

## แบบทดสอบย่อย

เพื่อเช็คชื่อเข้าชั้นเรียน ประจำวันพฤหัสบดีที่ 9 พฤศจิกายน พ.ศ.2560

ชื่อ-สกุล..... พิชญะ ..... รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....

ให้นักศึกษาเลือกทำ 1 ข้อตามความสมัครใจ ข้อที่เหลือให้จดกลับไปทำเป็นการบ้าน การหาคอนโด การอพาร์ทเมนต์ โดยให้วงกลมหน้าหมายเลขข้อที่เลือกทำด้วย

1. จงแสดงวิธีหาปริพันธ์  $\int (1 + \cos^2 x) dx$

2. จงแสดงวิธีการหาปริพันธ์  $\int \cos(9\theta) \sin(7\theta) d\theta$

3. จงแสดงวิธีการหาปริพันธ์  $\int \frac{\cos^3 x}{\csc^4 x} dx$

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \int (1 + \cos^2 x) dx &= \int dx + \int \cos^2 x dx \\
 &= x + \int \frac{1}{2} (1 + \cos 2x) dx \\
 &= x + \frac{1}{2} \int (1 + \cos 2x) dx \\
 &= x + \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C \\
 &= \frac{3}{2}x + \frac{\sin 2x}{4} + C \quad \#
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \int \cos(9\theta) \sin(7\theta) d\theta &= \int \frac{1}{2} [\sin(7\theta + 9\theta) + \sin(7\theta - 9\theta)] d\theta \\
 &= \frac{1}{2} \int [\sin(16\theta) + \sin(-2\theta)] d\theta \\
 &= \frac{1}{2} \left[ -\cos\left(\frac{16\theta}{16}\right) - \cos\left(\frac{-2\theta}{-2}\right) \right] + C \\
 &= -\frac{1}{32} \cos 16\theta + \frac{1}{4} \cos(-2\theta) + C \\
 &= -\frac{1}{32} \cos 16\theta + \frac{1}{4} \cos(2\theta) + C \quad \#
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad \int \frac{\cos^3 x}{\csc^4 x} dx &= \int \cos^3 x \sin^4 x dx \\
 &= \int \cos x (\cos^2 x) \sin^4 x dx \\
 &= \int \cos x (1 - \sin^2 x) \sin^4 x dx \\
 &= \int \cos x (\sin^4 x - \sin^6 x) dx \\
 \text{ให้ } u &= \sin x ; du = \cos x dx \\
 &= \int (u^4 - u^6) du \\
 &= \frac{u^5}{5} - \frac{u^7}{7} + C \\
 &= \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + C \quad \#
 \end{aligned}$$

เอกลักษณ์ตรีโกณมิติที่น่าจะเป็นประโยชน์

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x)) \quad \sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$$

$$\sin(mx) \cos(nx) = \frac{1}{2}[\sin(m+n)x + \sin(m-n)x]$$