

แบบทดสอบย่อย

เพื่อเช็คชื่อเข้าชั้นเรียน ประจำวันพฤหัสบดีที่ 16 พฤศจิกายน พ.ศ.2560

ชื่อ-สกุล..... ณัชชา รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....

ให้นักศึกษาทำข้อ 1 ส่วนข้อที่เหลือให้จดกลับไปฝึกทำเป็นการบ้าน การหอ การคอนโด การอพาร์ทเมนต์

1. ให้เขียนปริพันธ์ไม่ตรงแบบต่อไปในรูปของลิมิต โดยไม่ต้องคำนวณค่า

(a) $\int_1^{+\infty} x dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b x dx$

(b) $\int_{-\infty}^2 \frac{1}{(x-2)^4} dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^0 \frac{1}{(x-2)^4} dx + \lim_{b \rightarrow 2^-} \int_0^b \frac{1}{(x-2)^4} dx$

(c) $\int_1^2 \frac{x}{(x^2-1)} dx = \lim_{a \rightarrow 1^+} \int_a^2 \frac{x}{(x^2-1)} dx$

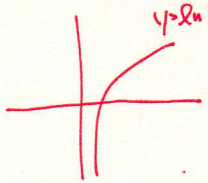
2. จงแสดงวิธีการหาค่าปริพันธ์ไม่ตรงแบบ $\int_1^2 \frac{x}{(x^2-1)} dx$ พร้อมทั้งระบุว่าปริพันธ์ดังกล่าวลู่เข้าหรือลู่ออก

3. จงหาปริพันธ์ $\int \frac{\sqrt{x^2-25}}{2x} dx$

(2) $\int_1^2 \frac{x}{(x^2-1)} dx = \lim_{a \rightarrow 1^+} \int_a^2 \frac{x}{(x^2-1)} dx$ (เป็น improper integral type 2)

พิจารณา $\int \frac{x}{x^2-1} dx$ ให้ $u = x^2-1$; $du = 2x dx$
 $= \frac{1}{2} \int \frac{du}{u} = \frac{1}{2} \ln|u| + C = \frac{1}{2} \ln|x^2-1| + C$

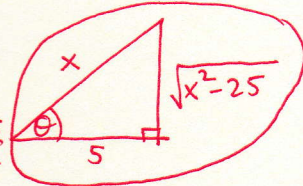
$\therefore \lim_{a \rightarrow 1^+} \int_a^2 \frac{x}{(x^2-1)} dx = \lim_{a \rightarrow 1^+} \left[\frac{1}{2} \ln|x^2-1| \right]_a^2$
 $= \lim_{a \rightarrow 1^+} \left[\frac{1}{2} \ln|3| - \frac{1}{2} \ln|a^2-1| \right]$
 $= +\infty$



$\therefore \int_1^2 \frac{x}{x^2-1} dx$ diverges #

(3) $\int \frac{\sqrt{x^2-25}}{2x} dx$

ให้ $x = 5 \sec \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{5}{x}$
 $dx = 5 \sec \theta \tan \theta d\theta$



$\therefore \int \frac{\sqrt{x^2-25}}{2x} dx = \int \frac{\sqrt{25 \sec^2 \theta - 25} \cdot \sec \theta \tan \theta d\theta}{5 \sec \theta}$

$= \int \tan \theta \cdot \tan \theta d\theta$

$= \int \tan^2 \theta d\theta$

$= \int (\sec^2 \theta - 1) d\theta$

$= \int \sec^2 \theta d\theta + \int d\theta$

$= \tan \theta + \theta + C$

แทนคืน

$\therefore \int \frac{\sqrt{x^2-25}}{2x} dx = \frac{\sqrt{x^2-25}}{5} + \arctan\left(\frac{\sqrt{x^2-25}}{5}\right) + C$