

แบบฝึกหัดทบทวนความเข้าใจ (Checkpoint Exercise 1)

ชื่อ-สกุล..... บ.ล.ช...... รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....

สถานการณ์ปัญหา

ร้านค้าแห่งหนึ่งนำอาหารสัตว์สองชนิดมาผสมกัน เพื่อขายกิโลกรัมละ 80 บาท ชนิดแรก ปกติขายกิโลกรัมละ 60 บาท ชนิดที่สอง ปกติขายกิโลกรัมละ 90 บาท สมมติว่าต้องการขายอาหารผสม 60 กิโลกรัม

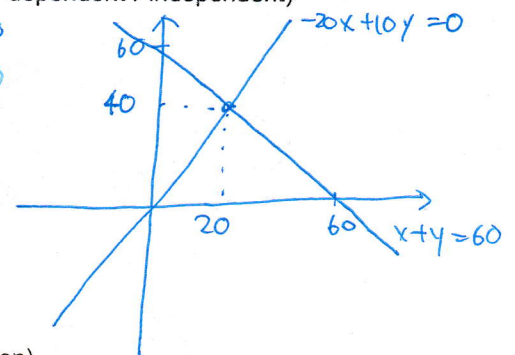
- จงสร้างระบบสมการเพื่อหาว่า ต้องใช้อาหารสัตว์แต่ละชนิดกี่กิโลกรัมมาผสมกัน เพื่อที่จะทำให้รายได้ไม่เปลี่ยนแปลง

สมมติว่าอาหารสัตว์ชนิดที่ 1 มี x กิโลกรัม
และ อาหารสัตว์ชนิดที่ 2 มี y กิโลกรัม

$$\begin{array}{l} \text{เงื่อนไขปริมาณอาหาร:} \\ \text{เงื่อนไขราคา} \end{array} \quad \begin{array}{l} x + y = 60 \\ 60x + 90y = (80)(x + y) \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} x + y = 60 \\ -20x + 10y = 0 \end{array} \right.$$

- จากระบบสมการในข้อ 1 ให้วาดกราฟของระบบสมการ พร้อมทั้งพิจารณาความชัน, จุดตัดแกน y และตรวจสอบการมีคำตอบของระบบสมการอย่างง่าย (consistent / inconsistent, dependent / independent)

จาก $x + y = 60 \rightarrow \text{slope} = -1$; y -intercept = 60
 $-20x + 10y = 0 \rightarrow \text{slope} = 2$; y -intercept = 0
 $\therefore$ consistent
 both independent



- แก้ระบบสมการที่สร้างจากข้อ 1 โดยใช้วิธีแทนค่า (Method of substitution)

$$\begin{array}{rcl} x + y & = & 60 \quad \text{--- (1)} \\ -20x + 10y & = & 0 \quad \text{--- (2)} \end{array}$$

From (2), $10y = 20x$
 $y = 2x \quad \text{--- (3)}$

Substitute (3) in (1);

$$\begin{array}{rcl} x + 2x & = & 60 \\ 3x & = & 60 \end{array} \quad \therefore \boxed{x = 20}$$

when $x = 20$, $y = 2(20) = 40$
 $\therefore \boxed{y = 40}$

- แก้ระบบสมการที่สร้างจากข้อ 1 โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปร (Elimination by addition)

$$\begin{array}{rcl} x + y & = & 60 \quad \text{--- (1)} \\ -20x + 10y & = & 0 \quad \text{--- (2)} \end{array}$$

$20 \times \text{(1)};$
 $20x + 20y = 120 \quad \text{--- (3)}$
 $\text{(3)} + \text{(2)};$
 $30y = 120$
 $\boxed{y = 40}$

$\therefore x + 40 = 60$
 Therefore, $\boxed{x = 20}$

5. จากระบบสมการในข้อ 1 ให้เขียนระบบสมการให้อยู่ในรูปเมทริกซ์แต่งเต็ม (Augmented Matrix) พร้อมทั้งใช้วิธีการกำจัดแบบเกาส์ - จอร์แดน (Gauss-Jordan Elimination method) แก่ระบบสมการเพื่อหาคำตอบ

$$\begin{aligned} x + y &= 60 \\ -20x + 10y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{Augmented Matrix: } \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 60 \\ -20 & 10 & 0 \end{array} \right] &\sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 60 \\ 0 & 30 & 1200 \end{array} \right] R_2 + 20R_1 \rightarrow R_2' \\ &\sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 60 \\ 0 & 1 & 40 \end{array} \right] \frac{1}{30} R_2 \rightarrow R_2' \\ &\sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 20 \\ 0 & 1 & 40 \end{array} \right] R_1 - R_2 \rightarrow R_1 \end{aligned}$$

$$\therefore \boxed{\begin{matrix} x = 20 \\ y = 40 \end{matrix}}$$

6. จากระบบสมการในข้อ 1 ให้เขียนระบบสมการให้อยู่ในรูป $AX = B$ เมื่อ A คือเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ (coefficient matrix) X คือเมทริกซ์ตัวแปร (variable matrix) และ B เมทริกซ์ค่าคงที่ (constant matrix) จากนั้นให้พิจารณาว่า จะคำนวณหาคำตอบของเมทริกซ์ X ได้อย่างไร

$$\begin{aligned} x + y &= 60 \\ -20x + 10y &= 0 \end{aligned}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -20 & 10 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} 60 \\ 0 \end{bmatrix}}_B$$

หา A^{-1} เพื่อคูณกับ $AX = B$.
 1. ได้ดังนี้ $AA^{-1}X = A^{-1}B$
 $(IX) = A^{-1}B$
 $\boxed{X = A^{-1}B}$

7. จากข้อ 6 ให้ใช้วิธีหาอินเวอร์สของเมทริกซ์ A เพื่อหาคำตอบของระบบสมการ $AX = B$

$$\begin{aligned} \text{จาก } A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -20 & 10 \end{bmatrix} \\ \therefore A^{-1} &= \frac{1}{(1)(10) - (1)(-20)} \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 20 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{30} \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 20 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{10}{30} & -\frac{1}{30} \\ \frac{20}{30} & \frac{1}{30} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Then } X &= \begin{bmatrix} \frac{10}{30} & -\frac{1}{30} \\ \frac{20}{30} & \frac{1}{30} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 60 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (\frac{10}{30})(60) + (-\frac{1}{30})(0) \\ (\frac{20}{30})(60) + (\frac{1}{30})(0) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 20 \\ 40 \end{bmatrix} \\ \therefore \boxed{x=20, y=40} \end{aligned}$$

8. จากคำตอบของข้อ 3, 4, 5, 7 ให้ตีความหมายคำตอบของระบบสมการ แล้วอธิบายสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้

จาก $x=20, y=40$ แปลว่า ต้องซื้ออาหารชนิดแรก 20 kg
 และชนิดที่สอง 40 kg จึงจะได้พลังงานรวมเท่ากับ 1600 kcal