

แบบฝึกหัดทบทวน

เพื่อเช็คชื่อเข้าชั้นเรียน ประจำวันพฤหัสบดีที่ 10 สิงหาคม พ.ศ.2560

(ส่งในชั้นเรียนวันจันทร์ที่ 21 สิงหาคม ภายในเวลา 13.10 น.)

ชื่อ-สกุล..... เฉลย ~ รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....

1. ให้หาลิมิตต่อไปนี้

(a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2 - x^+}{(x - 1)(x + 3)} = \dots -\infty \dots$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1^+}{(x - 2)(x + 3)} = \dots 0 \dots$

(c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 3}{(x - 2)^2} = \dots +\infty \dots$

(d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x + 1}{(x - 2)^2} = \dots +\infty \dots$

2. ลิมิต $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$ มีค่าเท่ากับ 6

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\cancel{(x-3)}(\sqrt{x}+3)}{\cancel{\sqrt{x}-3}} = 6$$

3. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5 & , x \leq 3 \\ \sqrt{x + 13} & , x > 3 \end{cases}$$

 f ต่อเนื่องที่จุด $x = 3$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

(1) $f(3) = (3)^2 - 5 = 4$

(2) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} x^2 - 5 = (3)^2 - 5 = 4$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{x + 13} = \sqrt{16} = 4$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 4 \text{ implies } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4$$

(3) $f(3) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

 $\therefore f$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 3$

4. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \leq 1 \\ 5x - 1 & , 1 < x < 2 \\ 9 & , x \geq 2 \end{cases}$$

(a) จงแสดงว่า f ต่อเนื่องที่ $x = 2$

(b) f ต่อเนื่องบนช่วง $[1, 2]$ หรือไม่ เพราะเหตุใด



(a) ① $f(2) = 9$

② $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} 5x - 1 = 9$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} 9$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 9$

③ $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

$\therefore f$ ต่อเนื่องที่ $x = 2$

(b) ตรวจสอบต่อเนื่องบนช่วง $[1, 2]$ จะตรวจสอบได้ว่า

① f ต่อเนื่องบน $(1, 2)$ เนื่องจากบนช่วง $(1, 2)$,

$f(x) = 5x - 1$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันพหุนาม ดังนั้น f ต่อเนื่องบน $(1, 2)$

② ตรวจสอบว่า $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ และ $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

$f(1) = (1)^2 = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 5x - 1 = 4$

$\therefore f(1) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

(ไม่เท่ากับ ②), $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

$\therefore f$ ไม่ต่อเนื่องบนช่วง $[1, 2]$

5. ในแต่ละข้อ ให้วาดฟังก์ชันที่สอดคล้องกับสมบัติที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (มีฟังก์ชันที่สอดคล้องกับสมบัติดังกล่าวมากมาย)

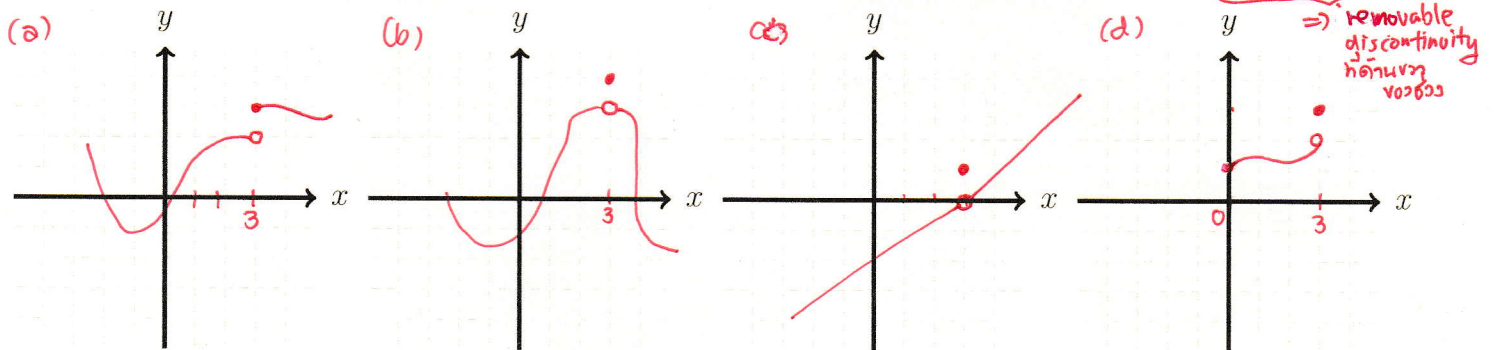
✓ ระบุว่า $f(3)$ ต่อเนื่อง และ $f(3) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ } $\Rightarrow$ Graph เป็น jump discontinuity ที่ $x = 3$

(a) f ต่อเนื่องทุกจุด ยกเว้นที่ $x = 3$ โดย f ต่อเนื่องทางขวามือจากจุด $x = 3$

(b) f มีลิมิตที่ $x = 3$ แต่ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ exists แต่ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \neq f(3) \Rightarrow$ removable discontinuity ที่ $x = 3$

(c) f ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 3$ แต่ถ้าเปลี่ยนค่าของฟังก์ชันจาก $f(3) = 1$ เป็น $f(3) = 0$ แล้ว f จะต่อเนื่อง $\Rightarrow$ removable discontinuity ที่ $x = 3$

(d) f ต่อเนื่องบนช่วง $[0, 3)$ และนิยามบนช่วงปิด $[0, 3]$ แต่ไม่ต่อเนื่องบนช่วงปิด $[0, 3]$ $\Rightarrow$ removable discontinuity ที่ $x = 3$



6. สมมติว่า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องทุกจุด โดยที่ $f(-1) = -2$, $f(0) = 3$ และ $f(2) = 7$ จงระบุว่า ทฤษฎีบทค่าระหว่างกลางสามารถสรุปได้ว่า มีคำตอบของสมการ $f(x) = 5$ อยู่ในช่วงต่อไปนี้หรือไม่

(a) $[-1, 0]$ สรุปได้ (ไม่ได้) เพราะ f ต่อเนื่องบน $[-1, 0]$ แต่ $f(-1) = -2 < f(0) = 3 < 5 = f(x)$ จึงสรุปไม่ได้บน $[-1, 0]$

(b) $[0, 2]$ สรุปได้ (ไม่ได้) เพราะ f ต่อเนื่องบน $[0, 2]$, $f(0) = 3 < 5 < f(2) = 7$ ดังนั้น $x \in [0, 2]$ ที่ทำให้ $f(x) = 5$

