

แบบฝึกหัดทบทวน คาบเรียนวันพฤหัสบดีที่ 22 พฤศจิกายน พ.ศ.2561

ชื่อ-สกุล..... บุญ ~ รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....

1. จงแก้สมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dy}{dx} + 2y = \frac{1}{1+e^{2x}}$

ตัวประกอบของอินทิเกรตคือ $\mu(x) = e^{\int 2 dx} = e^{2x}$

$$\therefore e^{2x} \left[\frac{dy}{dx} + 2y \right] = \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$$

$$\frac{d}{dx} [e^{2x} y] = \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$$

$$\int d(e^{2x} y) = \int \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}} dx$$

$$e^{2x} y = \int \left(1 - \frac{1}{1+e^{2x}} \right) dx$$

$$y = \frac{1}{e^{2x}} [x - \arctan(e^x)] + C \quad \#$$

2. กำหนดให้ $y(t)$ คือปริมาณสาร (กรัม) ณ เวลา t (นาที) โดยที่ ซึ่งสอดคล้องดังสมการ $\frac{dy}{dt} = -ky$

สมมติว่า ณ เวลาเริ่มต้นการทดลองเมื่อ 13.00 น. มีปริมาณสารตั้งต้น 32 กรัม เมื่อเวลาผ่านไป 5 นาที ปริมาณสารเหลืออยู่ 1 กรัม

(a) จงหา $y(0)$ $y(0) = \underline{32}$

(b) จงแก้สมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dy}{dt} = -ky$.

(c) จากปัญหาค่าเริ่มต้นในข้อ (2a) and (2b), จงหาค่า k .

(b) $\frac{dy}{dt} = -ky$

$$\therefore \frac{1}{y} \frac{dy}{dt} = -k$$

$$\frac{1}{y} dy = -k dt$$

$$\int \frac{1}{y} dy = \int -k dt$$

$$\therefore \ln|y| = -kt + C$$

$$\therefore y = Ae^{-kt} \quad \#$$

(c) ถ้า $y(0) = 32$ จะได้ว่า

$$32 = Ae^0 \Rightarrow A = 32$$

$$\therefore y(t) = 32e^{-kt}$$

ถ้า $y(5) = 1$ จะได้ว่า

$$1 = 32e^{-k(5)}$$

$$\frac{1}{32} = e^{-5k}$$

$$\therefore \ln \frac{1}{32} = \ln e^{-5k}$$

$$5 \ln 2 = 5k$$

$$\therefore k = \ln 2 \quad \#$$