

แบบฝึกหัดทบทวน

แจกวันศุกร์ที่ 27 เมษายน พ.ศ.2561

ชื่อ-สกุล..... **บณลย**..... รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....

1. พิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{1}{1+y} \frac{dy}{dx} = 2x$

(a) จงเขียนสมการในโจทย์ในรูป $\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$

(b) จงหาตัวประกอบอินทิเกรต

(c) จงหาคำตอบทั่วไปของสมการดังกล่าว

(a) $\frac{dy}{dx} = 2x(1+y)$
 $\therefore \frac{dy}{dx} = 2x + 2xy$
 $\frac{dy}{dx} - 2xy = 2x$
 $\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$

(b) $p(x) = -2x$
 $q(x) = 2x$

(c) $\mu(x) = e^{\int p(x) dx}$
 $= e^{\int -2x dx}$
 $= e^{-x^2} = e^{-x^2}$

(c) คูณเข้าประกอบอินทิเกรตทั้งสองข้าง:
 $\frac{d}{dx}(e^{-x^2}y) = e^{-x^2}(2x)$
 $\therefore d(e^{-x^2}y) = 2xe^{-x^2}dx$
 $\int d(e^{-x^2}y) = \int 2xe^{-x^2}dx$
 $e^{-x^2}y = -e^{-x^2} + C$

$u = -x^2; du = -2x dx$
 $\therefore \int 2xe^{-x^2} dx = -\int e^u du$
 $= -e^u + C$
 $= -e^{-x^2} + C$

$\therefore y = -1 + ce^{x^2}$

2. สารกัมมันตรังสีชนิดหนึ่งมีสมการการสลายตัวเป็น $y(t) = y_0 e^{-kt}$ เมื่อ $y(t)$ เป็นปริมาณสารเมื่อเวลาผ่านไป t และ y_0 เป็นปริมาณเริ่มต้นของสาร ถ้าครึ่งชีวิตของสารชนิดนี้คือ $\ln 2$ ชั่วโมง จงหาว่าสารนี้ใช้เวลากี่ชั่วโมงในการสลายตัวไปเหลือหนึ่งในสามของปริมาณเริ่มต้น

ถ้า ครึ่งชีวิต คือ $\ln 2$

① หาว่า k คืออะไร :

$\frac{y_0}{2} = y_0 e^{-k(\ln 2)}$
 $\frac{1}{2} = e^{-k \ln 2}$
 $\therefore \frac{1}{2} = 2^{-k} \Rightarrow 2^{-1} = 2^{-k} \Rightarrow k = 1$

$\therefore$ สมการเป็น $y(t) = y_0 e^{-t}$
 เมื่อเวลาผ่านไป t แล้ว $y(t) = \frac{y_0}{3}$

$\therefore \frac{y_0}{3} = y_0 e^{-t}$
 $\therefore \frac{1}{3} = e^{-t} \Rightarrow \ln(e^{-t}) = \ln(\frac{1}{3}) = -\ln 3$
 $\therefore t = \ln 3$

$\therefore$ ใช้เวลา $\ln 3$ ชั่วโมง สารจึงจะลดลงเหลือหนึ่งในสามของปริมาณเริ่มต้น