

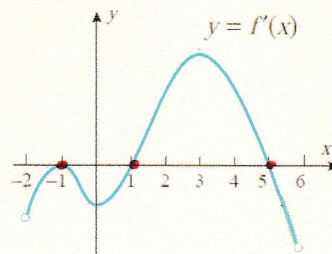
แบบฝึกหัดทบทวน

เพื่อเช็คชื่อเข้าชั้นเรียน ประจำวันพฤหัสบดีที่ 21 กันยายน พ.ศ.2560

(ส่งในชั้นเรียนวันจันทร์ที่ 25 กันยายน ภายในเวลา 13.10 น.)

ชื่อ-สกุล..... บลอย รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....

1. กำหนดให้กราฟต่อไปนี้เป็นกราฟที่แสดงอนุพันธ์ $f'(x)$ ของฟังก์ชัน f บนช่วงปิด $[-2, 6]$

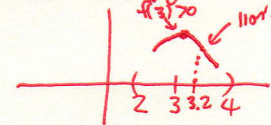


- (a) ช่วงที่ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม คือ $f'(x) > 0$ คือ $[1, 5]$
 (b) ช่วงที่ f เว่าลง คือ $f'(x) < 0$ คือ $[-1, 0]$ และ $[3, 6]$
 (c) ค่า x ทั้งหมดที่ทำให้เกิดจุดเปลี่ยนเว้า คือ จุดที่ทำให้ $f''(x) = 0$ หรือ $- \infty$ หรือ $+\infty$ (ดูที่จุดที่เส้นโค้งเปลี่ยนในกราฟของ $f'(x)$)
 (d) ค่า x ทั้งหมดที่ทำให้เกิดจุดสุดขีดสัมพัทธ์ คือ จุดที่ $f'(x) = 0$ คือ $x = -1, 1, 5$

2. กำหนดให้ $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ทุกจุด จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผล

- (a) ถ้า $f'(x) < 0$ บนช่วง $(2, 4)$ แล้ว $f(2) > f(3) > f(4)$ จริง เพราะ $f'(x) < 0 \forall x \in (2, 4)$ ทั่วทั้ง f เป็นฟังก์ชันลดบน $[2, 4]$ ดังนั้น $f(2) > f(3) > f(4)$

- (b) ถ้า $f'(3) > 0$ แล้ว f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $(2, 4)$ ไม่จริง เพราะ $f'(3) > 0$ ไม่ได้หมายความว่า f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบน $(2, 4)$ ทั่วทั้ง



3. จงหาค่า k ที่ทำให้ค่าวิกฤตของฟังก์ชัน $f(x) = x^3 - kx + 5$ คือ -2 และ 2

$f(x)$ เป็นพหุนาม $\Rightarrow f'(x)$ หาได้ทุกจุด $\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - k$

ค่าวิกฤตเป็น -2 คือ $f'(-2) = 0$ หรือ $f'(2) = 0$

$\therefore 0 = 3(-2)^2 - k$

$0 = 3(4) - k \Rightarrow k = 12$

กรณีค่าวิกฤตเป็น 2 คือ $f'(2) = 0$ พิจารณาแทนค่าลงใน $f'(x)$ ได้ $k = 12$

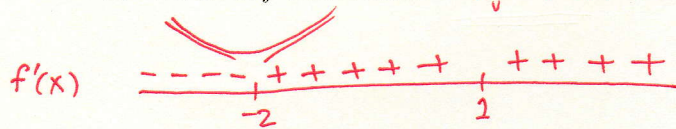
4. กำหนดให้ฟังก์ชัน f มีอนุพันธ์คือ $f'(x) = (x-1)^2(x+2)$

(a) จงหาค่าวิกฤตของ f หา x ที่ $f'(x) = 0$ หรือหา x ที่ $f'(x) = 0$
 จะเห็นว่า เราหา $f'(x) = 0$ นั่นคือ $(x-1)^2(x+2) = 0$

$$\therefore x = 1, -2$$

(b) จงหาช่วงที่ f เป็นฟังก์ชันลด (ดูที่ $f'(x) < 0$)

$$\therefore \text{จุดวิกฤตคือ } x = 1, -2$$

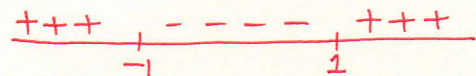


ช่วงที่ f เป็นฟังก์ชันลดคือ $(-\infty, -2]$.

(c) จงหาช่วงที่กราฟของ f โค้งงอ (เว้าขึ้น: concave up)

$$\text{ดูที่ } f''(x) > 0$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= (x-1)^2 + (x+2)(2)(x-1) \\ &= (x-1)[(x-1) + 2(x+2)] \\ &= (x-1)[3x+3] \end{aligned}$$



จุดที่กราฟเปลี่ยนคือ $x = 1, -1$

ช่วงที่ f เว้าขึ้นคือ $(-\infty, -1], [1, \infty)$

(d) จงทดสอบค่าวิกฤตที่ได้จากข้อ (a) ว่าทำให้ f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือต่ำสุดสัมพัทธ์หรือไม่

ตรวจสอบโดยอนุพันธ์อันดับสอง

$$\text{จาก } f''(x) = (x-1)(3x+3) \text{ และจุดวิกฤต } x = 1, -2$$

① $f''(1) = 0$ สรุปไม่ได้ว่า f มีค่าสูงสุด/ต่ำสุดสัมพัทธ์
 แต่จาก (b) จะเห็นว่า ที่ $x = 1$ f ไม่ได้นิยามค่าสูงสุดสัมพัทธ์

② $f''(-2) = (-2-1)(3(-2)+3) = (-3)(-3) = 9 > 0$
 $\therefore$ ที่ $x = -2$ ให้ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์