Set

$U = \{1,2,3,4,5,6\}$

$A = \{1,2,3,4\}$

$B = \{a,b,c\}$

$A \cup B = \{1,2,3,4,a,b,c\}$

$A \cap B = \{1\}$

$A - B = \{2,3,4\}$

$A' = \{5,6\}$

Ex

$A = \{1,2,3,4\}$

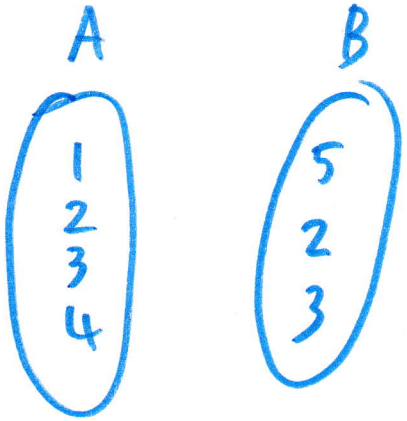
$B = \{5,2,3\}$

Cartesian Product

$A \times B = \{(1,5),(1,2),(1,3),$
$(2,5),(2,2),(2,3),$
$(3,5),(3,2),(3,3),$
$(4,5),(4,2),(4,3)\}$

A, B Set ซึ่ง $A, B \neq \emptyset$

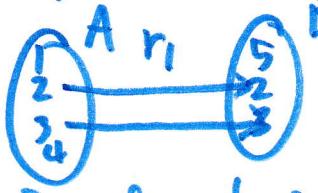
$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$



ความสัมพันธ์ Relation

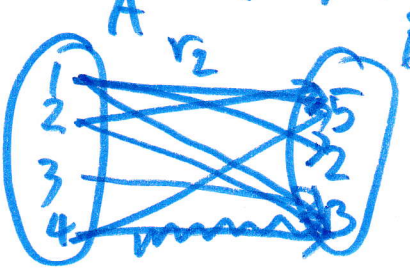
อาจกล่าวได้ r_1 เป็นเซตของคู่อันดับที่สัมพันธ์กัน หมายถึง ตัวหน้ากับตัวหลังเท่ากัน

$r_1 = \{(2,2),(3,3)\}$



อาจกล่าวได้ r_2 เป็นเซตของคู่อันดับที่สัมพันธ์กัน หมายถึง ตัวหน้าเขียนร่วมกับตัวหลัง

$r_2 = \{(1,5),(1,2),(1,3),(2,5),(2,3),(3,5),(4,5)\}$



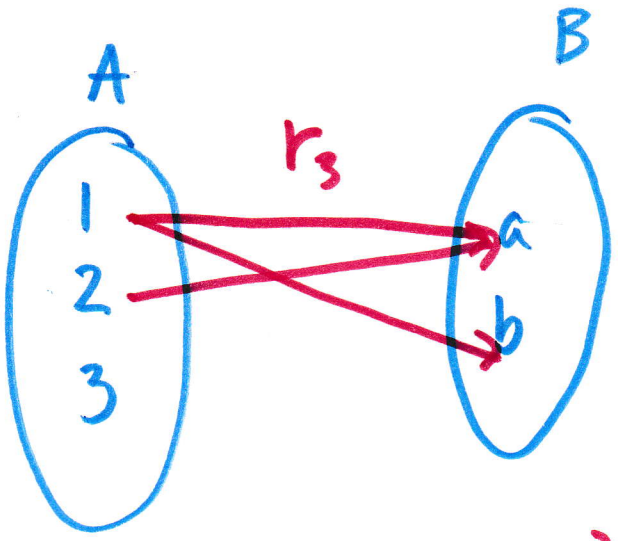
$\circledast$ $r \subseteq A \times B$

ความสัมพันธ์ชนิดฟังก์ชัน

$f \subseteq A \times B$

f เป็นฟังก์ชัน จาก A ไป B

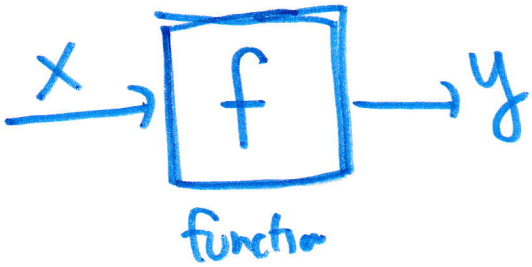
ก็ต่อเมื่อ ถ้า $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in f$ แล้ว $y_1 = y_2$

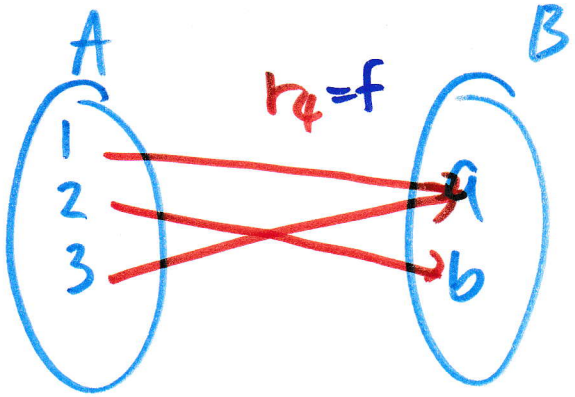


$r_3 = \{(1,a), (1,b), (2,a)\}$

ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ มี $(1,a), (1,b)$ ที่ $a \neq b$

สนใจ ความสัมพันธ์ที่ว่า ตัวหน้าส่งไปได้แค่หนึ่งตัวเดียว





$f = r_4 = \{(1,a), (2,b), (3,a)\}$

เป็นฟังก์ชัน.

$(x,y) \in f \Rightarrow y = f(x)$

Domain $D_f = \{1,2,3\}$

$R_f = \{a,b\}$

Chapter 3 Functions and Graphs

Definition: Let A and B be nonempty sets. Then $A \times B$ is a set of order pairs, i.e.,

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A,\ b \in B\}.$$

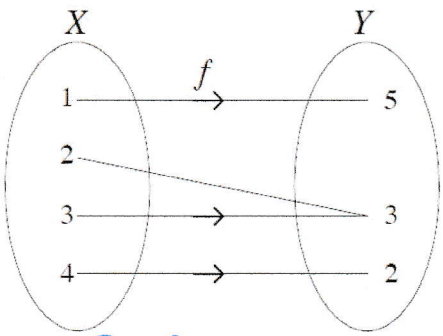
Given $f \subseteq A \times B$, f is said to be a **function from** A **to** B if and only if for any $x \in A$, if $(x, y_1), (x, y_2) \in f$, then $y_1 = y_2$.

- If f is a function, then we denote $(x, y) \in f$ by $y = f(x)$ and call $f(x)$ a value of f at x.
- The set $\{x \mid (x, y) \in f\}$ is called the **domain** of f, denoted by D_f.
- The set $\{y \mid (x, y) \in f\}$ is called the **range** of f, denoted by R_f.

Note: If f is not a function, we can't use $y = f(x)$ notation since $f(x)$ may not be unique.

Example 1 Indicate whether each figure specifies a function. Explain why.

(1)



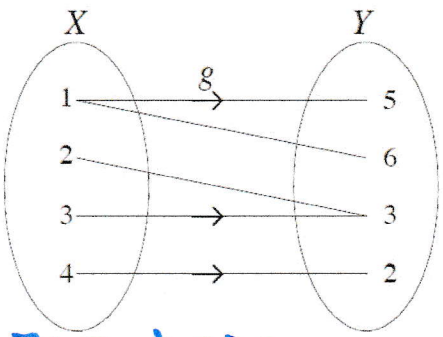
เป็นฟังก์ชัน

$f = \{(1,5), (2,3), (3,3), (4,2)\}$

$D_f = \{1, 2, 3, 4\}$

$R_f = \{5, 3, 2\}$

(2)



ไม่เป็นฟังก์ชัน

$g = \{(1,5), (1,6), (2,3), (3,3), (4,2)\}$

เพราะมี $(1,5), (1,6) \in g$ แต่ $5 \neq 6$

$f(x) = 2x - 1$

$5 \to [f] \to 2(5) - 1 = 9$

$\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Ex $f(x) = 2x - 1$

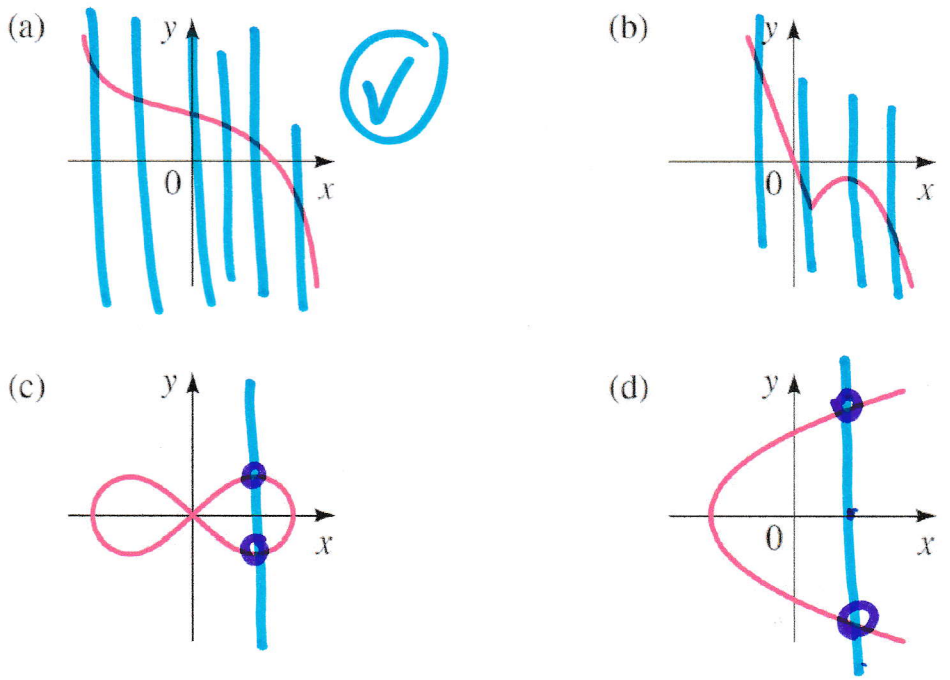
$f(5) = 2(5) - 1 = 9$

$(2, 5) \in f$

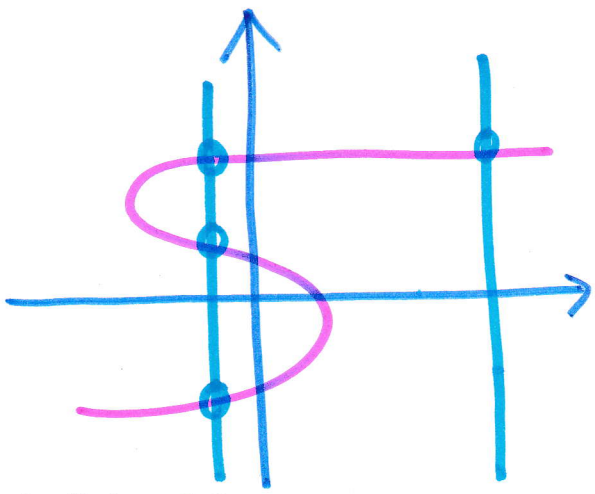
Vertical Line Test for a Function

If there is a vertical line that passes through two or more points on the graph of an equation, then the equation does not specify a function.

Example 2 Use a vertical line test to indicate whether each graph specifies a function.



Note: If we draw a vertical line and it passes through less than two points on the graph of an equation, we can't conclude that the equation specifies a function. There may be another vertical line that passes through two or more points on the graph of an equation.



$f(\clubsuit) = 2\clubsuit - 3$

$f(5+h) \neq f(5)+f(h)$ โดยทั่วไป

$f(a+b) \neq f(a)+f(b)$

Example 3 For $f(x) = 2x - 3$, find

1. $f(5)$

$f(5) = 2(5) - 3 = 7$

2. $f(5) + f(h)$

$f(5) + f(h) = 7 + 2(h) - 3$

$= 2h + 4$

3. $f(5+h)$

$f(5+h) = 2(5+h) - 3$

$= 10 + 2h - 3 = 2h + 7$

4. $\dfrac{f(5+h) - f(5)}{h}$

$\dfrac{f(5+h) - f(5)}{h} = \dfrac{(2h+7) - 7}{h}$

$= \dfrac{2h}{h} = 2$

Example 4 Find the domain of each function.

1. $f(x) = 2x + 1$

$D_f = \mathbb{R}$

2. $g(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$

$x - 2 \neq 0$

เขียนใหม่ให้ดูง่ายขึ้นได้ดังนี้

$x - 2 \neq 0$

$x \neq 2$

$D_g = \mathbb{R} - \{2\}$

หรือดูจาก

① $\frac{1}{\blacktriangle} \Rightarrow \blacktriangle \neq 0$

② $\sqrt{\bullet} \Rightarrow \bullet \geq 0$

③ $|\clubsuit| = \clubsuit \Rightarrow \clubsuit \geq 0$

3. $F(x) = \sqrt{4x - 7}$

$4x - 7 \geq 0$

$4x \geq 7$

$x \geq \frac{7}{4}$

$D_F = [\frac{7}{4}, \infty)$

4. $G(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-5}}$

① $x - 5 \geq 0$

② $\sqrt{x-5} \neq 0$

① $x - 5 \geq 0$

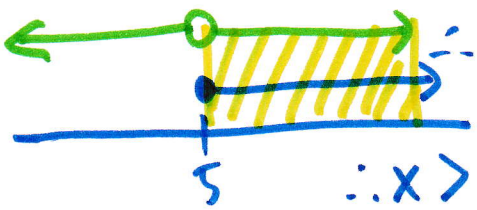
$x \geq 5$

② $\sqrt{x-5} \neq 0$

$(\sqrt{x-5})^2 \neq 0$

$x - 5 \neq 0$

$x \neq 5$



$\therefore x > 5$

$D_G = (5, \infty)$