

206171 Semester 1/2017

Checklist for the Mid-term Examination

Disclaimer:

This checklist should be used for checking yourself whether you have already understood the concepts in the classes.

เอกสารนี้จัดทำขึ้นเพื่อช่วยให้นักศึกษาสามารถทบทวนประเด็นสำคัญที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่ได้ศึกษามา

วิธีใช้เอกสารนี้

เอกสารนี้ได้รวบรวมหัวข้อ / ประเด็น / จุดเน้นที่นักศึกษาควรทราบ นักศึกษาควรใช้เอกสารนี้เป็นแนวทางในการเขียนแจกแจงรายละเอียดเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้ว เพื่อเป็นการทบทวนด้วยตนเอง

Chapter 1 Matrices and System of Linear Equations

Part 1: Solving linear equation systems

การแก้ระบบสมการเชิงเส้น

1. System of two equations in two variables ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

วิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

- Graphing Method การวาดกราฟ
 - Interpretation of the linear equation (slope / y-intercept)
การตีความหมายของระบบสมการ : ความชัน / จุดตัดแกน y
- Method of Substitution การแทนค่าตัวแปร
- Elimination by addition การกำจัดตัวแปรโดยการบวกสมการ

2. Consideration of the equation systems การพิจารณาคำตอบของระบบสมการ

- Consistent
 - Dependent / independent
- Inconsistent
- Interpretation with graphing Method (in the case of two variables)
การตีความกับวิธีการวาดกราฟ (ในกรณีของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร)

3. Solving linear equations using augmented matrices การแก้ระบบสมการโดยใช้เมทริกซ์แต่งเต็ม

- Augmented matrix เมทริกซ์แต่งเต็ม
- Row-equivalent matrix การสมมูลตามแถว
 - Interchange between rows การสลับกันระหว่างแถว
 - Multiplication with nonzero constant การคูณด้วยค่าคงที่ทั้งแถว
 - Multiplication a row with constant and addition to other row
การคูณแถวด้วยค่าคงที่ แล้วไปบวกทั้งสมการ
- Elementary row operations and Gauss-Jordan elimination
การดำเนินการตามแถวและการกำจัดแบบเกาส์ – จอร์แดน
 - Conditions of the solutions เงื่อนไขการมีคำตอบจากกระบวนการ
 - Reduced row echelon form and their conditions (P. 7)
รูปแบบขั้นบันไดและเงื่อนไขที่เกี่ยวข้อง
 - Procedure of Gauss-Jordan Elimination ขั้นตอนการกำจัดแบบเกาส์-จอร์แดน
(Refers to the row-equivalent matrix) สอดคล้องกับการสมมูลตามแถว

4. Applications โจทย์ปัญหา

- Determine the variable กำหนดตัวแปร
- Construct the equation system สร้างระบบสมการ
- Solve the equation system using the studied techniques แก้ระบบสมการโดยวิธีที่ศึกษา
- Interpret the solution (Remark that the solution may occur in the dependent case. How to interpret the solution?)

ตีความคำตอบของระบบสมการ คำตอบของระบบสมการอาจมีได้หลายคำตอบ ต้องพิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้และสมเหตุสมผล

Part 2: Matrices Algebra

พีชคณิตของเมทริกซ์

1. Basic Operation of matrices

การดำเนินการระหว่างเมทริกซ์

- Addition and subtraction of matrices: When can we add or subtract two matrices?
การบวกและลบของเมทริกซ์ ทำได้เมื่อไร?
- Multiplication of matrices: When can we multiply two matrices? How can we multiply two matrices?
การคูณเมทริกซ์สองเมทริกซ์ จะทำได้เมื่อไร? และเราจะหาผลคูณของเมทริกซ์ได้อย่างไร
- Some algebraic properties of matrices สมบัติทางพีชคณิตของเมทริกซ์
 - Identity matrices เมทริกซ์เอกลักษณ์
 - Matrix Inverses อินเวอร์สของเมทริกซ์
 - Non-singular matrix / singular matrix
 - Finding the inverse of matrices การหาอินเวอร์สของเมทริกซ์
 - 2 x 2 matrix: Formula ? การหาอินเวอร์สของเมทริกซ์ขนาด 2 x 2
 - General dimension: We use augmented matrix with Gauss-Jordan el.
กรณีมิติทั่วไป ใช้เมทริกซ์แต่งเติม แล้วใช้กระบวนการกำจัดเกาส์-จอร์แดนช่วย
 - Addition Properties : Associative, Commutative, Additive identity, Additive Inverse
สมบัติภายใต้การบวก : เปลี่ยนกลุ่ม, สลับที่, เอกลักษณ์การบวก, อินเวอร์สการบวก
 - Multiplicative Properties : Associative, Multiplicative identity, Multiplicative Inverse
สมบัติภายใต้การคูณ : เปลี่ยนกลุ่ม, เอกลักษณ์การคูณ, อินเวอร์สการคูณ
Matrix does not have the commutative properties under multiplication!!
เมทริกซ์ไม่มีสมบัติการสลับที่ภายใต้การคูณ
 - Other properties: Distributive properties, Equality properties
สมบัติอื่นๆ เช่น การแจกแจง (ระหว่างการบวก – คูณ) สมบัติการเท่ากันของเมทริกซ์

2. Matrix Equations

สมการเมทริกซ์

We can use the properties of matrices to solve the system of equations.

เราสามารถใช้สมบัติของเมทริกซ์ช่วยในการแก้ระบบสมการได้

From the equation system, we can construct the matrix equation $AX = B$.

X can be solved by $X = A^{-1}B$ when A^{-1} is the inverse of the matrix A (if exists).

จากระบบสมการ สร้างเมทริกซ์ $AX = B$

การหา X หาได้จาก $X = A^{-1}B$ เมื่อ A^{-1} เป็นอินเวอร์สของเมทริกซ์ A (ถ้ามี)

Chapter 2 Linear Programming

Part 1: Basic linear programming problem กำหนดการเชิงเส้นพื้นฐาน

1. Constructing a model for LP

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้น

- Main parts of LP

องค์ประกอบพื้นฐานของกำหนดการเชิงเส้น

○ Nonnegative variables

ตัวแปรที่ไม่เป็นลบ

○ Objective function

ฟังก์ชันจุดประสงค์

Analyze that the problem is **Max / Min** problem. วิเคราะห์ปัญหาว่าให้หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

○ Constraints

อสมการข้อจำกัด

Minimize (or Maximize)

Objective function

Subject to

constraint 1

constraint 2

...

Constraint m

Such that all variables are nonnegative

2. Geometric method for solving LP

การแก้กำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีเชิงเรขาคณิต

- Graph of linear inequalities

กราฟของอสมการเชิงเส้น

Draw the region satisfying the condition of constraints $\leq, \geq, <$ or $>$

การวาดอาณาบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด $\leq, \geq, <$ หรือ $>$

- Solving LP using geometric method

○ Consider the all of region and find the intersection of regions to obtain **feasible region**

พิจารณาอาณาบริเวณทั้งหมด แล้วหา intersection ของบริเวณทั้งหมดเพื่อพิจารณาบริเวณที่เป็นไปได้

○ Consider the corner points of the region to check the max / min with objective function

พิจารณาจุดมุมทั้งหมดที่เกิดจาก intersection ของบริเวณ แล้วตรวจสอบการให้ค่าสูงสุด / ต่ำสุดในฟังก์ชันจุดประสงค์

○ Some LP problem may not have solution!

บางปัญหาอาจไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้

Part 2: Simplex Method วิธีซิมเพล็กซ์

1. Formation of the simplex tableau

การสร้างตารางซิมเพล็กซ์

- Standard Maximization problem in the standard form

Maximize $P = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

Subject to the constraints in the form (with m constraints)

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

with nonnegative constraints $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$

- Formulate the LP problem to the equation system with **Slack variables**

แปลงปัญหา LP ให้อยู่ในระบบสมการโดยใช้ตัวแปรช่วย

- Write the simplex tableau with the objective function

เขียนตารางซิมเพล็กซ์โดยรวมฟังก์ชันจุดประสงค์ด้วย

2. Basic operation on the simplex table

การดำเนินการเบื้องต้นในตารางซิมเพล็กซ์

- Choosing the **Entering column** by ?

เลือก entering column โดย ?

- Choosing the **Departing row** by ?

เลือก departing row โดย ?

○ Consider the conditions to choose the departing row

พิจารณาเงื่อนไขการเลือก departing row

- Choosing the **pivot** ?

เลือก pivot โดย ? เลือกอย่างไร ? เลือกได้หรือไม่ ?

- Switch the nonbasic variable to basic variable from the entering column to departing row
เปลี่ยนตัวแปรมูลฐาน เป็นตัวแปรมูลฐาน จาก entering column สู่ departing row
- Employ the operation in the row with **specified rules**. (in P.9)
ดำเนินการตามแถว โดยวิธีการที่ระบุไว้ (ในหน้า 9)
- Repeat the processes until all of the last row elements are positive or we cannot find the pivot while some elements of the last row are negative. In the latter case, there are no optimal solution.
ทำวิธีเดิมซ้ำ จนกระทั่งสมาชิกในแถวสุดท้าย (แถวของฟังก์ชันจุดประสงค์) เป็นบวกทั้งหมด หรือ ไม่สามารถหา pivot ได้แล้ว ถึงแม้จะมีสมาชิกที่เป็นลบก็ตาม (ในกรณีนี้จะไม่มีความคำตอบ optimal)
- Interpretation of the solution from the table
อ่านคำตอบจากตาราง simplex ตามแถว

3. Dual Problem ปัญหาควบคู่

- The standard LP problem is to find Max. We would like to find the minimum in this problem.
ปัญหา LP มาตรฐาน ต้องการหา max แต่เราต้องการหาปัญหา min
- The minimization problem is formulated by transforming the problem to its dual problem.
ปัญหาค่าต่ำสุดสามารถทำได้โดยการแปลงปัญหาไปสู่ปัญหาที่คู่กันกับปัญหา max
- From the initial problem, construct the augmented matrix A (make sure that the problem is the standard LP problem)
จากปัญหาดั้งเดิม สร้างเมทริกซ์แต่งเติม A อย่าลืมตรวจสอบให้มั่นใจว่าปัญหาอยู่ในรูปมาตรฐานแล้วหรือยัง
- Find the matrix A^T of the matrix A, and interpret the problem which is minimization problem.
หาเมทริกซ์ A^T (transpose of A) แล้วสร้างระบบที่คู่กัน ซึ่งเป็นการหา min
- Solve the dual problem using simplex method, and interpret the solution. Don't forget to interpret back to the original problem.
แก้ปัญหาคู่ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จากนั้นตีความคำตอบ อย่าลืมตีความกลับไปสู่ปัญหาดั้งเดิมด้วย

4. Big M method วิธี Big M

- In this case, the constraints may include other sign ($\geq$ or $=$). Therefore, we try to transform the constraints to the standard form of LP.
โดยทั่วไป ข้อสมการข้อจำกัดอาจอยู่ในรูปแบบที่สมเคร่งหมาย เราจึงต้องพยายามทำให้อยู่ในรูป standard form
- In the case of $\geq$, we use surplus variable S_i and add artificial variable a_i
กรณีที่ข้อสมการข้อจำกัดอยู่ในรูป $\geq$ เราจะทำการหัก surplus variable S_i แล้วเติม artificial variable (ตัวแปรเทียม) a_i
- In the case of $=$, we add artificial variable a_i .
กรณีที่ข้อสมการข้อจำกัดอยู่ในรูป $=$ เราจะเติม artificial variable a_i
- When we add artificial variables a_i , don't forget to subtract the objective function with Ma_i .
ทุกครั้งที่มีการเติม artificial variable อย่าลืมหัก Ma_i ออกจาก objective function.
- Construct the preliminary simplex tableau with all slack variables and artificial variables.
สร้างตารางซิมเพล็กซ์ขั้นปฐม โดยติดเทอม M ในแถวสุดท้ายของตัวแปรเทียม a_i
- Eliminate the variable M in the column of artificial variables a_i to construct the initial simplex tableau.
กำจัดตัวแปร M ในแถวของตัวแปรเทียม เพื่อสร้างตารางซิมเพล็กซ์ขั้นต้น
- Solve the simplex problem as usual.
แก้ตารางซิมเพล็กซ์ตามขั้นตอนที่ศึกษามาแล้ว
- In the minimization problem, change the objective function by multiplying -1 to the objective function.
Then solve for the maximization problem. The interpretation of the optimal value is done by multiplying -1, then we get the solution of the minimization problem.

ในปัญหาค่าต่ำสุด ให้คูณ -1 ในฟังก์ชันจุดประสงค์ จากปัญหา min ให้กลายเป็นปัญหา max จากนั้นทำการแก้แบบปกติเช่นเดิม คำตอบที่ได้ ให้คูณด้วย -1 เพื่อแปลงคำตอบของ max ให้กลายเป็น min

5. Transportation Problem

ปัญหาการขนส่ง

- Determine the variable from the factories to warehouses
กำหนดตัวแปร จากโรงงานผลิต สู่อุทยานกระจายสินค้า
- Consider the objective function by **maximizing** the profit or **minimizing** the cost of shipping.
ฟังก์ชันจุดประสงค์พิจารณาจากการ max กำไร หรือ min ค่าขนส่ง
- Constraints will be considered from the conditions of products available from factory i , and the conditions of products required at warehouse j .
ข้อสมการข้อจำกัด พิจารณาจากเงื่อนไข
 - จำนวนสินค้าที่ผลิตได้จากแต่ละโรงงาน
 - จำนวนสินค้าที่อุทยานกระจายสินค้าต้องการ
- Drawing the diagram may help you to formulate the problem.
การเขียนแผนภาพอาจจะช่วยให้สามารถเขียนปัญหาได้ง่ายขึ้น

Chapter 3 Functions and Graphs

Part 1: Basic Definitions and graphs นิยามพื้นฐานและสมบัติเบื้องต้นของกราฟของฟังก์ชัน

1. Definitions

นิยามของฟังก์ชันพื้นฐาน

- Definition of function นิยามของฟังก์ชัน
 - Function in the form of coordinates ฟังก์ชันในรูปแบบของคู่อันดับ
 - Function in the form of formulas ฟังก์ชันในรูปแบบของสูตร
 - Domain and range of the functions โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน
 - Finding the domain of functions หาโดเมนของฟังก์ชัน
- Verifying the function using the vertical line test
การตรวจสอบการเป็นฟังก์ชันโดยการสร้างเส้นขนานแกน y

2. Elementary functions and its transformation

ฟังก์ชันพื้นฐานและการแปลงรูปแบบของกราฟ

- Transformation of graphs การแปลงกราฟ
 - Translation การเลื่อนแกนทางขนาน : ย้ายจุดอ้างอิงของกราฟสู่ (h, k)
 - Reflection สะท้อนกราฟด้วยการคูณด้วยเครื่องหมายลบ
 - Stretch การย่อ / ขยายกราฟ ด้วยการคูณด้วยค่าคงที่ ($A > 1$ / $0 < A < 1$)

Part 2: Some important functions

ฟังก์ชันที่สำคัญ

Consider on their domains, understand the graph of function พิจารณาโดเมนของฟังก์ชัน, วาดกราฟของฟังก์ชัน

1. Piecewise-defined function ฟังก์ชันที่นิยามตามเงื่อนไข
2. Quadratic function ฟังก์ชันกำลังสอง
 - Analysis of its graph การวิเคราะห์กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
3. Polynomial function ฟังก์ชันพหุนาม
4. Rational function ฟังก์ชันตรรกยะ
 - Horizontal asymptote เส้นกำกับแนวนอน
 - Vertical asymptote เส้นกำกับแนวตั้ง (แนวเย้น)
5. Trigonometric function ฟังก์ชันตรีโกณมิติ
 - Radian VS degrees มุมในหน่วยเรเดียน และองศา

- Trigonometric function value of the important angle

ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติในค่ามุมที่สำคัญ

6. Exponential and Logarithmic function ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและลอการิทึม

- Graphs of exponential and logarithmic functions

กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและลอการิทึม

- Graph of the case $a > 1$, $0 < a < 1$

กราฟในกรณี $a > 1$, $0 < a < 1$

- Basic properties of exponential and logarithmic function (P. 16, 17)

สมบัติต่างๆ ของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและลอการิทึม (หน้า 16, 17)

Good luck for the mid-term examination

ขอให้ทุกคนโชคดีในการสอบกลางภาค