

แบบฝึกหัดทบทวน

เพื่อเช็คชื่อเข้าชั้นเรียน ประจำวันพฤหัสบดีที่ 31 สิงหาคม พ.ศ.2560

(ส่งในชั้นเรียนวันจันทร์ที่ 4 กันยายน ภายในเวลา 13.10 น.)

ชื่อ-สกุล..... บิลลี่ น รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....

1. ให้อาณัติพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

(a) $y = \pi^e - 2017e^x + \frac{\log_{60} x}{25} - \cos^{-1} x$

Handwritten notes: "ฟังก์ชันอินเวอร์สตรีโกณ = ๒" and "อนุพันธ์"

$$y' = \frac{d}{dx}(\pi^e) - 2017 \frac{d}{dx}(e^x) + \frac{1}{25} \frac{d}{dx}(\log_{60} x) - \frac{d}{dx}(\cos^{-1} x)$$

$$= -2017e^x + \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{x \ln 60} - \left(-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right)$$

$$= -2017e^x + \frac{1}{(25 \ln 60) x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad \#$$

(b) $f(x) = (\pi + \cos x)^{12}$

$$f'(x) = 12 (\pi + \cos x)^{11} \frac{d}{dx}(\pi + \cos x)$$

$$= 12 (\pi + \cos x)^{11} \left[0 + \frac{d}{dx}(\cos x) \right]$$

$$= 12 (\pi + \cos x)^{11} (-\sin x)$$

$$= -12 \sin x (\pi + \cos x)^{11} \quad \#$$

(c) $f(x) = \sqrt{\sin x + \tan \sqrt{x}}$

$$f(x) = (\sin x + \tan \sqrt{x})^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2 \sqrt{\sin x + \tan \sqrt{x}}} \frac{d}{dx}(\sin x + \tan \sqrt{x})$$

$$= \frac{1}{2 \sqrt{\sin x + \tan \sqrt{x}}} \left[\cos x + \sec^2 \sqrt{x} \frac{d}{dx}(\sqrt{x}) \right]$$

$$= \frac{1}{2 \sqrt{\sin x + \tan \sqrt{x}}} \left[\cos x + \frac{1}{2\sqrt{x}} \sec^2 \sqrt{x} \right] \quad \#$$

2. ให้ $f(x) = (2017)^x + \log_{2560} x + \tan^{-1}(x^2 + 111)$ จงหา $f'(x)$

$$f'(x) = (2017)^x \ln(2017) + \frac{1}{x \ln 2560} + \frac{1}{1+(x^2+111)^2} \frac{d}{dx}(x^2+111)$$

$$= (2017)^x \ln(2017) + \frac{1}{x \ln 2560} + \frac{2x}{1+(x^2+111)^2} \quad \#$$

3. จงหาค่าอนุพันธ์โดยปริยาย (implicit differentiation) หา $\frac{dy}{dx}$ ถ้า $x \sin^{-1} y = (111)^x$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (x \sin^{-1} y) &= \frac{d}{dx} (111)^x \\ x \frac{d}{dx} (\sin^{-1} y) + (\sin^{-1} y) \frac{dx}{dx} &= (111)^x \ln(111) \frac{dx}{dx} \\ \frac{x}{\sqrt{1-y^2}} \frac{dy}{dx} + \sin^{-1} y &= (111)^x \ln(111) \\ \therefore \frac{x}{\sqrt{1-y^2}} \frac{dy}{dx} &= (111)^x \ln(111) - \sin^{-1} y \\ \therefore \frac{dy}{dx} &= \left(\frac{\sqrt{1-y^2}}{x} \right) [(111)^x \ln(111) - \sin^{-1} y] \quad \# \end{aligned}$$

$\frac{d}{dx} \sin^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 $\frac{d}{dx} (111)^x = (111)^x \ln(111)$

4. จงหา $f'(x)$ ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ โดยใช้ลอการิทึม

(a) $f(x) = x^{\ln x}$

ให้ $y = x^{\ln x}$

Take log; $\therefore \ln y = \ln(x^{\ln x})$
 $\ln y = (\ln x)(\ln x)$
 $\ln y = (\ln x)^2$

Diff两边 $\therefore \frac{d}{dx} (\ln y) = \frac{d}{dx} (\ln x)^2$

$\frac{d}{dx} (\ln x) = \frac{1}{x}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} &= 2 \ln x \cdot \frac{d}{dx} (\ln x) \\ \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} &= \frac{2}{x} \ln x \end{aligned}$$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x} \ln x$
 แทนค่าคืนไว้ที่ $\frac{dy}{dx} = \frac{2x^{\ln x}}{x} \ln x \quad \#$

(b) $f(x) = \frac{x^5}{(1-10x)\sqrt{x^2+2}}$

ให้ $y = \frac{x^5}{(1-10x)\sqrt{x^2+2}}$

Take log; $\ln y = \ln \left(\frac{x^5}{(1-10x)\sqrt{x^2+2}} \right)$

$\ln \left(\frac{a}{b} \right) = \ln a - \ln b$
 $\ln(ab) = \ln a + \ln b$

$$\begin{aligned} \ln y &= \ln(x^5) - \ln(1-10x) - \ln(x^2+2)^{\frac{1}{2}} \\ \ln y &= 5 \ln x - \ln(1-10x) - \frac{1}{2} \ln(x^2+2) \end{aligned}$$

$\ln a^n = n \ln a$

Diff 两边: $\frac{d}{dx} (\ln y) = \frac{d}{dx} [5 \ln x - \ln(1-10x) - \frac{1}{2} \ln(x^2+2)]$

$$\begin{aligned} \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} &= 5 \frac{d}{dx} (\ln x) - \frac{d}{dx} [\ln(1-10x)] - \frac{1}{2} \frac{d}{dx} [\ln(x^2+2)] \\ \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} &= \frac{5}{x} - \frac{1}{1-10x} \frac{d}{dx} (1-10x) - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2+2} \frac{d}{dx} (x^2+2) \\ \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} &= \frac{5}{x} + \frac{10}{1-10x} - \frac{x}{x^2+2} \\ \therefore \frac{dy}{dx} &= \frac{x^5}{(1-10x)\sqrt{x^2+2}} \left[\frac{5}{x} + \frac{10}{1-10x} - \frac{x}{x^2+2} \right] \quad \# \end{aligned}$$