

การบ้าน

ประจำวันอังคารที่ 20 กุมภาพันธ์ พ.ศ.2561 ส่งตามความสมควรใจ

ชื่อ-สกุล..... **ณชัย ~** รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....

1. จงหาลิมิตของฟังก์ชันต่อไปนี้

$$(a) \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^5 - 4x^4 - x^3 + 7x = \dots +\infty \dots$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{13x^2 + 2}}{x - 11} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{13 + \frac{2}{x^2}}}{\frac{x}{|x|} - \frac{11}{|x|}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{13 + \frac{2}{x^2}}}{1 - \frac{11}{x}} = \sqrt{13}$$

ถ้า $x \rightarrow +\infty$ เลือกใช้ $|x| = x$

$$(c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 + 8}{2x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + \frac{8}{x^2}}{2 - \frac{4}{x^2}} = 2$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 14} - x = \dots +\infty \dots$$

2. จงแสดงวิธีการหาลิมิต

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} 3x \ln 5x \quad [\text{indeterminate รูป } 0 \cdot \infty]$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} 3x \ln 5x &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(5x)}{\frac{1}{3x}} \\ &\stackrel{\text{L'Hôpital}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\frac{1}{5x})(5)}{-(\frac{1}{3x})^2(3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{1}{\frac{1}{3x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -3x = 0 \quad \# \end{aligned}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \quad [\text{indeterminate รูป } \infty - \infty]$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x - \sin x}{x \sin x} \right) \\ &\stackrel{\text{L'Hôpital}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{(x \cos x + \sin x)} \\ &\stackrel{\text{L'Hôpital}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{-x \sin x + \cos x + \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{-x \sin x + 2 \cos x} = 0 \quad \# \end{aligned}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + e^x)^{5/x} \quad [\text{indeterminate รูป } \infty^0]$$

$$\begin{aligned} \text{ให้ } y &= (1 + e^x)^{5/x} \\ \therefore \ln y &= \ln (1 + e^x)^{5/x} \\ \ln y &= \frac{5}{x} \ln (1 + e^x) \leftarrow [\text{indeterminate รูป } \frac{\infty}{\infty}] \\ \text{ดังนั้น } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x} \ln (1 + e^x) &\stackrel{\text{L'Hôpital}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\frac{5}{1+e^x})(e^x)}{1} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5e^x}{1+e^x} \\ &\stackrel{\text{L'Hôpital}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5e^x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 5 = 5 \\ \therefore \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln y &= 5 \\ \text{จะได้ว่า } \ln y &\rightarrow 5 \text{ เมื่อ } x \rightarrow +\infty. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เลือก } f(x) &= e^x \text{ ต่อเนื่องทุกจุดใน } \mathbb{R}. \\ \therefore \lim_{x \rightarrow +\infty} f(e^x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\ln y} \\ &= e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln y} \\ &= e^5. \\ \therefore \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + e^x)^{5/x} &= e^5 \quad \# \end{aligned}$$