

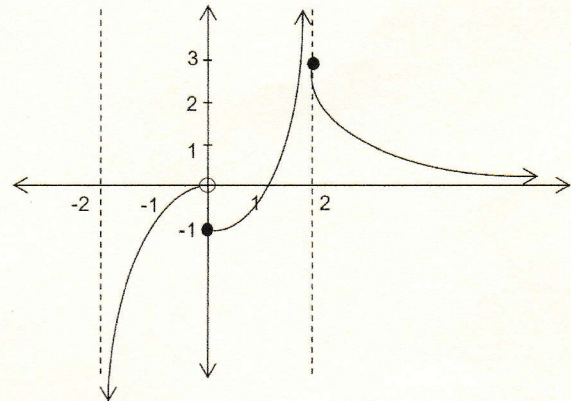
แบบฝึกหัดเพื่อพัฒนาศัยภาพ ชุดที่ 1

ให้นักศึกษาทำตามความสมัครใจ แต่ถ้าต้องการให้ตรวจให้ ให้ส่งภายในวันจันทร์ที่ 4 กันยายน 2560

ชื่อ-สกุล..... **ผดุง ~** รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....

1. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน f ดังภาพ จงหาขีดต่อไปนี้

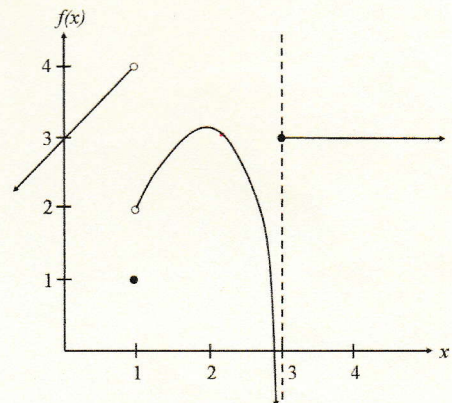
- (a) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \dots -\infty \dots$
 (b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \dots 0 \dots$
 (c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \dots -1 \dots$
 (d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \dots +\infty \dots$
 (e) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \dots 3 \dots$
 (f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots 0 \dots$



(g) The vertical asymptotes of the graph of f (เส้นกำกับแนวตั้งของกราฟ f) is $\dots x = -2, x = 2 \dots$

2. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน f ดังภาพ จงหาขีดต่อไปนี้

- (a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \dots 4 \dots$
 (b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \dots \text{ไม่ค่า} \dots$
 (c) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots 3 \dots$
 (d) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \dots -\infty \dots$
 (e) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \dots 3 \dots$
 (f) $\lim_{x \rightarrow 4} [x + (f(x))^2] = \dots 4 + (3)^2 = 13 \dots$
 $\quad \quad \quad = \lim_{x \rightarrow 4} x + (\lim_{x \rightarrow 4} f(x))^2$



3. จงหาขีดต่อไปนี้ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+3)(x-2)}{x(x-0.001)} = \dots +\infty \dots$

4. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{x+1}$ จงหา $f'(x)$ โดยใช้นิยามของอนุพันธ์ และจงหา $f'(8)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x+1} - \sqrt{x+1}}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x+1} - \sqrt{x+1}}{\Delta x} \cdot \frac{\sqrt{x+\Delta x+1} + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+\Delta x+1} + \sqrt{x+1}} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x+\Delta x+1) - (x+1)}{\Delta x (\sqrt{x+\Delta x+1} + \sqrt{x+1})} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+\Delta x+1} + \sqrt{x+1}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1}} = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \\ \therefore f'(8) &= \frac{1}{2\sqrt{8+1}} = \frac{1}{2\sqrt{9}} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

5. ให้ l_1 เป็นเส้นสัมผัสกราฟ $f(x) = x^2 + 4x - 1$ ที่จุด $(-2, -5)$ และ l_2 เป็นเส้นสัมผัสกราฟ $f(x) = x^2 + 4x - 1$ ที่จุด $(2, 11)$ จงหาจุดตัดของ l_1 และ l_2

$$f'(x) = 2x + 4$$

$$\therefore \text{slope ที่จุด } (-2, -5) \text{ คือ } f'(-2) = 2(-2) + 4 = 0$$

$$\text{และ slope ที่จุด } (2, 11) \text{ คือ } f'(2) = 2(2) + 4 = 8$$

$$\therefore l_1 \text{ คือ } y - (-5) = 0(x - (-2)) \text{ ให้อ่า } y + 5 = 0 \text{ คือ } y = -5$$

$$l_2 \text{ คือ } y - 11 = 8(x - 2) \text{ ให้อ่า } y = 8x - 16 + 11 \text{ คือ } y = 8x - 5$$

ตัวนี้ ให้หาคะบวสมการเพื่อหาจุดตัดของ l_1, l_2 ให้อ่า

$$-5 = 8x - 5 \text{ คือ } x = 0$$

$$\therefore \text{จุดตัดคือ จุด } (0, -5)$$

6. ให้ $f(x) = -2x^5 - 3x^4 + 11x^3 + 16x^2 - x - 17$ จงหา

(a) $f'(x)$

(b) $\left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x=206111}$

(c) สมการเส้นสัมผัสโค้ง $y = f(x)$ ที่ $x = -1$

(a) $f'(x) = -10x^4 - 12x^3 + 33x^2 + 32x - 1$

(b) จงหาว่า $f''(x) = -40x^3 - 36x^2 + 66x + 32$

$$f'''(x) = -120x^2 - 72x + 66$$

$$f^{(4)}(x) = -240x - 72$$

$$f^{(5)}(x) = -240$$

(c) ที่ $x = -1$, slope คือ $f'(-1) = -10 + 12 + 33 - 32 - 1 = 2$

และที่ $x = -1$ ให้อ่า $y = 2 - 3 - 11 + 16 + 1 - 17 = -12$

ตัวนี้ สมการเส้นสัมผัสคือ $y - (-12) = 2(x + 1)$ คือ $y + 12 = 2(x + 1)$ ~~#~~
 $y = 2x - 10$

7. กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ โดยที่ $f(2) = 1, g(2) = 2, f'(2) = 3$ และ $g'(2) = 4$

(a) จงหา $\left(\frac{f}{g} \right)'(2)$

(b) ถ้า $h(x) = \sin(f(x) - 1)$ แล้ว จงหา $h'(2)$

(a) $\left(\frac{f}{g} \right)'(x) = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

$$\therefore \left(\frac{f}{g} \right)'(2) = \frac{g(2)f'(2) - f(2)g'(2)}{(g(2))^2} = \frac{(2)(3) - (1)(4)}{(2)^2} = \frac{6-4}{4} = \frac{1}{2}$$

(b) $h'(x) = \cos(f(x) - 1) \frac{d}{dx}(f(x) - 1)$

$$= \cos(f(x) - 1) [f'(x)]$$

$$\therefore h'(2) = \cos(f(2) - 1) [f'(2)]$$

$$= \cos(1 - 1) \cdot (3)$$

$$= 3$$

#