

แบบฝึกหัดทบทวน

แจกวันอังคารที่ 24 เมษายน พ.ศ.2561

ชื่อ-สกุล..... **เณส ~** รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....

1. ให้ $y(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$, $x \geq 0$

จงตรวจสอบว่า y เป็นคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{xy''}{\ln y'} = 2y'$ หรือไม่

คำแนะนำ: จากการบ้านเมื่อวันที่ 20 มีนาคม เราทราบว่า เราสามารถใช้ Fundamental Theorem of Calculus ส่วนที่ 2 ในการหาอนุพันธ์ของ $y(x)$ ได้ ให้ใช้ผลนี้ในการตรวจสอบการเป็นคำตอบ

ทบทวนเก่าทราบว่า โดย FTC (2), $\frac{dy}{dx} = e^{x^2}$ ($\because e^{t^2}$ ต่อเนื่อง บน $\mathbb{R}$)

นั่นคือ $y' = e^{x^2}$

$$\therefore \frac{xy''}{\ln y'} = \frac{x(2xe^{x^2})}{\ln(e^{x^2})} = \frac{2x^2e^{x^2}}{x^2} = 2e^{x^2} = 2y'$$

$\therefore y$ เป็นคำตอบของสมการ $y(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$ #

2. พิจารณาสมการ $\frac{dy}{dx} = e^{-x}(y+1)^2$

(a) จงแก้สมการเชิงอนุพันธ์ดังกล่าว

(b) จงหาสมการเส้นโค้งในระนาบ xy ที่ผ่านจุด $(0, 0)$ และมีความชันที่ (x, y) คือ $e^{-x}(y+1)^2$

① แยกตัวแปร: $\frac{1}{(y+1)^2} \frac{dy}{dx} = e^{-x}$

$$\therefore \frac{1}{(y+1)^2} dy = e^{-x} dx$$

$$\int \frac{1}{(y+1)^2} dy = \int e^{-x} dx$$

$$\boxed{\frac{-2}{y+1} = -e^{-x} + C} \quad \text{--- } \textcircled{*}$$

$\textcircled{*} \int \frac{1}{(y+1)^2} dy : \text{let } u = y+1 ; du = dy$

$$\therefore \int \frac{1}{(y+1)^2} dy = \int \frac{1}{u^2} du = -2u^{-1} + C = \frac{-2}{y+1} + C$$

② จากความใน $\frac{dy}{dx} = e^{-x}(y+1)^2$ จะได้ว่า เส้นโค้งนั้นมาจาก $\textcircled{*}$

พิจารณาจุด $(0, 0)$: $\frac{-2}{1} = -e^{-0} + C$

$$\therefore -2 = -1 + C \Rightarrow C = -1$$

$\therefore$ สมการเส้นโค้งที่ผ่านจุด $(0, 0)$ คือ

$$\frac{-2}{y+1} = -e^{-x} - 1 \Rightarrow \boxed{\frac{2}{y+1} = e^{-x} + 1} \quad \#$$