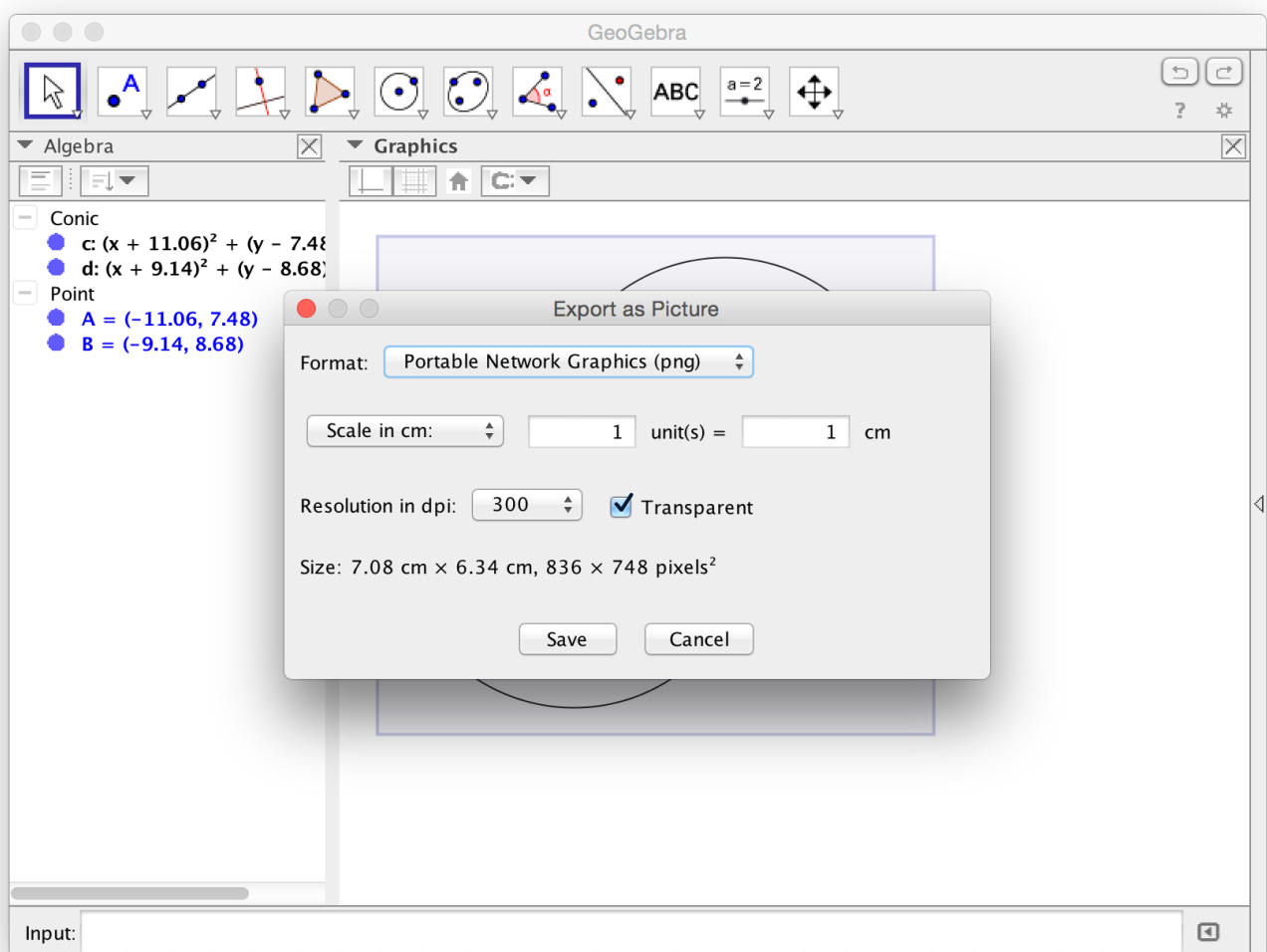
2. การ Export เป็นไฟล์รูปภาพ

ใน GeoGebra เราสามารถ export งานออกมาเป็นรูปภาพได้หลากหลายชนิด ซึ่งการ export สามารถทำได้ในทำนองคล้ายกันกับการสร้างโค้ด TikZ ด้วยการครอบเพื่อเลือกอาณาบริเวณก่อน (กรณีไม่เลือกครอบ โปรแกรมจะจับหน้าต่างทั้งหน้าต่าง)



ในการ Export to Clipboard ก็จะเหมือนกับการ Copy รูปเพื่อไปวางในโปรแกรมต่างๆ เช่น Word / Powerpoint (แต่ก็อาจจะไม่มีความคมชัดเท่าที่ควร และทำได้เฉพาะ Graphics 2D เท่านั้น)

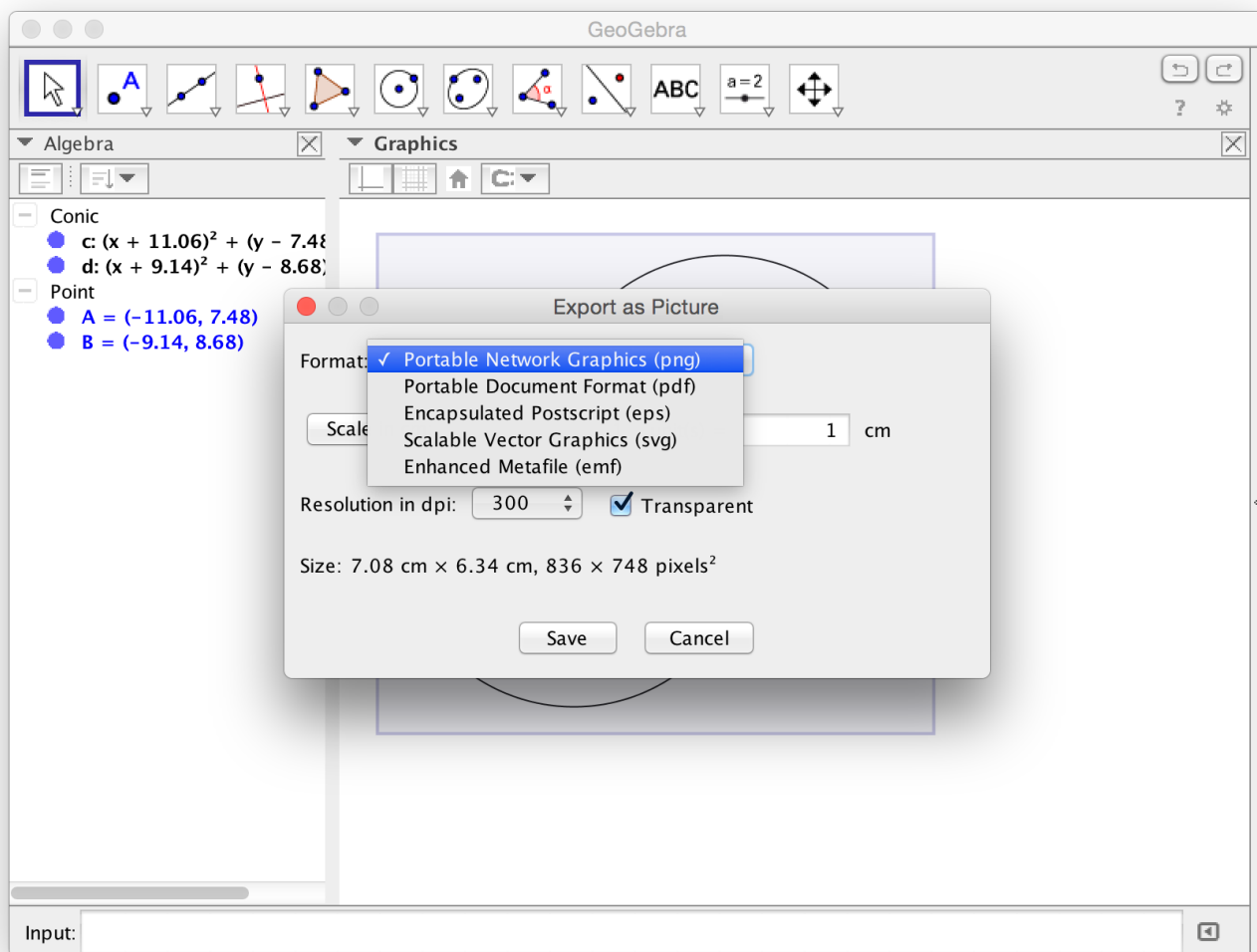
ในที่นี้เราจะสนใจการ Export as Picture เนื่องจากเหมาะกับการนำไปใช้งานจริง



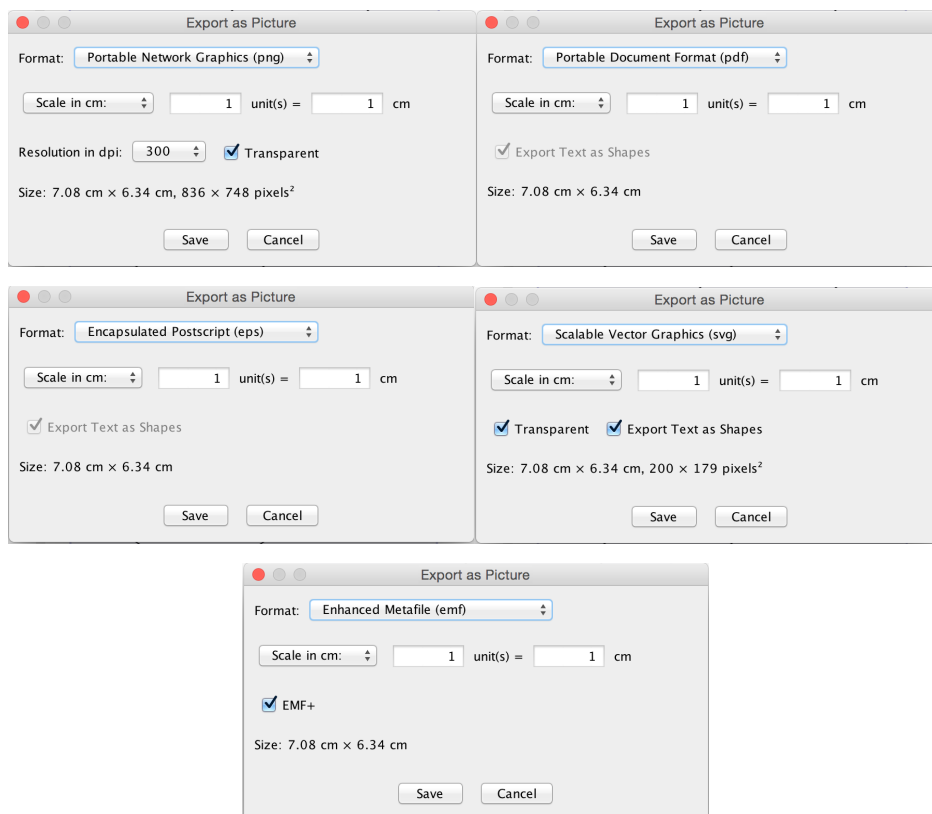
ในการ Export เราสามารถตั้ง Scale, ความละเอียด รวมถึงสั่งให้ไฟล์มีพื้นหลังโปร่งใส (Transparent) ได้ (ขึ้นอยู่กับประเภทของไฟล์) ซึ่งเราสามารถปรับตั้งค่าได้ตามสะดวก

 ในมุมมอง Graphics 2D

สามารถ Export ได้ในรูปแบบต่อไปนี้

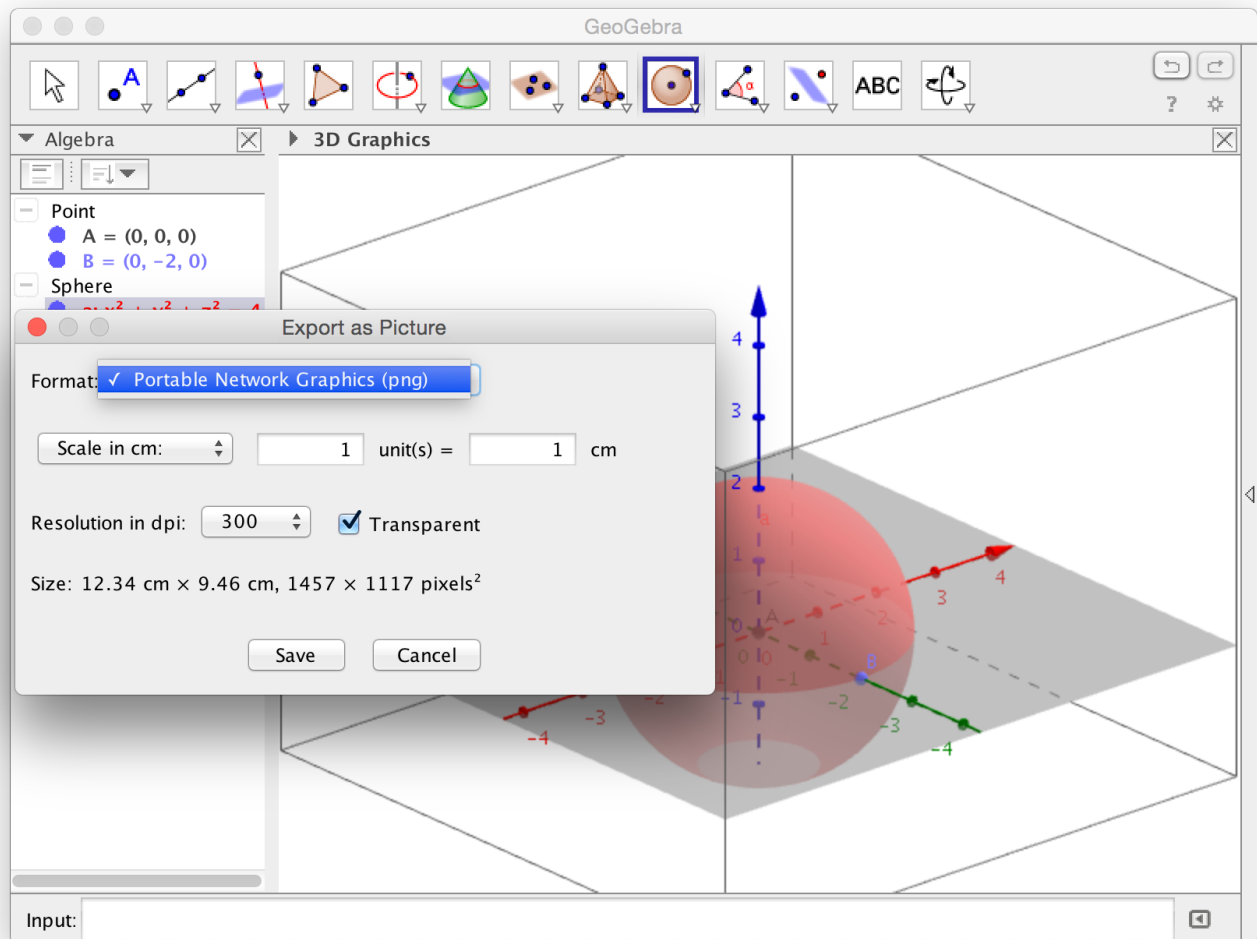


แต่ละรูปแบบของไฟล์ สามารถเลือกปรับค่าได้ดังภาพทั้งหลายต่อไปนี้



ในมุมมอง Graphics 3D

สามารถ Export ได้เฉพาะ .png เท่านั้น และไม่สามารถเลือกกรอบหน้าต่างที่ต้องการ (เมื่อกด Export โปรแกรมจะบันทึกหน้าจอทั้งหน้าจอของ Graphics 3D) แต่สามารถปรับ Scale ได้ตามต้องการ



CHAPTER 3

Concluding Remarks

ข้อสรุป

1. โปรแกรม GeoGebra เป็นโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ที่ดี มีประโยชน์ และฟรี ซึ่งผู้เขียนคิดว่า สามารถใช้ทดแทน The Geometer's Sketchpad ได้ในอนาคต และเราสามารถนำไปใช้ได้ในการศึกษาขั้นสูงได้
2. เราสามารถ Export งานของ GeoGebra ออกไปใช้งานที่อื่นๆ ได้ เช่น LaTeX, งาน Presentation, Word Processor ได้ ซึ่งสะดวกกับนักคณิตศาสตร์มาก เพราะการสร้างต่างๆ มีความสมจริง

ข้อปิดความรับผิดชอบ

1. บทความนี้ผู้เขียนเรียบเรียงจากประสบการณ์ใช้งานส่วนตัว (แบบงูๆ ปลาๆ) อาจจะมีประเด็นที่ขาดตกบกพร่องไปพอสมควร และอาจเกิดข้อผิดพลาดในหลายประเด็น ผู้อ่านสามารถให้ความคิดเห็นเพื่อปรับปรุง แนะนำคู่มือฉบับนี้ได้ ซึ่งผู้เขียนยินดีที่จะอภิปราย แลกเปลี่ยนความเห็น และเรียนรู้ไปพร้อมๆ กัน

ท่านสามารถติดต่อผู้เขียนได้ที่อีเมลล์ [schaidee\[at\]hotmail.com](mailto:schaidee[at]hotmail.com)

หรือ Facebook <http://www.facebook.com/nutsnc>

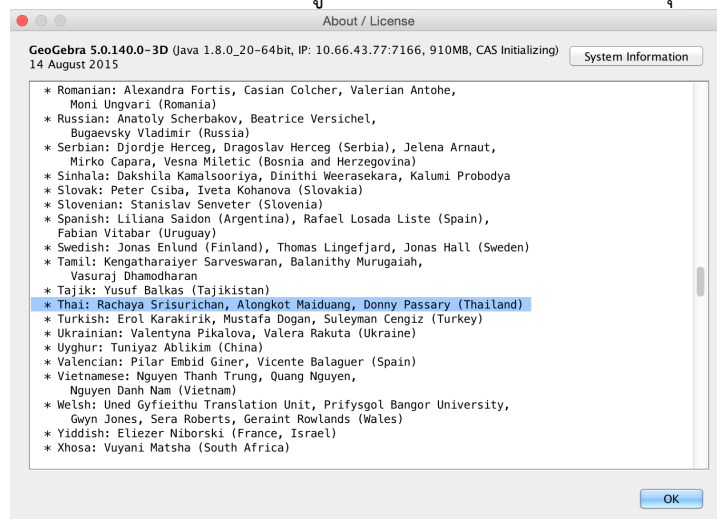
ทั้งนี้ ผู้เขียนจะพยายามอัปเดตแหล่งข้อมูลเกี่ยวกับ GeoGebra ที่เว็บไซต์ส่วนตัวของผู้เขียน

<https://schaidee.wordpress.com/articles/geogebra/>

2. หากเจอลูกเล่นใหม่ๆ เจ๋งๆ ได้โปรดเล่าสู่กันฟังให้แก่ผู้เขียนด้วย จักเป็นพระคุณยิ่ง
3. บทความนี้ไม่สมบูรณ์นัก จึงไม่ควรนำไปใช้อ้างอิงในทางวิชาการ

ข้อขอบคุณ (ทำเสียงเหินๆเล็กน้อยได้)

1. ขอบคุณ ผศ.ดร.วัชรินทร์ วิจิธมาลา อาจารย์ที่ปรึกษาตอนปริญญาโท ที่เปิดโอกาสให้ได้โฆษณาเครื่องมือเด็ด ๆ ในวิชา CompTools 560 ระดับปริญญาโท ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในช่วงที่ผู้เขียนกลับไทยในช่วงปิดภาคเรียนฤดูร้อน ทำให้ผู้เขียนได้ลงมือเขียนในสิ่งที่อยากเขียนแต่ไม่ได้เขียนสักทีเสียที
2. เอกสารฉบับนี้ หลายส่วนอ้างอิงโดยตรงมาจากคู่มือโปรแกรม ซึ่งดูได้ที่ <http://wiki.geogebra.org/en/Manual>
3. จริงๆ แล้วโปรแกรมนี้มีเวอร์ชันภาษาไทยด้วย ซึ่งมีผู้แปลตั้ง Credit เราจึงควรขอบคุณท่านเหล่านั้นด้วย



「お疲れ様です」