

เอกสารประกอบการสอน
กระบวนการวิชา 206100
(คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน)

ณัฐวัชร สอนิชัย

ภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
2560

คำนำ

เอกสารประกอบการสอนเล่มนี้ ผู้เขียนได้เรียบเรียงขึ้นเพื่อให้นักศึกษา ใช้ศึกษาประกอบการเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน (Mathematics in Everyday Life) รหัสวิชา 206100 โดยมีเนื้อหาไปตามที่กำหนดในหลักสูตรและได้แบ่งเวลาที่ใช้ในการสอนแต่ละบท ดังนี้

	จำนวนชั่วโมง
บทที่ 1 การแก้โจทย์ปัญหาและการคิดเชิงวิพากษ์	4.5
บทที่ 2 เซตและการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน	4.5
บทที่ 3 ตรรกศาสตร์และการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน	4.5
บทที่ 4 จำนวนและการคำนวณ	6
บทที่ 5 ระบบจำนวนจริงและการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน	6
บทที่ 6 คณิตศาสตร์สำหรับผู้บริโภคและการจัดการทางการเงิน	6
บทที่ 7 การวัดในชีวิตประจำวัน	4.5
บทที่ 8 คณิตศาสตร์กับอารยธรรม	9
รวม	45

ผู้เขียนหวังว่า เอกสารนี้จะเป็นประโยชน์สำหรับนักศึกษา และผู้สนใจทั่วไป

ณัฐวัชร สนิธิชัย

สารบัญ

หน้า

คำนำ	iii
1 การแก้โจทย์ปัญหาและการคิดเชิงวิพากษ์	1
1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย	3
1.2 การประมาณค่าและกราฟ	9
1.3 การแก้โจทย์ปัญหา	16
2 เซตและการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน	19
2.1 แนวคิดของเซต	21
2.2 แผนภาพ เวนน์และเซตย่อย	29
2.3 แผนภาพเวนน์และการดำเนินการของเซต	40
2.4 การประยุกต์	46
3 ตรรกศาสตร์และการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน	51
3.1 ข้อความ นิเสธ และข้อความบ่งปริมาณ	53
3.2 ข้อความประกอบและตัวเชื่อม	59
3.3 ตารางค่าความจริงสำหรับข้อความ	65
3.4 ข้อความสมมูล และกฎเดอมอร์แกน	71
3.5 ตารางค่าความจริงสำหรับการอ้างเหตุผล	76
3.6 แผนภาพออยเลอร์สำหรับการอ้างเหตุผล	81
4 คณิตศาสตร์กับอารยธรรม	85
4.1 ปฏิทินสุริยคติ ปฏิทินจันทรคติ และปฏิทินดาว	87
4.2 ปฏิทินจันทรคติไทย	91
4.3 ปฏิทินสากล	97

การจัดการเรียนการสอน

บทที่ 1 การแก้โจทย์ปัญหาและการคิดเชิงวิพากษ์

กระบวนการวิชา คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

ชื่อผู้สอน อาจารย์ ดร. ณัฐวัชร สอนธิชัย

เวลาที่ใช้สอน 4.5 ชั่วโมง

วัตถุประสงค์

1. นักศึกษาสามารถใช้และเข้าใจการให้เหตุผลแบบอุปนัย
2. นักศึกษาสามารถใช้และเข้าใจการให้เหตุผลแบบนิรนัย
3. นักศึกษาสามารถใช้เทคนิคการประมาณเพื่อประมาณคำตอบของปัญหา
4. นักศึกษาสามารถประยุกต์เทคนิคการประมาณโดยใช้ข้อมูลจากกราฟที่กำหนดให้
5. นักศึกษาสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายในชั้นเรียน
2. ให้นักศึกษาทำแบบฝึกหัดและซักถาม
3. ให้นักศึกษาทำแบบฝึกหัดกลุ่มและซักถาม
4. หากนักศึกษามีข้อสงสัยนอกห้องเรียน สามารถซักถามได้ทางเพจของกระบวนการวิชา
<https://www.facebook.com/math206100/>

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน
2. กระดาษ และปากกา
3. เครื่องฉายทึบแสง
4. เครื่องคอมพิวเตอร์
5. สื่อนำเสนอ

เอกสารอ้างอิง

- Blitzer R., Thinking Mathematically, 3rd ed., Pearson Education, Inc., 2005.

ความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้ความคิดและเหตุผลเป็นสิ่งที่ขาดไม่ได้ในชีวิตประจำวัน การแก้ปัญหาทุกอย่างทั้งการทำงานในมหาวิทยาลัย การทำงานส่วนตัว หรือการทำงานที่จะเกิดขึ้นหลังจากจบการศึกษา สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยการทำความเข้าใจปัญหา การจัดทำแผนในการแก้ไขปัญหา และดำเนินการตามแผนอย่างเหมาะสม จุดประสงค์ของบทเรียนนี้คือการช่วยให้นักศึกษาสามารถพัฒนาทักษะในการให้เหตุผล การประมาณ และการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หลังจากเสร็จสิ้นบทเรียนนักศึกษาจะมีความมั่นใจในการแก้ปัญหามากยิ่งขึ้น อีกทั้งสามารถใช้เทคนิคการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปรับใช้ได้เหมาะสมกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน เมื่อนักศึกษาเริ่มศึกษาผ่านบทเรียนนี้ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักศึกษาจะพัฒนาขึ้นพร้อม ๆ กับทักษะทางด้านคณิตศาสตร์ไปควบคู่กัน

1.1

การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย

นักศึกษาหลายคนมักจะคิดว่าการเรียนที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์หมายถึงการคำนวณที่น่าเบื่อ ซ้ำซ้อน และยุ่งยาก เช่นการแก้สมการหรือการคำนวณที่ยุ่งยากเหมือนสมัยที่เคยเรียนในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา แต่ในความจริงคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดที่เราใช้ในการคิดค้นสิ่งใหม่ ๆ บนโลกของเรา และยังสามารถอธิบายวิธีการทำงานของเราได้อย่างมีประสิทธิภาพอีกด้วย ดังความหมายของคำว่าคณิตศาสตร์ (mathematics) ซึ่งมาจากคำศัพท์ในภาษากรีกว่า mathematikos ซึ่งหมายความว่า "มีความตั้งใจอยากเรียนรู้ (inclined to learn)" หรือหมายถึงการเป็นคนที่อยากรู้อยากเห็นเปิดใจกว้างและใช้ชีวิตในการเฝ้าหาความรู้อยู่ตลอดเวลา

การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)

ความหมายหนึ่งของคำว่าคณิตศาสตร์คือการศึกษาย่างมีแบบแผน ซึ่งในชีวิตประจำวันเรามักจะพบเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นซ้ำแล้วซ้ำเล่า จนทำให้เรานำสิ่งที่พบเจอบ่อยๆมาเป็นข้อสรุปของเราได้ เช่น ตั้งแต่เกิดมาในทุก ๆ เช้า สังเกตว่าพระอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก ดังนั้นเราสามารถสรุปจากสิ่งที่พบเจอกับตัวเองทุก ๆ เช้าได้ว่า

พระอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออกทุก ๆ เช้า

กระบวนการให้เหตุผลลักษณะนี้เรียกว่าการให้ "เหตุผลแบบอุปนัย"

การให้เหตุผลแบบอุปนัย คือกระบวนการที่ได้มาถึงข้อสรุปทั่วไปโดยอาศัยการสังเกตหรือการทดลองซ้ำ ๆ แล้วได้ผลลัพธ์ออกมาในรูปแบบเดิมจนมั่นใจในข้อสรุป

ตัวอย่าง 1: ครูชายแดน

ครูคนหนึ่งได้มีโอกาสได้ไปสอนหนังสือให้กับนักเรียนตามแนวชายแดน ซึ่งคุณครูได้สังเกตว่านักเรียนในห้องเรียนทุกคนเป็นเด็กที่ขยันและตั้งใจเรียน ทำให้คุณครูสรุปว่านักเรียนทุกคนตามแนวชายแดนเป็นนักเรียนที่ขยันและตั้งใจเรียน อยากทราบว่ากระบวนการให้เหตุผลอะไรที่นำไปสู่ข้อสรุปนี้



<http://i-newsmedia.net>

คำตอบ: ข้อสรุปนี้คือการให้เหตุผลแบบอุปนัย ด้วยเหตุผลที่ว่าคุณครูได้ให้ข้อสรุปเกี่ยวกับนักเรียนทุกคนตามแนวชายแดนโดยอาศัยการสังเกตของคุณครูจากนักเรียนทุกคนในห้องของตนเอง

แม้ว่าการให้เหตุผลเชิงอุปนัยจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการหาข้อสรุปอย่างหนึ่ง แต่เราก็ไม่สามารถมั่นใจได้เลยว่าข้อสรุปเหล่านี้จะเป็นจริงเสมอไป เช่น จากตัวอย่างข้างต้นถ้าคุณครูท่านนี้ได้สอนนักเรียนอีกห้องหนึ่งแล้วได้พบกับนักเรียนที่ขี้เกียจเรียน ไม่ตั้งใจ ก็จะทำให้ข้อสรุปของคุณครูที่ว่า นักเรียนทุกคนตามแนวชายแดนเป็นนักเรียนที่ขยันและตั้งใจเรียน เป็นข้อสรุปเป็นเท็จทันที



<http://oknation.nationtv.tv>

คำถาม 1:

จากการสำรวจสุนัขจำนวน 12 ตัวพบว่า สุนัขทั้ง 12 ตัวเวลาลูบหัวมัน มันจะกระดิกหางทันที เราจึงสรุปว่าสุนัขทุกตัวเวลาลูบหัวมัน มันจะกระดิกหางทันที การให้เหตุผลแบบนี้คือการให้เหตุผลชนิดใด จงอธิบาย

เมื่อเรารู้ตามที่นักศึกษาใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยในการหาข้อสรุป จงนึกไว้เสมอว่าข้อสรุปที่ได้ อาจจะไม่ได้เป็นจริงเสมอไป ด้วยเหตุผลนี้ข้อสรุปของการให้เหตุผลแบบอุปนัยจึงเรียกว่า การคาดเดา การสมมติฐาน หรือการเดาจากกรณีศึกษา นั่นคือหากมีเพียงกรณีเดียวที่สามารถมาค้านข้อสรุปที่เราได้สรุปมาก่อนข้อสรุปดังกล่าวก็สามารถเป็นเท็จได้ทันที กรณีที่นำมาค้านดังกล่าวเรียกว่า "การยกตัวอย่างค้าน (counter example)" เช่น นักเรียนที่ขี้เกียจเรียน ไม่ตั้งใจเรียนใน

อีกห้องหนึ่งที่คุณครูได้พบคือตัวอย่างด้านของข้อสรุปที่ว่า นักเรียนทุกคนตามแนวชายแดนเป็นนักเรียนที่ขยันและตั้งใจเรียน มีผลทำให้ข้อสรุปที่ครูได้สรุปไว้ก่อนหน้านี้เป็นเท็จขึ้นมาทันที

ตัวอย่าง 2: การยกตัวอย่างค้าน

ในวันหนึ่งถ้าอาจารย์บอกกับนักศึกษาว่า "เลขสองหลักกลับกันจะไม่มีทางติดลบได้เลย" จงหาตัวอย่างค้านข้อความของอาจารย์

คำตอบ: นักศึกษาสามารถหาตัวอย่างมาค้านข้อความของอาจารย์ได้มากมาย แต่เราต้องการเพียง 1 ตัวอย่างก็เพียงพอ เช่น

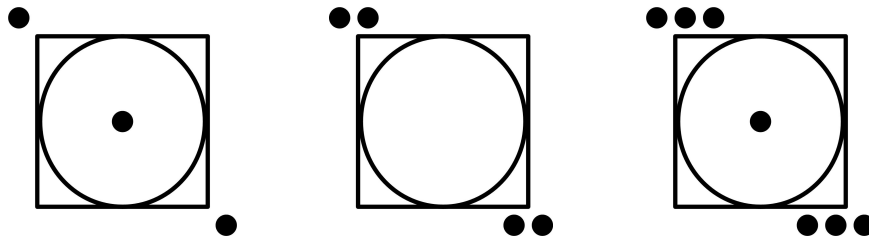
$$65 - 68 = -3$$

เป็นตัวอย่างค้านข้อความ "เลขสองหลักกลับกันจะไม่มีทางติดลบได้เลย"

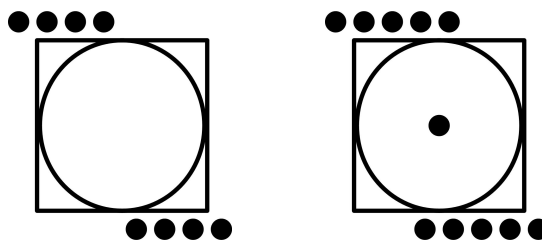
คำถาม 2: จงยกตัวอย่างค้านของข้อความ "จำนวนจริงทุกตัวคูณกับเลข 1 ได้ตัวมันเอง"

ตัวอย่าง 3: การหาภาพตัดไป

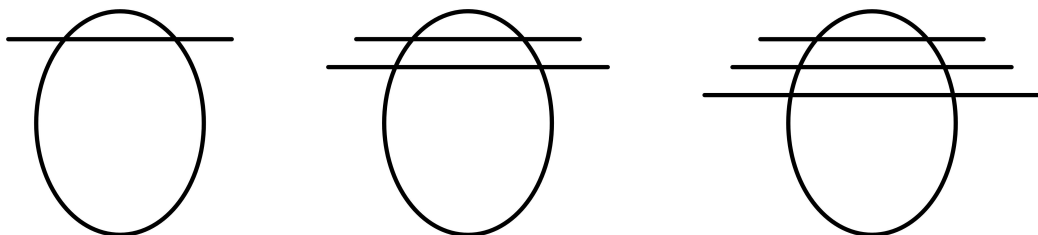
จงให้ลำดับภาพที่กำหนดให้สำหรับการวาดรูปตัดไปอีก 2 ภาพ ตามลำดับ



คำตอบ: สองภาพตัดไปตามการให้เหตุผลแบบอุปนัยคือ



คำถาม 3: จงให้ลำดับภาพที่กำหนดให้ในการวาดรูปตัดไปอีก 2 ภาพ ตามลำดับ



การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

การให้เหตุผลเชิงอุปนัยถูกใช้ในชีวิตประจำวันเพื่อคาดเดาข้อสรุปจากสิ่งที่พบเจอบ่อยๆ แม้ว่าเราจะไม่สามารถมั่นใจได้ว่าข้อสรุปของเรานั้นจะเป็นจริงหรือไม่ แต่อีกวิธีหนึ่งของการให้เหตุผลนั้นคือ "การให้เหตุผลแบบนิรนัย"

การให้เหตุผลแบบนิรนัย คือกระบวนการที่ได้มาซึ่งข้อสรุปจากเหตุการณ์ทั่วไปอย่างน้อยหนึ่งเหตุการณ์

ในทางคณิตศาสตร์ข้อสรุปที่พิสูจน์ได้ว่าเป็นความจริงผ่านการให้เหตุผลเชิงนิรนัยเรียกว่า "ทฤษฎีบท"

การให้เหตุผลเชิงนิรนัยช่วยให้นักศึกษาสามารถหาข้อสรุปได้จากเหตุการณ์ที่นักศึกษาเชื่อว่าเป็นจริง แล้วหาข้อสรุปจากเหตุการณ์ที่หยิบยกมา เช่น สมมติว่านักศึกษาเชื่อว่า

"ไดโนเสาร์เป็นสัตว์กินเนื้อ"

และอีกเหตุการณ์หนึ่ง นักศึกษาเชื่อว่า

"สัตว์ทุกตัวที่กินเนื้อเป็นสัตว์ที่ดุร้าย"

ดังนั้นนักศึกษาสามารถหาข้อสรุปจากเหตุการณ์ที่หยิบยกมาได้ว่า

"ไดโนเสาร์เป็นสัตว์ที่ดุร้าย"

ซึ่งในบทที่ 3 นักศึกษาจะได้เรียนรู้วิธีการพิสูจน์ข้อสรุปลักษณะเช่นเดียวกันนี้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่

แบบฝึกหัด 1.1

- จากการสำรวจส้มในตลาดแห่งหนึ่งพบว่าส้มทุกลูกมีรสหวาน ดังนั้นเราสามารถสรุปได้ว่า ส้มทุกลูกมีรสหวาน อยากทราบว่าข้อสรุปข้างต้นเป็นการให้เหตุผลแบบใด พร้อมอธิบาย
- ชาวนาทุกคนรู้วิธีปลูกข้าว ไม่มีนักธุรกิจคนใดรู้วิธีปลูกข้าวเลย ดิฉันมีสามีเป็นนักธุรกิจ ดังนั้นเธอสามารถสรุปได้ว่าสามีของฉันไม่ใช่ชาวนา อยากทราบข้อสรุปข้างต้นเป็นการให้เหตุผลแบบใด พร้อมอธิบายคำตอบที่ได้

3. จงยกตัวอย่างคำข้อสรุปต่อไปนี้

3.1 ไม่มีวัดที่อยู่บนภูเขา

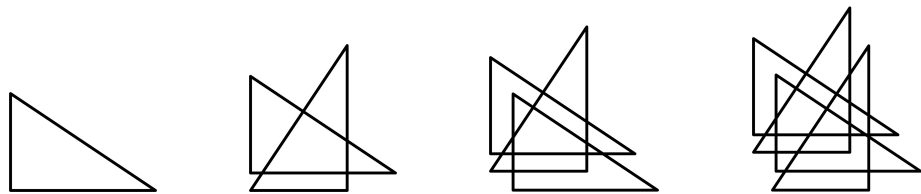
3.2 ทุกจังหวัดในประเทศไทยมีหิมะตก

3.3 ไม่มีธนาคารไหนบนโลกที่รับทำประกันชีวิต

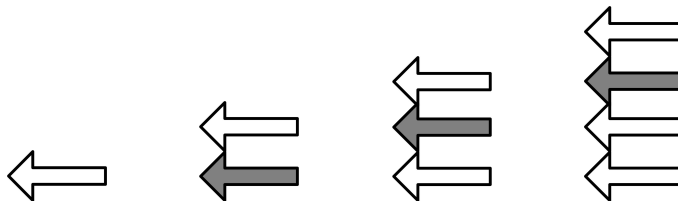
3.4 นายกรัฐมนตรีของประเทศไทยทุกคนเป็นทหาร

4. จงใช้รูปภาพที่กำหนดให้เพื่อแสดงรูปภาพในลำดับถัดไป

4.1 กำหนดรูปภาพดังนี้



4.2 กำหนดรูปภาพดังนี้

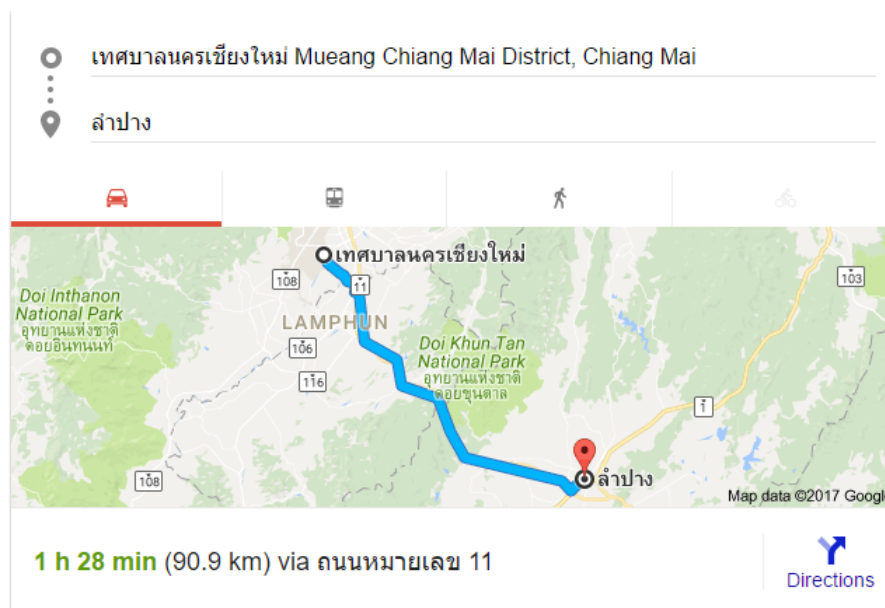


5. ตารางต่อไปนี้แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางและราคาค่าโดยสารของรถขนส่งแห่งหนึ่ง

ระยะทาง (กิโลเมตร)	5	10	15	20	25
ค่าโดยสาร (บาท)	40	50	60		

5.1 จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเพื่อแสดงราคาค่าโดยสารที่เว้นไว้ในตาราง

5.2 ถ้านักศึกษาต้องการเดินทางจากเชียงใหม่ไปลำปางโดยใช้บริการรถขนส่งนี้ จงประมาณราคาค่าโดยสาร เมื่อสมมติให้ระยะการเดินทางจากเชียงใหม่ถึงลำปางมีระยะทางประมาณ 90 กิโลเมตร



แบบฝึกหัดกลุ่ม 1.1

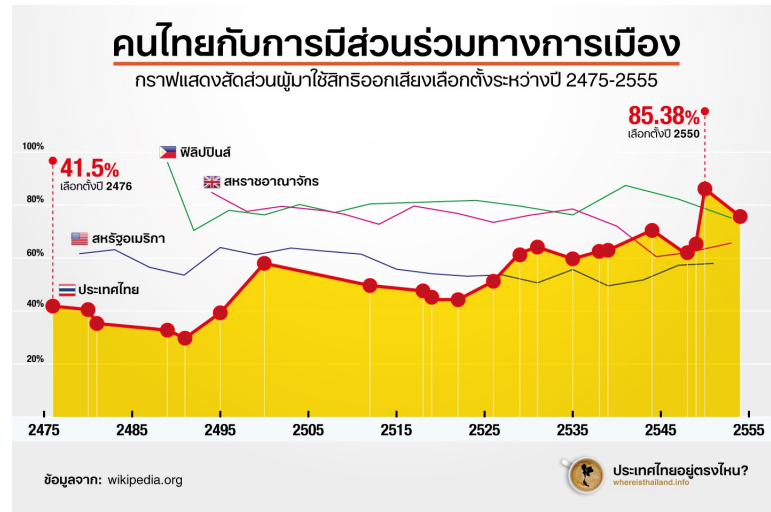
การให้เหตุผลในชีวิตจริงนั้นไม่ใช่เรื่องง่าย เช่นการโฆษณาในสื่อวิทยุ โทรทัศน์ สิ่งพิมพ์หรืออินเทอร์เน็ต (internet) มักจะใช้เหตุผลที่เกินจริงในการขายสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ ดังนั้นการที่นักศึกษาสามารถเข้าใจหลักการให้เหตุผลของสื่อโฆษณาต่าง ๆ ทำให้นักศึกษาเลือกซื้อสินค้าได้มีเหตุและผลมากขึ้น

1. จงหาสื่อโฆษณามา 1 สื่อที่ใช้เหตุผลในการโน้มน้าวให้ผู้ชมซื้อสินค้าที่ตนขาย
2. จงแสดงและอธิบายว่าสื่อโฆษณาที่นำมา มีการให้เหตุผลแบบใด
3. จงแสดงความคิดเห็นว่าจากเหตุผลที่ผู้ลงโฆษณากำลังพยายามให้ซื้อสินค้าของตนมีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด
4. ถ้านักศึกษาเป็นผู้ซื้อสินค้าจะซื้อสินค้าชนิดนี้หรือไม่ เพราะเหตุใด

1.2

การประมาณค่าและกราฟ

จากเหตุการณ์ทางการเมืองในปัจจุบัน นักศึกษาหลายคนอาจจะเข้าใจว่าระบบการเลือกตั้งของไทยจะไม่เป็นที่นิยมอีกต่อไป แต่จากข้อมูลการเลือกตั้งระหว่างปี พ.ศ. 2476 ถึง พ.ศ. 2555 เปอร์เซ็นต์ของประชากรไทยที่ใช้สิทธิ์ลงคะแนนเสียงเลือกตั้งมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น



<http://whereisthailand.info>

ข้อมูลในส่วนนี้นักศึกษาจะได้เรียนรู้เทคนิคการประมาณค่ากับกราฟ เพื่อให้นักศึกษาสามารถวิเคราะห์แนวโน้มการลงคะแนนเสียงจากการเลือกตั้งในปีที่ผ่านมา ๆ มาพร้อมทั้งคาดการณ์การเลือกตั้งที่จะเกิดขึ้นในอนาคตได้

การประมาณ

การประมาณคือกระบวนการที่ได้มาซึ่งคำตอบโดยประมาณ เช่น

- บริษัทแห่งหนึ่งประมาณจำนวนผลิตภัณฑ์ที่ผู้บริโภคจะซื้อมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น
- นักเศรษฐศาสตร์คาดการณ์แนวโน้มทางการเงิน
- การที่นักศึกษาประมาณความเร็วของรถยนต์ก่อนที่จะตัดสินใจข้ามถนน



<http://www.bloggang.com>

<http://www.manager.co.th>

การปัดเศษของตัวเลขก็เป็นวิธีประมาณอย่างหนึ่ง ซึ่งนักศึกษาอาจจะปัดตัวเลขโดยไม่รู้ตัวว่านักศึกษาได้ทำการประมาณอยู่ เช่น

- นักศึกษาอาจบอกว่า ผมอายุ 18 ปีมากกว่าที่จะบอกว่าอายุ 18 ปี 3 เดือน
- นักศึกษาจะกลับถึงบ้านภายในหนึ่งชั่วโมงมากกว่าที่จะตอบว่าถึงบ้านภายใน 58 นาที

ซึ่งในบางครั้งการคำนวณด้วยเครื่องคิดเลขหรือคอมพิวเตอร์อาจจะทำให้เกิดข้อผิดพลาดในการใช้งานได้ง่าย นักศึกษาจะพบว่าค่าประมาณที่เราประมาณมาควรจะมีค่าใกล้เคียงกับสิ่งที่เราคำนวณจริง ๆ ดังนั้นการประมาณสามารถบอกเราได้ว่าคำตอบที่ได้สอดคล้องกับผลลัพธ์ที่แท้จริงอย่างมีเหตุผลหรือไม่

ในบทนี้นักศึกษาจะได้รู้จักวิธีการประมาณ และใช้เทคนิคการประมาณกับข้อมูลที่ได้จากกราฟ

การคำนวณโดยใช้ตัวเลขที่ปัดเศษเป็นวิธีหนึ่งในการประมาณ

การปัดเศษ

1. สังเกตที่ตำแหน่งทางขวาของตำแหน่งที่ต้องการปัดเศษหนึ่งตำแหน่ง เช่น
 ถ้าต้องการปัดเศษที่หลักร้อย ให้ดูที่ตัวเลขในหลักสิบ
 ถ้าต้องการปัดเศษที่หลักล้าน ให้ดูที่ตัวเลขในหลักแสน
2. ถ้าตำแหน่งทางขวาของตำแหน่งที่ต้องการปัดเศษมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 5 (≥ 5) ให้บวกค่าเพิ่มไป 1 ในตำแหน่งที่ปัดเศษ ส่วนตำแหน่งอื่นทางขวามือให้เป็นเลขศูนย์ทั้งหมด
 ถ้าตำแหน่งทางขวาของตำแหน่งที่ต้องการปัดเศษมีค่าน้อยกว่า 5 (< 5) ไม่ต้องเปลี่ยนค่าในตำแหน่งที่ปัดเศษ ส่วนตำแหน่งอื่นทางขวามือให้เป็นเลขศูนย์ทั้งหมด

ตัวอย่าง 1: การปัดเศษ

จงปัดเศษ 73 ให้อยู่ในหลักสิบ

คำตอบ:

1. ตำแหน่งทางขวามือหนึ่งตำแหน่งของหลักสิบคือหลักหน่วย นั่นคือเลข 3
2. เลข 3 มีค่าน้อยกว่า 5 ดังนั้นคงค่าในหลักสิบไว้ ส่วนหลักที่อยู่ทางขวามือกำหนดให้เป็นเลขศูนย์ทั้งหมด

ดังนั้นเลข 73 สามารถปัดเศษให้อยู่ในหลักสิบได้เป็น 70

สัญลักษณ์ $\approx$ หมายถึงการประมาณค่า จากตัวอย่าง 1 เราสามารถเขียนได้เป็น

$$73 \approx 70$$

คำถาม 1: จงประมาณเลข 8,512 ให้อยู่ในหลักร้อย

ตัวอย่าง 2: การประมาณค่าด้วยการปัดเศษ

ต้องการรวมเงินพี่น้องเพื่อที่จะไปซื้อเสื้อให้คุณพ่อในราคา 689 บาท

ได้เงินจากพี่คนโตมา 215.50 บาท

ได้เงินจากพี่คนรองมา 169.25 บาท

ได้เงินจากน้องคนเล็กมา 174.00 บาท

อยากทราบว่าเรารวมเงินจากพี่น้องเพียงพอกับการซื้อเสื้อให้คุณพ่อหรือไม่



<http://www.bloggang.com>

คำตอบ: นักศึกษาเห็นได้ว่าบางเหตุการณ์การประมาณตัวเลขก่อนการคำนวณสามารถให้คำตอบที่เราต้องการได้รวดเร็วว่าการคำนวณโดยตรงขึ้น จากตัวอย่าง 2 เราต้องการทราบเพียงว่าเงินที่เรารวบรวมมาเพียงพอต่อการซื้อเสื้อหรือไม่ ดังนั้นนักศึกษสามารถใช้เลขที่ได้จากการประมาณมาคำนวณทำให้นักศึกษาได้ผลลัพธ์ของปัญหาสะดวกและรวดเร็วขึ้น โดยเราประมาณตัวเลขที่นำมาคำนวณให้อยู่ในหลักที่เหมาะสมนั่นคือตัวเลขในหลักสิบดังตัวอย่าง

ได้เงินจากพี่คนโตมา	$215.50 \approx 220.00$ บาท
ได้เงินจากพี่คนรองมา	$169.25 \approx 170.00$ บาท
ได้เงินจากน้องคนเล็กมา	$174.00 \approx 170.00$ บาท
เงินที่รวบรวมได้ทั้งหมด	≈ 560.00 บาท

ดังนั้นเราสามารถสรุปเงินที่รวบรวมทั้งหมดได้ค่าประมาณ 560 บาท ซึ่งไม่เพียงพอต่อการซื้อเสื้อให้พ่อในราคา 689 บาท

คำถาม 2: ครอบครัวหนึ่งได้เลี้ยงฉลองปีใหม่ ณ ร้านอาหารแห่งหนึ่งโดยมีเมนูอาหารทั้งหมดดังนี้

ปลาอินทรีทอดราคา 379 บาท

เมี่ยงปลาทอดราคา 329 บาท

ยำมะม่วงราคา 180 บาท

ยำปลาทูน่าฟูราคา 210 บาท

ปีกไก่ย่างราคา 119 บาท

เอ็นช้อไก่พริกไทยดำราคา 289 บาท

1. จงประมาณด้วยการปัดเศษราคาอาหารให้อยู่ในหลักร้อย พร้อมทั้งประมาณค่าอาหารที่จะต้องจ่ายในมือนี้
2. ถ้าใบเสร็จค่าอาหารมือนี้อยู่ที่ 1,506 บาท อยากทราบว่าค่าอาหารมือนี้นี้สมเหตุสมผลหรือไม่

การประมาณค่าด้วยกราฟ

นิตยสาร หนังสือพิมพ์ หรือสื่อแสดงข้อมูล มักแสดงข้อมูลโดยใช้รูปแบบของแผนภูมิวงกลม แผนภูมิแท่ง หรือกราฟเส้น ตัวอย่างต่อไปนี้แสดงว่าเทคนิคการประมาณค่าใดบ้างที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับข้อมูลของกราฟได้

กราฟวงกลมหรือที่เรียกอีกอย่างว่าแผนภูมิวงกลมแสดงปริมาณทั้งหมดโดยแบ่งออกเป็น ส่วน ๆ ตามชนิดของข้อมูล การแบ่งกราฟวงกลมแบ่งออกเป็นส่วนนี้เราจะเรียกว่า "เซ็กเตอร์ (sector)"

ตัวอย่างของกราฟวงกลมแสดงยอดขายอาหารกลางวันของร้านอาหารแห่งหนึ่ง



ตัวอย่าง 3: จากกราฟวงกลมข้างต้นตอบคำถามต่อไปนี้

1. ข้อมูลที่ได้จากเซ็กเตอร์ "ของหวาน" คืออะไร
2. ถ้ายอดขายอาหารกลางวันของร้านอาหารนี้เท่ากับ 49,546 บาท จงประมาณยอดขายเครื่องดื่ม

คำตอบ:

1. ข้อมูลที่ได้จากเซ็กเตอร์ "ของหวาน" แสดง 15% ของยอดขายที่ได้จากยอดขายอาหารกลางวันทั้งหมด
2. จากกราฟวงกลมแสดงว่ายอดขายของเครื่องดื่มอยู่ที่ 9% ของยอดขายทั้งหมด ดังนั้นการคำนวณที่แท้จริงของยอดขายของเครื่องดื่มคือ

$$\text{ยอดขายเครื่องดื่ม} = 0.09 \times 49,546 \text{ บาท}$$

เราสามารถประมาณตัวเลขเพื่อการคำนวณที่สะดวกขึ้นโดยประมาณค่า 0.09 เป็น 0.1 และประมาณยอดขายจาก 49,546 เป็น 50,000 แล้วนำมาคำนวณผลลัพธ์คือ

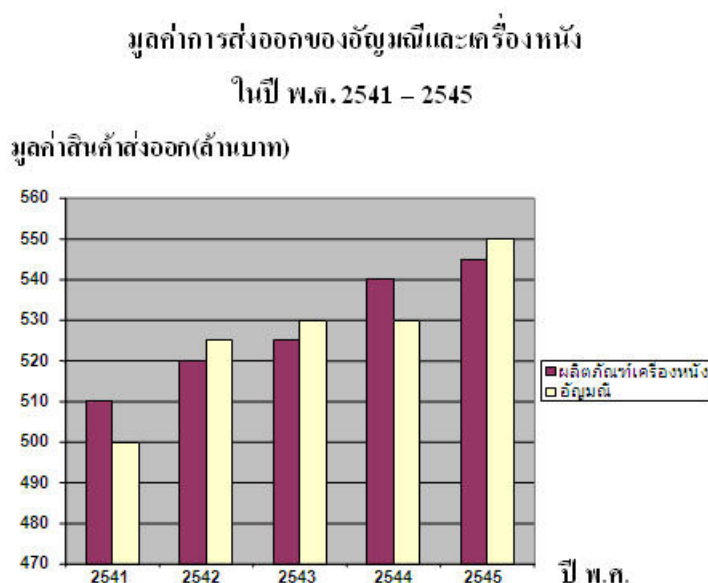
$$\text{ยอดขายเครื่องดื่ม} \approx 0.1 \times 50,000 = 5,000 \text{ บาท}$$

ค่าประมาณที่ได้จากยอดขายเครื่องดื่มอยู่ที่ 5,000 บาท ซึ่งถือว่าเป็นค่าประมาณที่สามารถยอมรับได้หากเทียบกับการคำนวณที่รวดเร็ว ซึ่งยอดขายเครื่องดื่มที่คำนวณได้จากเครื่องคิดเลขโดยตรงมีค่าเท่ากับ 4,459.14 บาท

คำถาม 3: จากกราฟวงกลมข้างต้นจงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ข้อมูลที่ได้จากเซ็กเตอร์ "สลัด" คืออะไร
2. ถ้ายอดขายอาหารกลางวันของร้านอาหารนี้เท่ากับ 49,546 บาท จงประมาณยอดขายสลัด

กราฟแท่งมีความสะดวกในการแสดงเปรียบเทียบระหว่างรายการต่าง ๆ แท่งอาจเป็นแนวนอนหรือแนวตั้งก็ได้ โดยที่ความสูงหรือความยาวของแท่งแสดงจำนวนหรือปริมาณของรายการ ตัวอย่างของกราฟแท่งแสดงมูลค่าการส่งออกของอัญมณีและเครื่องหนังในปี พ.ศ. 2541-2545



<http://www.trueplookpanya.com>

ตัวอย่าง 4: จงใช้กราฟแท่งข้างต้นตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงประมาณมูลค่าการส่งออกเครื่องหนังในปี พ.ศ. 2545
2. จงคาดการณ์แนวโน้มของมูลค่าการส่งออกอัญมณีต่อจากปี พ.ศ. 2545

คำตอบ:

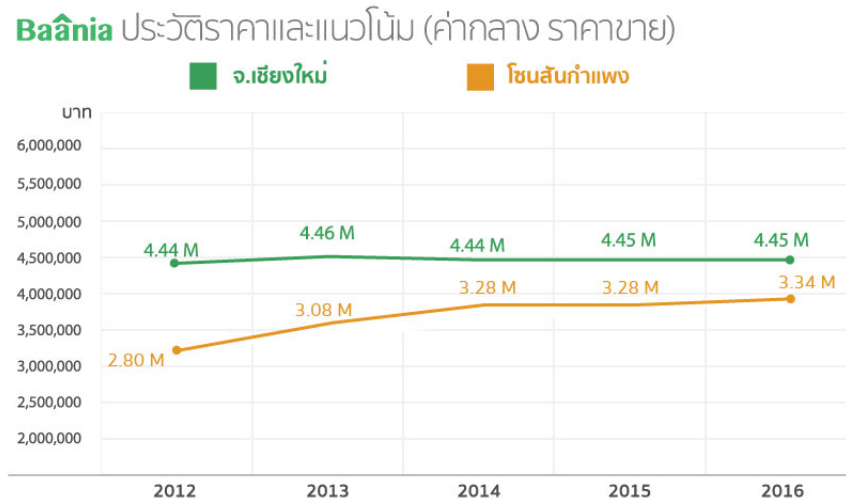
1. จากข้อมูลกราฟแท่งแสดงมูลค่าการส่งออกเครื่องหนังในปี พ.ศ. 2545 นักศึกษาสามารถประมาณจากสายตา โดยสังเกตว่าแท่งของกราฟมีค่าอยู่บริเวณกึ่งกลางของมูลค่า 540 ถึง 550 ล้านบาท ดังนั้นนักศึกษาสามารถประมาณมูลค่าที่ 545 ล้านบาท
2. จากข้อมูลกราฟแท่งแสดงมูลค่าการส่งออกอัญมณีตั้งแต่ปี พ.ศ. 2541-2545 นักศึกษาจะเห็นว่าแนวโน้มมูลค่าที่เพิ่มขึ้นทุกปี ดังนั้นเราสามารถสรุปแนวโน้มจากกราฟได้ว่ามูลค่าส่งออกอัญมณีมีแนวโน้มสูงขึ้น

คำถาม 4: จากกราฟแท่งข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงประมาณมูลค่าการส่งออกอัญมณีในปี พ.ศ. 2542
2. จงคาดการณ์แนวโน้มของมูลค่าการส่งออกเครื่องหนังต่อจากปี พ.ศ. 2545

กราฟเส้นแสดงข้อมูลแนวโน้มที่เกี่ยวข้องกับช่วงเวลา โดยที่แกนอนจะแสดงถึงช่วงเวลา เช่น วินาที นาที ชั่วโมง วัน เดือน หรือปี จำนวนหรือปริมาณทั่วไปจะแสดงอยู่บนแกนแนวดิ่ง กราฟจะถูกสร้างขึ้นจากการเชื่อมต่อข้อมูลเป็นจุด ๆ ขึ้นอยู่กับข้อมูลที่บันทึกได้ ณ เวลานั้น ๆ

กราฟเส้นแสดงเปรียบเทียบประวัติราคาที่อยู่อาศัยระหว่าง จ.เชียงใหม่ กับ อ.สันกำแพง



<http://baania.com>

ตัวอย่าง 5: จงใช้กราฟเส้นข้างต้นตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงประมาณราคาขายเฉลี่ยของที่อยู่อาศัยใน จ.เชียงใหม่
2. ช่วงเวลาใดที่ราคาขายที่อยู่อาศัยบริเวณ อ.สันกำแพงมีแนวโน้มสูงขึ้นอย่างเห็นได้ชัด

คำตอบ:

1. จากกราฟเส้นข้างต้นจะเห็นว่าแนวโน้มของกราฟราคาขายที่อยู่อาศัยคงที่ในทุก ๆ ปี โดยแสดงค่าประมาณจากสายตาที่ราคา 4 ล้าน 5 แสนบาท
2. จากกราฟเส้นข้างต้นกราฟราคาที่อยู่อาศัยบริเวณ อ.สันกำแพงมีแนวโน้มสูงขึ้นในช่วงปี ค.ศ. 2012 ถึงปี ค.ศ. 2014

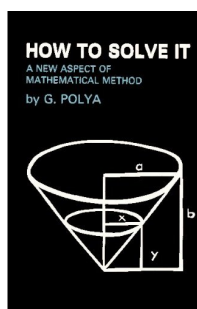
แบบฝึกหัด 1.2

1. จงประมาณราคาของรถยนต์ 10 คันราคาคันละ 987,000 บาท
2. จงประมาณระยะทางของการขับรถ 38 กิโลเมตรต่อชั่วโมงเป็นเวลา 9 ชั่วโมง 52 นาที
3. จงประมาณราคารวมของของเล่น 6 ชิ้นในราคา 9.50, 10.25, 11.00, 9.75, 8.75 และ 10.00 บาทตามลำดับ
4. จงประมาณค่าความสูงของตึก 7 ชั้น ถ้าแต่ละชั้นของตึกสูง 3.9 เมตร

1.3

การแก้โจทย์ปัญหา

การคิดเชิงวิพากษ์และการแก้ปัญหานั้นทักษะที่จำเป็นทั้งในด้านการเรียนและการทำงาน รูปแบบหนึ่งของการแก้ปัญหาก็ได้รับการยอมรับอย่างมาก มาจากแนวคิดของนักคณิตศาสตร์ที่ชื่อ George Polya (1887–1985) ในหนังสือชื่อ "How to Solve it" (Princeton University Press, Princeton, N.J. , 1957) โดยได้รับการตีพิมพ์ครั้งแรกเมื่อปี ค.ศ 1945 และมียอดขายมากกว่า 1 ล้านเล่ม อีกทั้งได้มีการนำไปแปลเป็นหนังสืออีกถึง 17 ภาษาด้วยกัน โดยขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้น 4 ขั้นตอนในหนังสือของ Polya แสดงให้เห็นถึงวิธีการคิดแก้ปัญหานั้นสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้กับทุก ๆ สาขา



<http://cmc-math.org/members/infinity/polya.html>

การแก้ปัญหานั้น 4 ขั้นตอนของ Polya ประกอบด้วย

1. ทำความเข้าใจโจทย์ (understanding the problem)

อ่านปัญหาหลายๆ ครั้ง การอ่านครั้งแรกสามารถทำให้เราเห็นภาพรวมของปัญหา ในการอ่านครั้งที่สองให้จดข้อมูลที่สำคัญพร้อมทั้งระบุให้ได้ว่าปัญหาที่เราต้องการแก้คืออะไร

2. วางแผนแก้ปัญหานั้น (devising a plan)

แผนในการแก้ปัญหานั้นมากมาย ดังนั้นเราต้องเลือกแผนแก้ปัญหานั้นให้เหมาะสมกับปัญหาที่พบ ตัวอย่างการวางแผนแก้ปัญหานั้นแสดงดังต่อไปนี้

- ใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเพื่อช่วยมองหาแบบแผน
- เขียนหัวข้ออย่างเป็นระบบหรือเขียนตาราง
- ใช้วิธีประมาณค่าเพื่อสร้างการคาดเดาแบบมีหลักการในปัญหานั้น
- พยายามเขียนปัญหาให้เข้าใจง่ายขึ้น และลองแก้ปัญหานั้นที่คล้ายคลึงกับปัญหาใหม่
- ใช้การลองผิดลองถูก
- เขียนข้อมูลที่กำหนดให้ในรูปแบบของแผนภูมิหรือตาราง
- พยายามเขียนภาพร่างหรือแผนภาพเพื่อแสดงปัญหานั้นให้ชัดเจน

- เชื่อมโยงปัญหาที่ทำกับปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่เคยเห็นมาก่อน พยายามประยุกต์วิธีการที่เคยใช้ในการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน
- พยายามจับประเด็นของปัญหาให้ดีสำหรับปัญหาง่ายเกินไป บางทีคนตั้งปัญหาอาจตั้งใจให้เราสับสนหรือเข้าใจผิด เพื่อหลอกให้เราแก้ปัญหาผิดวิธี
- ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้เพื่อตัดความเป็นไปได้ในหลายกรณีออกไป
- ใช้สามัญสำนึก

3. ปฏิบัติตามแผนและแก้ปัญหา (carrying out the plan and solving the problem)

4. **ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้** (looking back and checking the answer) ผลลัพธ์ที่ได้ตรวจสอบสอดคล้องกับปัญหา ผลลัพธ์ควรมีเหตุผลและเหมาะสม เข้าใจได้ หากไม่เป็นเช่นนั้นให้ตรวจสอบวิธีการและการคำนวณใหม่ บางทีอาจจะมีทางเลือกอื่นในการแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือดีกว่า

ขั้นตอนแรกในการแก้ปัญหานักศึกษาต้องสามารถประเมินข้อมูลที่ระบุปัญหาให้ได้ว่าข้อมูลที่สำคัญมีอยู่หรือไม่ ข้อมูลของปัญหาเพียงพอหรือไม่ หรือข้อมูลบางอย่างที่ไม่จำเป็นไม่ควรนำพิจารณาก็ควรที่จะมองข้ามไป

ตัวอย่าง 1: การหาข้อมูลที่หายไป

ข้อมูลสำคัญใดที่ขาดหายไป ทำให้นักศึกษาไม่สามารถแก้ปัญหานี้ได้

ผู้ว่าราชการจังหวัดต้องการเหมามังคุด 100 ชั่ง ราคาชั่งละเท่า ๆ กัน ผู้ว่าจะต้องจ่ายเงินให้แม่ค้าจำนวนเท่าไร

คำตอบ: (ทำความเข้าใจปัญหา) นักศึกษาทราบว่าผู้ว่าราชการจังหวัดต้องการซื้อมังคุด 100 ชั่ง แต่เราไม่ทราบว่ามังคุดแต่ละชั่งมีราคาเท่าไร ดังนั้นเราไม่สามารถแก้ปัญหานี้ได้

คำถาม 1: ข้อมูลสำคัญใดที่ขาดหายไป ทำให้นักศึกษาไม่สามารถแก้ปัญหานี้ได้
ซื้อสินค้าที่ห้างสรรพสินค้าทั้งหมดเป็นเงิน 580 บาท ผ่อนจ่ายด้วยบัตรเครดิตดอกเบี้ย 0%
อยากทราบว่าเราต้องผ่อนชำระสินค้าเดือนละกี่บาท

แบบฝึกหัดกลุ่ม 1.3

จงใช้การแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของ Polya ในการแก้ปัญหากำหนดให้

"ต้องการซื้อตัวเครื่องบินในราคาที่ถูกลง ๆ เดินทางจาก เชียงใหม่ ไป กทม. ในเดือน ก.ค."

การจัดการเรียนการสอน

บทที่ 2 เซตและการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

กระบวนวิชา คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

ชื่อผู้สอน อาจารย์ ดร. ณัฐวัชร สุนธิชัย

เวลาที่ใช้สอน 4.5 ชั่วโมง

วัตถุประสงค์

1. นักศึกษาสามารถเข้าใจความหมายและเขียนเซตได้ทั้ง 3 แบบ
2. นักศึกษาสามารถใช้สัญลักษณ์ $\in$ และ $\notin$ ได้ถูกต้อง
3. นักศึกษาสามารถระบุจำนวนสมาชิกของเซตได้
4. นักศึกษาสามารถจำแนกเซตที่เท่ากันและสมมูลกัน
5. นักศึกษาเข้าใจความหมายของเอกภพสัมพัทธ์
6. นักศึกษาเข้าใจแนวคิดพื้นฐานของแผนภาพเวนน
7. นักศึกษาสามารถใช้สัญลักษณ์ $\subseteq$, $\not\subseteq$ และ $\subset$ ได้ถูกต้อง
8. นักศึกษาสามารถระบุจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซตใด ๆ ได้
9. นักศึกษาสามารถใช้แผนภาพเวนนอธิบายความสัมพันธ์ของเซต
10. นักศึกษาสามารถเข้าใจถึงตัวดำเนินการของเซต
11. นักศึกษาสามารถใช้แผนภาพเวนนมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. บรรยายในชั้นเรียน
2. ให้นักศึกษาทำแบบฝึกหัดและซักถาม
3. ให้นักศึกษาทำแบบฝึกหัดกลุ่มและซักถาม
4. หากนักศึกษามีข้อสงสัยนอกห้องเรียน สามารถซักถามได้ทางเพจของกระบวนวิชา
<https://www.facebook.com/math206100/>

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน
2. กระดาษ และปากกา
3. เครื่องฉายทึบแสง
4. เครื่องคอมพิวเตอร์
5. สื่อนำเสนอ

เอกสารอ้างอิง

- Blitzer R., Thinking Mathematically, 3rd ed., Pearson Education, Inc., 2005.

ถ้านักศึกษาได้สำรวจหรือบันทึกสิ่งหนึ่งสิ่งใดก็ตามในชีวิตประจำวัน ข้อมูลที่เราเก็บบันทึกมา นักศึกษาอาจมีความจำเป็นที่จะต้องจัดเรียง จัดเก็บ และแบ่งข้อมูลตามหมวดหมู่ต่าง ๆ ให้เป็นระเบียบ ซึ่งการจัดเก็บข้อมูล นั้นขึ้นกับการตัดสินใจแบ่งข้อมูลของตัวนักศึกษาเอง นักคณิตศาสตร์เรียกชุดข้อมูลที่ถูกจัดแบ่งนั้นว่า **เซต (set)** เช่น นักคณิตศาสตร์จำแนกตัวเลขเป็นชุดตามชุดตัวเลขที่มีทศนิยมหรือไม่มีทศนิยม นั่นคือที่มาของเซตบนจำนวนจริงและจำนวนเต็ม

ทฤษฎีเซตเป็นทฤษฎีทางคณิตศาสตร์โดยแนวความคิดของเซตสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในหลายแขนง เช่น ตรรกศาสตร์ พีชคณิต หรือความน่าจะเป็น เซตสามารถอธิบายและสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน ดังนั้นการเรียนรู้และเข้าใจทฤษฎีเซตจะช่วยให้ นักศึกษาสามารถเข้าใจระบบความคิด การให้เหตุผลของตัวเองได้ดียิ่งขึ้น

2.1

แนวคิดของเซต

ในชีวิตประจำวัน นักศึกษามักจะพบเจอข้อมูลบางอย่างที่เราต้องการแบ่งแยกหมวดหมู่เพื่อให้เราเข้าใจการดำเนินการของปัญหาได้ เช่น ถ้านักศึกษาต้องการแบ่งหน้าที่การทำงานของกลุ่มบุคคลตาม อายุ เชื้อชาติ เพศ หรือระดับการศึกษา จะเห็นว่านักศึกษาไม่สามารถที่จะจัดอันดับความสำคัญว่าควรຈะจัดกลุ่มแบบใดก่อนหลังถ้าเรายังไม่ได้สร้างกลุ่มตามความคิดของเราเองขึ้นมาก่อน นักคณิตศาสตร์เรียกกลุ่มที่เกิดจากชุดความคิดของเราว่า "**เซต (set)**" หรือสามารถเข้าใจในลักษณะของ

"กลุ่มวัตถุ สิ่งของ สัญลักษณ์ คน สิ่งมีชีวิตที่มีลักษณะบางอย่างที่เหมือนกันตามความคิดของเรา และสามารถแบ่งแยกได้อย่างชัดเจน"

โดยเรียกวัตถุที่อยู่ในเซตว่า "**สมาชิก (element)**" ของเซต เช่น เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์ โดยที่สมาชิกของเซตดังกล่าวคือ วันจันทร์, วันอังคาร, วันพุธ, วันพฤหัสบดี, วันศุกร์, วันเสาร์ และวันอาทิตย์

เพื่อความสะดวกในการอ่านและเข้าใจ นักคณิตศาสตร์จะใช้ตัวอักษรตัวพิมพ์ใหญ่ในการแสดงสัญลักษณ์ของเซต เช่น กำหนดให้เซต W เป็นเซตของวันในหนึ่งสัปดาห์เป็นต้น

การเขียนเซตโดยปกตินี้นักศึกษาสามารถเขียนได้ 3 แบบด้วยกัน

1. **การเขียนแบบบรรยายเซต** เช่น เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์
2. **การเขียนแบบแจกแจงสมาชิก (roster method)** การเขียนเซตลักษณะนี้จะเขียนสมาชิกของเซตให้อยู่ภายในวงเล็บปีกกา $\{ \}$ เครื่องหมายวงเล็บเปิดและปิด แสดงถึงสัญลักษณ์ของเซต สมาชิกแต่ละสมาชิกในเซตจะใช้เครื่องหมายจุลภาคในการแยกสมาชิกแต่ละตัว ดัง

นั้นนักศึกษาสามารถเขียนเซต W แบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น

$$W = \{ \text{วันจันทร์, วันอังคาร, วันพุธ, วันพฤหัสบดี, วันศุกร์, วันเสาร์, วันอาทิตย์} \}$$

หมายเหตุ : สมาชิกในเซตสามารถสลับที่ได้ ความหมายของเซตยังคงเดิม เช่น

$$W = \{ \text{วันอาทิตย์, วันจันทร์, วันอังคาร, วันพุธ, วันพฤหัสบดี, วันศุกร์, วันเสาร์} \}$$

3. การเขียนแบบบอกเงื่อนไข (set-builder notation) เช่น เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์ เราสามารถเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขได้เป็น

$$W = \{ x \mid x \text{ คือวันในหนึ่งสัปดาห์} \}$$

นักศึกษาสามารถอ่านเซตแบบบอกเงื่อนไขข้างต้นว่า

"เซต W คือเซตของสมาชิกทุก x โดยที่ x คือชื่อวันในหนึ่งสัปดาห์"

ความหมายของการเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขคือ ตัวแปร x ที่อยู่ส่วนแรกของเซตแสดงถึงสมาชิกโดยทั่วไปที่ไม่เกี่ยวข้องกับเงื่อนไข ส่วนด้านหลังของเซตแสดงถึงเงื่อนไขของตัวแปร x ที่ระบุให้สอดคล้องตามความหมายของเซต

ตารางแสดงตัวอย่างเปรียบเทียบของการเขียนเซตทั้ง 3 แบบ

บรรยาย	S คือเซตของเพศของมนุษย์
แจกแจงสมาชิก	$S = \{ \text{เพศชาย, เพศหญิง} \}$
บอกเงื่อนไข	$S = \{ x \mid x \text{ คือเซตของเพศของมนุษย์} \}$

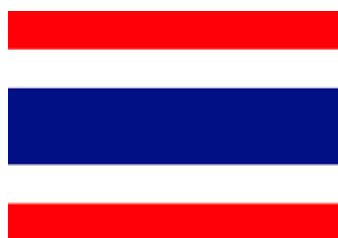
ตัวอย่าง 1: การเขียนเซตแบบบรรยาย

จงเขียนเซตแบบบรรยายของเซต

$$F = \{ \text{สีแดง, สีขาว, สีน้ำเงิน} \}$$

คำตอบ :

F คือเซตของสีที่ปรากฏบนธงชาติไทย



<http://www.engrdept.com>

คำถาม 1: จงเขียนเซตแบบบรรยายของเซต

$$G = \{ a, e, i, o, u \}$$

ตัวอย่าง 2: การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก

กำหนดให้ M คือเซตของเดือนที่มี 30 วัน จงเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก

คำตอบ :

$$M = \{ \text{เม.ย., มิ.ย., ก.ย., พ.ย.} \}$$

คำถาม 2: กำหนดให้ N คือเซตของเดือนที่มี 31 วัน จงเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก

กำหนดให้ E คือเซตของเดือนที่มี 32 วัน นักศึกษาจะเห็นว่าไม่มีเดือนไหนที่มี 32 วัน ดังนั้นเซต E จะเป็นเซตที่ไม่มีสมาชิก หรือเรียกเซตชนิดนี้ว่า "เซตว่าง (empty set)"

เซตว่าง (empty set)

เซตว่างคือเซตที่ไม่มีสมาชิก โดยใช้สัญลักษณ์ $\{ \}$ หรือ $\emptyset$ แทนเซตดังกล่าว

การเป็นสมาชิก ($\in$) และการไม่เป็นสมาชิก ($\notin$)

สัญลักษณ์ $\in$ ใช้เพื่อระบุการเป็นสมาชิก ซึ่งสามารถอ่านได้ว่า "เป็นสมาชิกของ"

สัญลักษณ์ $\notin$ ใช้เพื่อระบุการไม่เป็นสมาชิก ซึ่งสามารถอ่านได้ว่า "ไม่เป็นสมาชิกของ"

ตัวอย่าง 3: การใช้สัญลักษณ์ $\in$ และ $\notin$

จงตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

1. $b \in \{a, b, c, d, e\}$

3. $\{a\} \in \{a, b\}$

2. $7 \notin \{1, 2, 3, 4, 5\}$

4. $\{a\} \in \{\{a\}, b\}$

คำตอบ:

1. เพราะว่าพจน์ b เป็นสมาชิกของเซต $\{a, b, c, d, e\}$ ดังนั้นข้อความ

$$b \in \{a, b, c, d, e\} \quad \text{เป็นจริง}$$

2. เพราะว่าเลข 7 ไม่เป็นสมาชิกของเซต $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ดังนั้นข้อความ

$$7 \notin \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \text{เป็นจริง}$$

3. เพราะว่าเซต $\{a\}$ ไม่เป็นสมาชิกของเซต $\{a, b\}$ ดังนั้นข้อความ

$$\{a\} \in \{a, b\} \quad \text{เป็นเท็จ}$$

4. เพราะว่าเซต $\{a\}$ เป็นสมาชิกของเซต $\{\{a\}, b\}$ ดังนั้นข้อความ

$$\{a\} \in \{\{a\}, b\} \quad \text{เป็นจริง}$$

คำถาม 3: จงตรวจสอบว่าแต่ละข้อความเป็นจริงหรือเท็จ

1. $5 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

2. $q \notin \{a, b, c, d\}$

3. $\{\text{วันอังคาร}\} \in \text{เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์}$

จำนวนสมาชิกของเซต (cardinality of the set)

กำหนดตัวอย่างเซต $\{a, b, c, d\}$ มีสมาชิกทั้งหมด 4 ตัว ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเซตมีค่าเท่ากับ 4

นิยามจำนวนสมาชิกของเซต

ให้จำนวนสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $n(A)$ หมายถึงจำนวนสมาชิกที่ต่างกันของเซต A

ตัวอย่าง 4: การนับจำนวนสมาชิกของเซต

จงหาจำนวนสมาชิกของเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $A = \{3, 5, 7, 9\}$

2. $B = \{0\}$

3. $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

4. $\emptyset$

คำตอบ:

1. $n(A) = 4$

2. $n(B) = 1$

3. $n(C) = 10$

4. $n(\emptyset) = 0$

คำถาม 4: จงหาจำนวนสมาชิกของเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $A = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12 \}$

3. $C = \{ 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 \}$

2. $B = \{ 123 \}$

4. $D = \{ \}$

นิยามของเซตจำกัดและเซตไม่จำกัด

เซตจำกัด (finite set) คือเซตที่มีจำนวนสมาชิกของเซตเป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์

เซตไม่จำกัด (infinite set) คือเซตที่ไม่สามารถนับจำนวนสมาชิกของเซตได้

ถ้านักศึกษามีเวลาในการนับจำนวนสมาชิกในเซตจำกัด เมื่อถึงจุด ๆ หนึ่งนักศึกษายังสามารถบอกได้ว่าจำนวนสมาชิกของเซตมีค่าเท่าไร แต่ในทางตรงกันข้ามไม่ว่านักศึกษามีเวลามากเท่าใดในการนับเซตไม่จำกัด ยิ่งเ็นักศึกษาก็ไม่สามารถบอกได้เลยว่าจำนวนสมาชิกของเซตไม่จำกัดมีจำนวนเท่าใด เช่น **เซตของจำนวนนับ** นักศึกษาจะไม่ทราบได้เลยว่าสมาชิกจะไปถึงสิ้นสุดที่ใดและมีจำนวนเท่าใด

เซตที่เท่ากันและเซตที่สมมูลกัน

นิยามของเซตที่เท่ากัน

เซต A เท่ากับ (equal) เซต B หมายถึงเซต A และเซต B มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว เขียนแทนด้วย

$$A = B$$

เช่น กำหนดให้ $A = \{ x, y, z \}$ และ $B = \{ y, x, z \}$ จะได้ว่า $A = B$ เพราะว่าทั้งสองเซตมีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว

เนื่องจากว่าเซตที่เท่ากันมีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเซตที่เท่ากันจะเท่ากันด้วย เช่น $A = \{ x, y, z \}$ เท่ากับ $B = \{ y, x, z \}$ ทั้งสองเซตมีจำนวนสมาชิกของเซตเท่ากันด้วยนั่นคือ 3 สมาชิก

ตัวอย่าง 5: การตรวจสอบเซตที่เท่ากัน

จงตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

1. $\{ 77, 88, 99 \} = \{ 99, 88, 77 \}$

2. $\{ 1, 2, 6 \} = \{ 0, 1, 2, 6 \}$

คำตอบ:

1. เนื่องจากเซต $\{77, 88, 99\}$ และ $\{99, 88, 77\}$ มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว ดังนั้นข้อความ

$$\{77, 88, 99\} = \{99, 88, 77\} \quad \text{เป็นจริง}$$

2. พิจารณาเซต $\{1, 2, 6\}$ และ $\{0, 1, 2, 6\}$ นักศึกษาจะเห็นว่าเลข 0 เป็นสมาชิกอยู่ในเซตที่สอง แต่ไม่ได้เป็นสมาชิกในเซตแรก ดังนั้นเซตทั้งสองมีสมาชิกไม่เหมือนกัน เพราะฉะนั้นข้อความ

$$\{1, 2, 6\} = \{0, 1, 2, 6\} \quad \text{เป็นเท็จ}$$

คำถาม 5: จงตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

1. $\{C, M, U\} = \{C, U, M\}$

2. $\{\emptyset, 1, 2\} = \{1, 2\}$

หมายเหตุ: สมาชิกที่ซ้ำกันในเซต นับว่าเป็นสมาชิกเดียวกันในเซตนั้น เช่น

กำหนดให้ $A = \{1, 1, 2, 2, 3\}$ และ $B = \{1, 2, 3\}$ แล้ว $A = B$ และ $n(A) = n(B) = 3$

แม้ว่าเซตที่เท่ากันจะมีจำนวนสมาชิกที่เท่ากัน แต่ถ้าจำนวนสมาชิกเท่ากันไม่ได้หมายความว่าเซตจะเท่ากัน เช่น กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ และ B คือเซตของวันในหนึ่งสัปดาห์ ทั้งสองเซตมีจำนวนสมาชิกเท่ากันคือ 7 นั่นคือ $n(A) = n(B) = 7$ แต่ว่าจำนวนสมาชิกทั้ง A และ B ไม่เหมือนกัน สมบัติที่ว่าจำนวนสมาชิกทั้งสองเซตมีค่าเท่ากันสามารถเรียกได้ว่า "สมมูลกัน"

นิยามเซตสมมูลกัน

เซต A สมมูลกับ (equivalent) เซต B หมายถึง เซต A และเซต B มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน เขียนแทนด้วย

$$A \leftrightarrow B$$

ซึ่งมีความหมายว่า

$$n(A) = n(B)$$

ตัวอย่าง 6: การตรวจสอบเซตที่สมมูลกัน

พิจารณาเซตต่อไปนี้

$$A = \{\text{ปากกา, ดินสอ, ยางลบ}\}$$

$$B = \{\text{กระดาด, กระดาน, กระดอง}\}$$

1. เซต A เท่ากับเซต B หรือไม่ เพราะเหตุใด
2. เซต A สมมูลกับเซต B หรือไม่ เพราะเหตุใด

คำตอบ:

1. เซต A ไม่เท่ากับเซต B เพราะว่าเซตทั้งสองมีสมาชิกไม่เหมือนกัน
2. เซต A สมมูลกับเซต B เพราะว่าเซตทั้งสองมีจำนวนสมาชิกเท่ากัน

คำถาม 6: พิจารณาเซตต่อไปนี้

A คือเซตของเดือนในหนึ่งปี

B คือเซตของสัตว์ประจำปีเกิด

1. เซต A เท่ากับเซต B หรือไม่ เพราะเหตุใด
2. เซต A สมมูลกับเซต B หรือไม่ เพราะเหตุใด

แบบฝึกหัด 2.1

1. จงเขียนเซตแบบบรรยาย
 - 1.1 { วันเสาร์, วันอาทิตย์ }
 - 1.2 { มกราคม, มีนาคม, เมษายน, มิถุนายน }
 - 1.3 { 1, 3, 5, 7, 9 }
2. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก
 - 2.1 เซตของเดือนที่ขึ้นต้นด้วยพยัญชนะ "ก"
 - 2.2 เซตของสี่งชาติไทย
 - 2.3 เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 2
3. จงเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไข
 - 3.1 { 1, 2, 3, 4, 5 }
 - 3.2 { อาทิตย์, อังคาร }

4. จงตรวจสอบว่าแต่ละข้อความเป็นจริงหรือเท็จ

4.1 $4 \in \{2, 4, 6, 8, 10\}$

4.3 $\{2\} \in \{2, 5\}$

4.2 $8 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

4.4 $\{9\} \in \{8, 9\}$

5. จงเติมสัญลักษณ์ $\in$ หรือ $\notin$ ลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

5.1 จังหวัดเชียงใหม่ เซตของจังหวัดในประเทศไทย

5.2 เขาทราย กาแล็กซี่ เซตของนายกรัฐมนตรีของไทย

5.3 โนบิตะ เซตของตัวการ์ตูนญี่ปุ่น

5.4 ฟุตบอล เซตของชนิดกีฬาที่ใช้ไม้ในการแข่งขัน

5.5 $\emptyset$ $\{\}$

5.6 0 $\emptyset$

6. จงหาจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

6.1 $A = \{15, 24, 39, 47\}$

6.3 $C = \{\text{six}\}$

6.2 $B = \{14, 15, 99, 100\}$

6.4 D คือเซตของเดือนที่ขึ้นต้นด้วย "ก"

7. จงบอกว่าเซตต่อไปนี้ เป็นเซตจำกัดหรือเซตไม่จำกัด

7.1 เซตของชื่อคนที่มีพมส์ดำ

7.2 เซตของจำนวนเต็มลบ

7.3 เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 2

8. จงตรวจสอบว่าแต่ละข้อความเป็นจริงหรือเท็จ

8.1 $\{a, b, c, d\} = \{d, c, a, b\}$

8.2 $\{0, 1, 3\} = \{1, 2, 0\}$

8.3 $\{1, 1, 1, 2, 2, 2, 3\} = \{3, 2, 1\}$

9. จงตรวจสอบว่า

เซต A เท่ากับเซต B หรือไม่ เพราะเหตุใด

เซต A และเซต B สมมูลกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

9.1 A เป็นเซตของนักศึกษาในมหาวิทยาลัยเชียงใหม่

B เป็นเซตของนักศึกษาศาสตรสาส์นมวลชนในมหาวิทยาลัยเชียงใหม่

9.2 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

2.2

แผนภาพ เวนน์และเซตย่อย

ความสุขหนึ่งในชีวิตของเราคือการได้เลี้ยงสุนัขเป็นเพื่อนคู่ใจ อย่างไรก็ตามถ้าเกิดเหตุการณ์ว่าสุนัขของเราไม่ได้เชื่อฟังในสิ่งที่เราต้องการหรือพริ้วส่อน ความสนุกของมันกลับไปอยู่ที่การไล่เห่า ไล่กัด รถจักรยานที่ขี่ผ่านไปมา เมื่อเราถามสัตวแพทย์เกี่ยวกับการแก้ปัญหานี้ คุณหมอกลับแนะนำให้พามาจักรยานออกกำลังกายจากสุนัขของเรา แม้จะดูว่านี่เป็นเรื่องตลกแต่ตัวเราเองก็ยังสงสัยเกี่ยวกับความรู้ความสามารถของสุนัข นั่นคือสายพันธุ์สุนัขที่ฉลาดที่สุด ในบทนี้นักศึกษาจะเห็นว่าเซตสามารถใช้เพื่อสำรวจความฉลาดของสุนัขได้อย่างไร

เอกภพสัมพัทธ์ (universal set)

นักศึกษาสามารถเข้าใจความเชื่อมโยงของเซตต่าง ๆ ได้ดีขึ้น ถ้านำสมาชิกของเซตที่เราสนใจเป็นสมาชิกที่อยู่ในเซตเดียวโดยครอบคลุมเซตที่เราสนใจทั้งหมดได้ เซตชนิดนี้เรียกว่า **เอกภพสัมพัทธ์ (universal set)** เช่น พิจารณาเซตต่อไปนี้

$$A = \{ \text{ทุเรียน, ส้ม, กัลย, มะพร้าว} \}$$

$$B = \{ \text{แตงโม, ฝรั่ง} \}$$

นักศึกษาเห็นว่า เอกภพสัมพัทธ์ ของเซต A และเซต B สามารถกำหนดให้เป็น "เซตของผลไม้" เนื่องจากสามารถนำสมาชิกในเซต A และเซต B มาบรรจุอยู่ในเซตได้ แม้ว่าจะยังมีเอกภพสัมพัทธ์เซตอื่นที่สามารถนำสมาชิกทั้งสองเซตมาบรรจุไว้ได้ด้วยก็ตาม เช่น "เซตของผลไม้ที่สามารถปลูกได้ในประเทศไทย"



นิยามของเอกภพสัมพัทธ์

เรียก U ว่าเอกภพสัมพัทธ์ เมื่อ U เป็นเซตของสิ่งของทั้งหมดที่เรากำลังกล่าวถึงหรือสนใจอยู่

ตัวอย่าง 1: การหาเอกภพสัมพัทธ์

จงหาเอกภพสัมพัทธ์ที่เป็นไปได้ของเซต A และ B

$$A = \{ \text{คณะแพทยศาสตร์, คณะพยาบาลศาสตร์} \}$$

$$B = \{ \text{คณะมนุษยศาสตร์, คณะสังคมศาสตร์, คณะรัฐศาสตร์} \}$$

คำตอบ: สมาชิกทั้งหมดของเซต A และเซต B คือคนต่าง ๆ ในมหาวิทยาลัย ดังนั้นเอกภพสัมพัทธ์ที่เป็นไปได้ของตัวอย่างนี้คือ

"เซตของคนในมหาวิทยาลัยเชียงใหม่"

คำถาม 1: จงหาเอกภพสัมพัทธ์ของเซต

$$A = \{ \text{เครื่องบิน, บอลลูน} \}$$

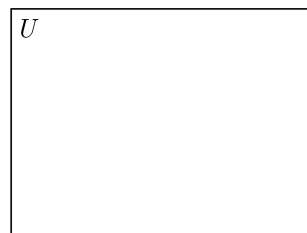
$$B = \{ \text{รถไฟ, รถโดยสาร, รถยนต์} \}$$

แผนภาพเวนน (Venn diagram)

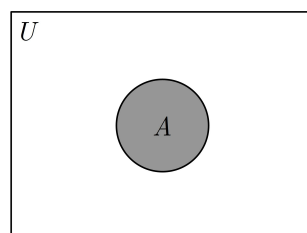
นักศึกษสามารถทำความเข้าใจเซตต่าง ๆ หรือความสัมพันธ์ของเซตกับเอกภพสัมพัทธ์ด้วยการพิจารณาผ่าน "แผนภาพเวนน (Venn diagram)" คิดค้นโดยนักตรรกศาสตร์ชาวอังกฤษชื่อ จอห์น เวนน (John Venn) มีอายุระหว่างปี ค.ศ. 1834–1923

แนวคิดพื้นฐาน 4 แบบในการสร้างแผนภาพเวนนมีดังต่อไปนี้

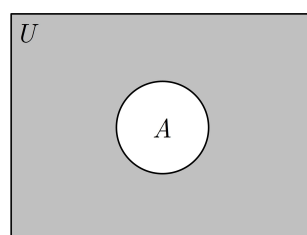
1. ในแผนภาพเวนน เอกภพสัมพัทธ์ U ถูกแสดงด้วยพื้นที่ภายในสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูป



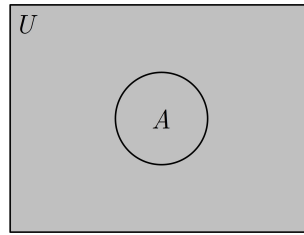
2. เซตในเอกภพสัมพัทธ์ถูกแสดงโดยการวาดวงกลม วงรี หรือรูปอื่น ๆ ดังรูป เซต A แสดงด้วยพื้นที่ภายในวงกลม สมาชิกทั้งหมดในเซต A เป็นสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ U ด้วย



3. พื้นที่บริเวณนอกวงกลม แต่อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหมายถึงสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ U แต่ไม่ได้อยู่ในเซต A ใช้สัญลักษณ์ A' อ่านว่า "คอมพลีเมนต์ (complement) ของเซต A "



4. การรวมเซต A และเซต A' ด้วยการรวมจะได้เอกภพสัมพัทธ์ U ดังรูป



นิยามคอมพลีเมนต์ของ A

คอมพลีเมนต์ของ A ใช้สัญลักษณ์ A' คือเซตของสมาชิกที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ U แต่ไม่อยู่ในเซต A ซึ่งสามารถเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขได้เป็น

$$A' = \{x \mid x \in U \text{ และ } x \notin A\}$$

ตัวอย่าง 2: การหาคอมพลีเมนต์ของเซต

กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, \dots, 7, 8\}$ และ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ จงหา A'

คำตอบ: เซต A' มีสมาชิกที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ U แต่ต้องไม่อยู่ในเซต A ดังนั้น

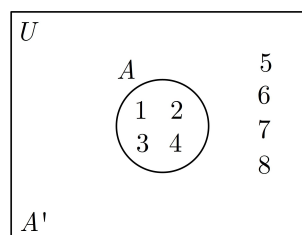
$$A' = \{5, 6, 7, 8\}$$

คำถาม 2: กำหนดให้ $U = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ และ $A = \{a, d\}$ จงหา A'

ตัวอย่าง 3: การใช้แผนภาพเวนนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซต

จงใช้แผนภาพเวนนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซต U , A และ A' โดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่าง 2

คำตอบ:



คำถาม 3: จงใช้แผนภาพเวนนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซต U , A และ A' โดยใช้ข้อมูลจากคำถาม 2

สับเซต (subset)

ในปัจจุบัน บุคคลที่ได้รับการเกณฑ์ทหาร ต้อง เป็น ผู้ชาย ดังนั้น สมาชิก ทุก สมาชิก ใน เซตของบุคคลที่ได้รับการเกณฑ์ทหารจะเป็น สมาชิกที่อยู่ในเซตของผู้ชายด้วย เหตุการณ์ที่อธิบายว่าสมาชิกทุกตัวที่อยู่ในเซตหนึ่งได้เข้าไปอยู่ในอีกเซตหนึ่งนั้นแสดงได้ดังนิยามต่อไปนี้



<http://www.cnxnews.net>

นิยามสับเซต

เซต A เป็นสับเซต (subset) ของเซต B เขียนแทนด้วย

$$A \subseteq B$$

มีความหมายว่า ทุก ๆ สมาชิกในเซต A ต้องเป็นสมาชิกในเซต B

การเขียน $A \not\subseteq B$ แปลว่าเซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ความหมายว่ามีสมาชิกในเซต A อย่างน้อย 1 สมาชิกที่ไม่ได้อยู่ในเซต B เช่น กำหนดให้

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ และ } B = \{1, 2\}$$

นักศึกษาจะเห็นว่า เลข 3 เป็นสมาชิกในเซต A แต่ไม่ได้อยู่ในเซต B ดังนั้นเซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ($A \not\subseteq B$)

ตัวอย่าง 4: การใช้สัญลักษณ์ $\subseteq$ และ $\not\subseteq$

จงเติม $\subseteq$ และ $\not\subseteq$ ในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. $\{1, 3, 5, 7\}$ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$
2. เซตของนักแสดง เซตของนักร้อง
3. $\{\text{โลก, ยูเรนัส, เนปจูน}\}$ เซตของดาวเคราะห์ในระบบสุริยะจักรวาล

คำตอบ:

1. สมาชิกของเซต $\{1, 3, 5, 7\}$ ทุกตัวอยู่ในเซต $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ ดังนั้น

$$\{1, 3, 5, 7\} \subseteq \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

2. คำถามคือนักศึกษาสามารถหานักแสดงที่ไม่ใช้นักร้องได้หรือไม่ ตัวอย่างหนึ่งคือ "มาริโอ้ เมาเร่อ (Mario Maurer)" ดังนั้น

$$\text{เซตของนักแสดง} \not\subseteq \text{เซตของนักร้อง}$$

3. สมาชิกในเซต $\{\text{โลก, ยูเรนัส, เนปจูน}\}$ ทุกสมาชิกอยู่ในเซตของดาวเคราะห์ในระบบสุริยะจักรวาล ดังนั้น

$$\{\text{โลก, ยูเรนัส, เนปจูน}\} \subseteq \text{เซตของดาวเคราะห์ในระบบสุริยะจักรวาล}$$

คำถาม 4: จงเติม $\subseteq$ และ $\not\subseteq$ ในช่องว่างให้ถูกต้อง

- $\{1, 3, 5, 7\}$ $\{1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$
- เซตของนักร้อง เซตของนักแสดง
- $\{\text{พระอาทิตย์, พุธ, ศุกร์, โลก}\}$ เซตของดาวเคราะห์ในระบบสุริยะจักรวาล

นิยามสับเซตแท้ (proper subset)

เซต A เป็นสับเซตแท้ (proper subset) ของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subset B$ ถ้าเซต A เป็นสับเซตของเซต B และเซต A ไม่เท่ากับเซต B ($A \neq B$)

ข้อสังเกต: นักศึกษาจะเห็นว่าขีดด้านล่างของสัญลักษณ์สับเซต $A \subseteq B$ คล้ายกับเครื่องหมายเท่ากับ ($=$) ดังนั้นเซต A และเซต B มีโอกาสจะเป็นเซตที่เท่ากันได้ ในทางตรงกันข้ามเส้นด้านล่างที่หายไปสำหรับสัญลักษณ์สับเซตแท้ $A \subset B$ ได้ระบุชัดเจนว่าเซต A และเซต B ไม่สามารถเท่ากันได้

ตัวอย่าง 5: การใช้สัญลักษณ์ $\subseteq$ และ $\subset$

จงเติม $\subseteq$, $\subset$ หรือเติมทั้งคู่ ลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

- $\{\text{สุนัข, แมว, หนู}\}$ $\{\text{สุนัข, แมว, หนู, ม้า}\}$
- $\{5, 10, 15\}$ $\{10, 5, 15\}$

คำตอบ:

1. ทุกสมาชิกในเซต { สุนัข, แมว, หนู } อยู่ในเซต { สุนัข, แมว, หนู, ม้า } ดังนั้น

$$\{\text{สุนัข, แมว, หนู}\} \subseteq \{\text{สุนัข, แมว, หนู, ม้า}\}$$

มากไปกว่านั้นทั้งสองเซตไม่เท่ากัน ดังนั้น

$$\{\text{สุนัข, แมว, หนู}\} \subset \{\text{สุนัข, แมว, หนู, ม้า}\}$$

2. ตัวเลขทุกตัวใน { 5, 10, 15 } อยู่ในเซต { 10, 5, 15 } ดังนั้น

$$\{5, 10, 15\} \subseteq \{10, 5, 15\}$$

แต่เนื่องจากทั้งสองเซตเท่ากันเราไม่สามารถเขียนสับเซตแท้ของทั้งสองเซตได้ นั่นคือ

$$\{5, 10, 15\} \not\subset \{10, 5, 15\}$$

คำถาม 5: จงเติม $\subseteq$, $\subset$ หรือเติมทั้งคู่ ลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. { ฟุตบอล, มวย } { มวย, ฟุตบอล }

2. { 2, 4, 6, 8 } { 0, 2, 4, 6, 8 }

สับเซตและเซตว่าง

จากความหมายของสับเซต นักศึกษาจะได้เรียนรู้สมบัติที่น่าสนใจของเซตว่าง

ตัวอย่าง 6: เซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต

กำหนดให้ $A = \{\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ อยากทราบว่า $A \subseteq B$ หรือไม่

คำตอบ: จากความหมายที่ว่าเซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ($A \not\subseteq B$) นั่นคือจะมีสมาชิกในเซต A อย่างน้อย 1 สมาชิกที่ไม่อยู่ในเซต B

ดังนั้นเซต A เท่ากับเซตว่างคือเซตที่ไม่มีสมาชิก แสดงว่าเราไม่สามารถหาสมาชิกที่อยู่ในเซต A แต่ไม่อยู่ในเซต B ได้ทำให้เราสามารถสรุปได้ว่า

$$A \subseteq B \text{ หรือ } \emptyset \subseteq B$$

คำถาม 6: กำหนดให้ $A = \{\}$ และ $B = \{7, 8, 9\}$ อยากทราบว่า $A \subseteq B$ หรือไม่

จากตัวอย่าง 6 เราสามารถสรุปเป็นสมบัติของเซตว่างได้ดังนี้

"เซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต"

จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต

สมมติเซตที่มีจำนวนสมาชิก n ตัว จำนวนสับเซตทั้งหมดจะมีกี่เซต นักศึกษาลองพิจารณาจากตัวอย่างง่าย ๆ เช่น เซตที่มีสมาชิก 0, 1, 2 และ 3 ตัว เราสามารถใช้เหตุผลเชิงอุปนัยเพื่อหาคำตอบในกรณีที่เซตที่มีจำนวนสมาชิกมากกว่านั้น เริ่มต้นด้วยการระบุเซตและการนับจำนวนสับเซตดังตาราง

เซต	จำนวนสมาชิก	สับเซตทั้งหมด	จำนวนสับเซตทั้งหมด
$\{\}$	0	$\{\}$	1
$\{a\}$	1	$\{a\}, \{\}$	2
$\{a, b\}$	2	$\{a, b\}, \{a\}, \{b\}, \{\}$	4
$\{a, b, c\}$	3	$\{a, b, c\},$ $\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\},$ $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{\}$	8

จากตารางเห็นว่า ถ้าเราเพิ่มจำนวนสมาชิกในเซตเพิ่มทีละหนึ่งสมาชิกจำนวนสับเซตจะเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า ดังตาราง

จำนวนสมาชิก	0	1	2	3
จำนวนสับเซต	$1 = 2^0$	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$

ดังนั้นอ้างจากการหาข้อสรุปแบบอุปนัยว่า ถ้าเซตที่มีจำนวนสมาชิก n ตัวแล้วจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซตนั้นมีค่าเท่ากับ 2^n

จำนวนสับเซต

จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซตที่มีสมาชิก n ตัวมีจำนวน 2^n เซต

สำหรับเซตใด ๆ นักศึกษาทราบแล้วว่าทุกสับเซตยกเว้นเซตของตัวมันเองเป็นสับเซตแท้ทุกเซต ดังนั้นเราสามารถสรุปจำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของเซตหนึ่งเซตได้ เพียงแค่ลบจำนวนสับเซตทั้งหมดออกไปหนึ่งเซต

จำนวนสับเซตแท้

จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของเซตที่มีสมาชิก n ตัวมีจำนวน $2^n - 1$ เซต

ตัวอย่าง 7: การหาจำนวนสับเซต

จากหนังสือ The Intelligence of Dogs โดย Stanley Coren ได้กล่าวว่าสุนัขที่ฉลาดที่สุดในโลกมี 4 สายพันธุ์ ดังนี้

- | | |
|------------------|---------------------|
| 1. Border collie | 3. German shepherd |
| 2. Poodle | 4. Golden retriever |

ผู้ชายคนหนึ่งอยากซื้อสุนัขโดยเลือกซื้อแค่ 4 สายพันธุ์นี้เท่านั้น ซึ่งเขาต้องการซื้อ 1-4 ตัวหรือไม่ซื้อเลย และ จะซื้ออย่างมากสายพันธุ์ละ 1 ตัวเท่านั้น

พิจารณาเซตที่แสดงถึงสายพันธุ์สุนัขที่ฉลาดเหล่านี้

{ border collie, poodle, German shepherd, golden retriever }

1. จงหาจำนวนสับเซตของเซตนี้ จำนวนสับเซตเหล่านี้หมายถึงอะไร
2. จงแสดงสับเซตทั้งหมดพร้อมทั้งอธิบายความหมายของแต่ละสับเซตเกี่ยวกับการเลือกซื้อสุนัขของผู้ชายคนนี้

คำตอบ:

1. เซตที่กำหนดให้มีสมาชิกทั้งหมด 4 ตัว ดังนั้นจำนวนสับเซตทั้งหมดคือ $2^4 = 16$ มีความหมายว่าวิธีการเลือกสุนัขของผู้ชายคนนี้มีทั้งหมด 16 วิธี
2. นักศึกษาสามารถอธิบายความหมายของแต่ละสับเซตกับวิธีการเลือกซื้อสุนัขได้ดังนี้

ไม่ซื้อสุนัขเลย	$\emptyset$
ซื้อสุนัข 1 สายพันธุ์	{ border collie }, { poodle }, { German shepherd }, { golden retriever }
ซื้อสุนัข 2 สายพันธุ์	{ border collie, poodle }, { border collie, German shepherd }, { border collie, golden retriever }, { poodle, German shepherd }, { poodle, golden retriever }, { German shepherd, golden retriever }
ซื้อสุนัข 3 สายพันธุ์	{ border collie, poodle, German shepherd }, { border collie, poodle, golden retriever }, { border collie, German shepherd, golden retriever }, { poodle, German shepherd, golden retriever }
ซื้อสุนัข 4 สายพันธุ์	{ border collie, poodle, German shepherd, golden retriever }

คำถาม 7: นักศึกษาซื้อหนังสือมา 3 เล่ม แสดงเป็นเซตดังนี้

$$\{ \text{คู่สร้างคู่สม, ราตรีสโมสร, แม่ศรีเรือน} \}$$

โดยนักศึกษาต้องการนำหนังสือเหล่านี้ไปอ่านในขณะที่ไปเที่ยวกับเพื่อน ๆ วันพรุ่งนี้ แต่กระเป๋านักศึกษาสามารถใส่หนังสือได้ไม่เกิน 3 เล่ม หรือไม่นำไปเลย

1. จงหาจำนวนสับเซตของเซตนี้ จำนวนสับเซตเหล่านี้หมายถึงอะไร
2. จงแสดงสับเซตทั้งหมดพร้อมทั้งอธิบายความหมายของแต่ละสับเซต

แบบฝึกหัด 2.2

1. จงหาเอกภาพสัมพัทธ์ที่เป็นไปได้ของเซตต่อไปนี้

$$1.1 \ A = \{ \text{ยาสีฟัน, แปรงสีฟัน, สบู่} \} \text{ และ } B = \{ \text{แชมพู, ครีมนวดผม} \}$$

$$1.2 \ A = \{ \text{เชียงใหม่, ลำพูน, ลำปาง} \} \text{ และ } B = \{ \text{ขอนแก่น, ชัยภูมิ, ศรีสะเกษ} \}$$

2. กำหนดให้

$$U = \{ a, b, c, d, e, f, g \}$$

$$A = \{ a, b, f, g \}, \quad B = \{ c, d, e \}, \quad C = \{ a, g \}, \quad D = \{ a, b, c, d, e, f \}$$

จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

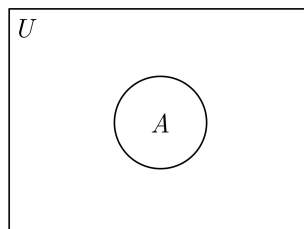
$$2.1 \ A'$$

$$2.2 \ B'$$

$$2.3 \ C'$$

$$2.4 \ D'$$

3. กำหนดให้ $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ และ $A = \{ 1, 3, 7, 8 \}$ จงหา A' และระบุตัวเลข 1 ถึงเลข 8 ในแผนภาพให้เหมาะสม



4. จงเติม $\subseteq$ หรือ $\not\subseteq$ ในช่องว่างให้ถูกต้อง

4.1 $\{1, 2, 5\}$ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

4.2 $\{\text{จันทร์, ศุกร์}\}$ $\{\text{ศุกร์, เสาร์, อาทิตย์}\}$

4.3 เซตของสุนัขสีดำ เซตของสุนัข

4.4 เซตของผลไม้ไทย เซตของผลไม้ต่างประเทศ

5. จงตรวจสอบว่าสัญลักษณ์ $\subseteq$, $\subset$, ใช้ได้ทั้งคู่ หรือใช้ไม่ได้เลย ในช่องว่างที่กำหนดให้

5.1 $\{C, R, V\}$ $\{V, R, C\}$

5.2 $\{0, 1, 11, 111\}$ $\{11, 111, 0, 1\}$

5.3 เซตของผู้ชายผมดำ เซตของผู้หญิงผมดำ

5.4 เซตของคนเชียงใหม่ เซตของคนไทย

6. จงบอกว่าข้อความต่อไปนี้ ถูก หรือ ผิด

$$A = \{1, 2, 3\}$$

6.1 $\emptyset \subset A$

6.3 $1 \subset A$

6.5 $1 \in A$

6.7 $A \in A$

6.2 $\{1\} \subset A$

6.4 $\{1, 2\} \subset A$

6.6 $\{3, 2\} \subset A$

6.8 $A \subset A$

7. จงตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด เพราะเหตุใด

7.1 $\text{ดำ} \in \{\text{ดำ, ขาว, แดง}\}$

7.6 $\{1\} \in \{\{1\}, \{1, 2\}\}$

7.2 $\text{ขาว} \subseteq \{\text{ดำ, ขาว, แดง}\}$

7.7 $\{1\} \not\subseteq \{\{1\}, \{1, 2\}\}$

7.3 $\{\text{แดง}\} \subseteq \{\text{ดำ, ขาว, แดง}\}$

7.8 $0 \notin \emptyset$

7.4 $\emptyset \in \{\text{ดำ, ขาว, แดง}\}$

7.9 $0 \not\subseteq \emptyset$

7.5 $\emptyset \subseteq \{\text{ดำ, ขาว, แดง}\}$

7.10 $\emptyset \subset \emptyset$

8. $A = \{1, 2, 3\}$ จงหาสับเซตทั้งหมดของ A

9. จงหาสับเซตทั้งหมดของเซตต่อไปนี้

9.1 $\{\text{boder collie, poodle}\}$

9.3 $\{0\}$

9.2 $\{\text{พอมาก, แม่นาค}\}$

9.4 $\emptyset$

10. จงหาจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซตต่อไปนี้

10.1 $\{1, 2, 3, 4\}$

10.3 เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์

10.2 $\{a, b, c, \dots, y, z\}$

10.4 เซตของเดือนในหนึ่งปี

11. จากหนังสือ The Intelligence of Dogs โดย Stanley Coren เขาบอกว่าสุนัขที่ฉลาดที่สุดในโลก 4 สายพันธุ์ ดังนี้

- Border collie
- German shepherd
- Poodle
- Golden retriever

ผู้ชายคนหนึ่งอยากซื้อสุนัข โดยซื้อแค่ 4 สายพันธุ์นี้โดยซื้อ 1-4 ตัว โดยที่จะซื้ออย่างมากสายพันธุ์ละ 1 ตัวเท่านั้น ดังนั้นเขาจะมีวิธีซื้อทั้งหมดกี่วิธี

12. ถ้าสถานีตำรวจแห่งหนึ่งมีรถตำรวจทั้งหมด 5 คัน เมื่อเกิดเหตุร้ายสามารถเรียกรถตำรวจได้ทั้งหมดกี่วิธี

13. ถ้านักศึกษาต้องการซื้อของที่ร้านสะดวกซื้อโดยเลือกซื้อของอยู่ 3 ชั้นนั่นคือ นม, ขนมปัง และบัตเตอร์เค้ก โดยตัดสินใจว่าจะซื้อเพียง 1 หรือ 2 ชั้นจาก 3 ชั้นนี้เท่านั้นหรือไม่ซื้อเลย จงเขียนวิธีที่นักศึกษาสามารถซื้อได้ทั้งหมด

แบบฝึกหัดกลุ่ม 2.2

จงอธิบายถึงสาเหตุที่ทำให้ให้นักศึกษาใช้สัญลักษณ์ $\in$ และ $\subseteq$ ผิดพลาด พร้อมทั้งนำเสนอวิธีการที่ช่วยให้นักศึกษาไม่ใช้สัญลักษณ์ทั้งสองผิดพลาดอีก

2.3

แผนภาพเวนน์และการดำเนินการของเซต

โดยส่วนใหญ่เด็กผู้ชายและเด็กผู้หญิงจะเล่นของเล่นตามความชอบที่ต่างกัน ความต่างนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องเพศของเด็ก อีกทั้งมาจากความเชื่อเกี่ยวกับบุคลิกภาพและพฤติกรรมทางสังคมของเพศชายและเพศหญิง โดยทั่วไปเด็กผู้ชายจะไม่ค่อยมีความนิยมในการเล่นของเล่น "เด็กผู้หญิง" มากกว่าผู้หญิงที่มีความชื่นชอบของเล่น "เด็กผู้ชาย"



<https://store.welovesshopping.com>

<http://www.childanddevelopment.com>

ดังนั้นถ้าจะถามว่า

1. ของเล่นใดที่เด็กผู้ชายมากกว่า 40% ต้องการและมากกว่า 10% ของเด็กผู้หญิงต้องการ
2. ของเล่นใดที่เด็กผู้ชายมากกว่า 40% ต้องการหรือมากกว่า 10% ของเด็กผู้หญิงต้องการ

คำถามสองคำถามนี้ให้ความหมายที่ต่างกัน คำถามหนึ่งหมายถึงการรวมเซตของของเล่นด้วยคำว่า "และ" ส่วนอีกคำถามหนึ่งมีความหมายของการรวมเซตด้วยคำว่า "หรือ"

ในส่วนนี้นักศึกษาจะได้เรียนรู้การใช้แผนภาพเวนน์เพื่อให้เห็นภาพความสัมพันธ์ที่ได้กล่าวไว้ด้วยทักษะนี้นักศึกษาจะสามารถวิเคราะห์เซตของของเล่นเด็กได้เข้าใจมากขึ้น

การดำเนินการของเซต

ในการคำนวณตัวเลข นักศึกษาใช้การดำเนินการทั่วไป เช่น การบวก หรือการคูณ เพื่อรวมตัวเลข แต่สำหรับหัวข้อนี้เรากำลังดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับเซตสองเซต เราใช้สัญลักษณ์ที่เรียกว่า "และ (intersection)" กับ "หรือ (union)" เป็นตัวดำเนินการที่ช่วยให้เราสามารถรวมเซตเข้าด้วยกันได้

ตัวดำเนินการ "และ (intersection)"

เซต A และ (intersection) เซต B เขียนแทนด้วย $A \cap B$ คือเซตที่มีสมาชิกที่อยู่ทั้งเซต A และเซต B ความหมายนี้สามารถเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขได้เป็น

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}$$

ตัวอย่าง 1: การหาเซตที่ใช้ตัวดำเนินการ "และ"

จงหาเซตต่อไปนี้

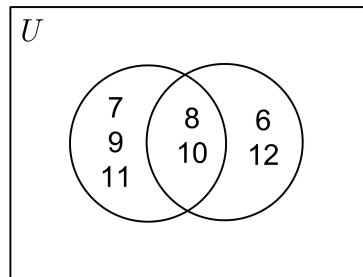
1. $\{7, 8, 9, 10, 11\} \cap \{6, 8, 10, 12\}$
2. $\{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{2, 4, 6, 8\}$
3. $\{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \emptyset$

คำตอบ:

1. สมาชิกที่อยู่ในเซต $\{7, 8, 9, 10, 11\}$ และ $\{6, 8, 10, 12\}$ คือเลข 8 และ 10 ดังนั้น

$$\{7, 8, 9, 10, 11\} \cap \{6, 8, 10, 12\} = \{8, 10\}$$

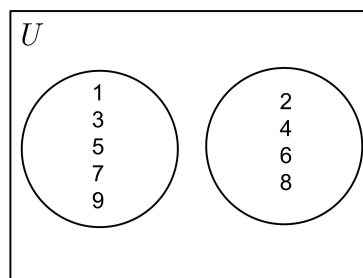
สามารถเขียนเป็นแผนภาพเวนน์ได้ดังนี้



2. เซต $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ และเซต $\{2, 4, 6, 8\}$ ไม่มีสมาชิกที่เหมือนกันเลย ดังนั้น

$$\{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \emptyset$$

สามารถเขียนเป็นแผนภาพเวนน์ได้ดังนี้



3. ไม่มี สมาชิก ที่ อยู่ใน เซต ว่า $\emptyset$ หมายความว่า ไม่มี สมาชิก ตัวใด เลข ที่ อยู่ใน เซต $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ และ $\emptyset$ ดังนั้น

$$\{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \emptyset = \emptyset$$

คำถาม 1:

จงหาเซตต่อไปนี้

1. $\{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6, 8\}$
2. $\{1, 2, 3\} \cap \{7, 8, 9\}$
3. $\{4, 5, 6\} \cap \emptyset$

ตัวดำเนินการ "หรือ (union)"

เซต A หรือ (union) เซต B เขียนแทนด้วย $A \cup B$ คือเซตที่มีสมาชิกที่บรรจุอยู่ในเซต A เพียงอย่างเดียว หรือเซต B เพียงอย่างเดียว หรืออยู่ในทั้งสองเซต ความหมายนี้สามารถเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขได้เป็น

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$$

ตัวอย่าง 2: การหาเซตที่ใช้ตัวดำเนินการ "หรือ"

จงหาเซตต่อไปนี้

1. $\{7, 8, 9, 10, 11\} \cup \{6, 8, 10, 12\}$
2. $\{1, 3, 5, 7, 9\} \cup \{2, 4, 6, 8\}$
3. $\{1, 3, 5, 7, 9\} \cup \emptyset$

คำตอบ:

1. การหาเซต $\{7, 8, 9, 10, 11\} \cup \{6, 8, 10, 12\}$ สามารถเขียนได้โดยการนำสมาชิกทุกตัวในทั้งสองเซตมาเขียนเป็นเซตใหม่ ดังนั้น

$$\{7, 8, 9, 10, 11\} \cup \{6, 8, 10, 12\} = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

2. การหาเซต $\{1, 3, 5, 7, 9\} \cup \{2, 4, 6, 8\}$ สามารถเขียนได้ด้วยการนำสมาชิกทุกตัวในทั้งสองเซตมาเขียนเป็นเซตใหม่ ดังนั้น

$$\{1, 3, 5, 7, 9\} \cup \{2, 4, 6, 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

3. การหาเซต $\{1, 3, 5, 7, 9\} \cup \emptyset$ สามารถเขียนได้ด้วยการนำสมาชิกทุกตัวในทั้งสองเซตมาเขียนเป็นเซตใหม่ ดังนั้น

$$\{1, 3, 5, 7, 9\} \cup \emptyset = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

คำถาม 2: จงหาเซตต่อไปนี้

1. $\{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{2, 4, 6, 8\}$
2. $\{1, 2, 3\} \cup \{7, 8, 9\}$
3. $\{4, 5, 6\} \cup \emptyset$

ตัวอย่าง 3: การใช้การดำเนินการของเซต

กำหนดให้

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A = \{1, 3, 7, 9\}, \quad B = \{3, 7, 8, 10\}$$

จงหาเซตต่อไปนี้

1. $(A \cup B)'$

2. $A' \cap B'$

คำตอบ:

1. สำหรับการหาเซต $(A \cup B)'$ นักศึกษาจะต้องหาเซตที่อยู่ในวงเล็บก่อนนั่นคือ $A \cup B$ หลังจากนั้นจึงจะหาคอมพลีเมนต์ของเซต $A \cup B$ จะได้เซต $(A \cup B)'$ ที่ต้องการ

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{1, 3, 7, 9\} \cup \{3, 7, 8, 10\} \\ &= \{1, 3, 7, 8, 9, 10\} \end{aligned}$$

ลำดับต่อไปจะหา $(A \cup B)'$

$$\begin{aligned} (A \cup B)' &= \{1, 3, 7, 8, 9, 10\}' \\ &= \{2, 4, 5, 6\} \end{aligned}$$

2. สำหรับการหาเซต $A' \cap B'$ นักศึกษาคควรแยกหาสมาชิกของเซต A' และเซต B' ก่อนดังนี้

$$A' = \{2, 4, 5, 6, 8, 10\} \text{ และ } B' = \{1, 2, 4, 5, 6, 9\}$$

ลำดับต่อไปเราสามารถหาเซต $A' \cap B'$ ได้

$$\begin{aligned} A' \cap B' &= \{2, 4, 5, 6, 8, 10\} \cap \{1, 2, 4, 5, 6, 9\} \\ &= \{2, 4, 5, 6\} \end{aligned}$$

คำถาม 3:

กำหนดให้

$$U = \{a, b, c, d, e\}$$

$$A = \{b, e\}, \quad B = \{b, c, e\}$$

จงหาเซตต่อไปนี้

1. $(A \cup B)'$

2. $A' \cap B'$

ไม่ใช่เรื่องแปลกที่นักศึกษาจะเห็นคำตอบในตัวอย่าง 3 มีคำตอบเหมือนกันทั้ง 2 ข้อ มากไปกว่านั้น นักศึกษาสามารถ สลับ เครื่องหมาย "หรือ" และ "และ" ข้างต้นได้ สำหรับทั้งสองเซต A และเซต B นั่นคือ

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

การเท่ากันของเซตลักษณะนี้เป็นที่รู้จักกันในชื่อ **กฎของเดอร์มอร์แกน (De Morgan's law)** เป็นชื่อของนักตรรกศาสตร์ชาวอังกฤษ Augustus De Morgan (1806–1871)



https://en.wikipedia.org/wiki/Augustus_De_Morgan

กฎของเดอร์มอร์แกน (De Morgan's law)

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

แบบฝึกหัด 2.3

1. กำหนดให้

$$\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 8\}, \quad B = \{7, 8\} \quad C = \{2, 4, 6, 8\}$$

จงหาเซตต่อไปนี้

1.1 $A \cap B$

1.6 B'

1.11 $A' \cup B$

1.2 $B \cap C$

1.7 $A' \cap B'$

1.12 $C \cup \emptyset$

1.3 $A \cup B$

1.8 $B' \cap C$

1.13 $A \cap \emptyset$

1.4 $B \cup C$

1.9 $A \cup C'$

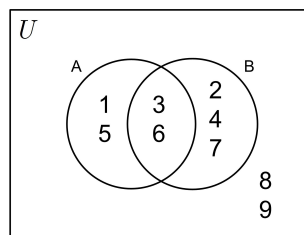
1.14 $A \cup \mathcal{U}$

1.5 A'

1.10 $(A \cap C)'$

1.15 $B \cap \mathcal{U}$

2. กำหนดให้แผนภาพเวนนดังนี้



จงหาเซตต่อไปนี้

2.1 $A \cap B$

2.4 B'

2.7 $A \cap \emptyset$

2.2 $A \cup B$

2.5 $A' \cap B'$

2.8 $A \cup \mathcal{U}$

2.3 A'

2.6 $A' \cup B$

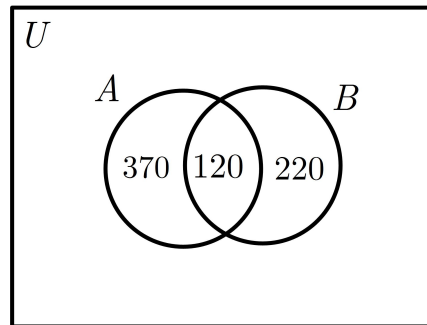
2.9 $B \cap \mathcal{U}$

2.4

การประยุกต์

จำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B$

กำหนดให้แผนภาพเวนนีประกอบด้วยจำนวนสมาชิกในแต่ละบริเวณดังนี้



นักศึกษสามารถเขียนจำนวนสมาชิกแยกตามพื้นที่ของแต่ละเซตได้ดังนี้

$$n(A) = 490$$

$$n(B) = 340$$

$$n(A \cap B) = 120$$

$$n(A \cup B) = 710$$

สังเกตว่า

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

เพราะว่า

$$710 = 490 + 340 - 120$$

ซึ่งความสัมพันธ์ลักษณะนี้เป็นจริงสำหรับทุกเซตจำกัด A และ B

สูตรการหาจำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

เราลบ $n(A \cap B)$ ออกไปหนึ่งครั้ง เพราะว่าจำนวนสมาชิกบริเวณนั้นมีการซ้อนทับกันสองครั้ง

ตัวอย่าง 1: การใช้สูตรการหาจำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B$

ให้เซต A มีสมาชิก 30 สมาชิก เซต B มี 18 สมาชิก มี 6 สมาชิกที่อยู่ใน A และ B อยากทราบว่าจะมีสมาชิกของ $A \cup B$ จำนวนเท่าใด

คำตอบ:

จากสูตรการหาจำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B$ จะได้

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 30 + 18 - 6 \\ &= 42 \end{aligned}$$

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B$ เท่ากับ 42

คำถาม 1: ให้เซต A มีสมาชิก 45 สมาชิก เซต B มี 15 สมาชิก มี 5 สมาชิกที่อยู่ใน A และ B อยากทราบว่าจะมีสมาชิกของ $A \cup B$ จำนวนเท่าใด

การประยุกต์

แผนภาพเวนน์สามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับการสำรวจ ขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่มีดังต่อไปนี้

1. นำข้อมูลจากแบบสำรวจมาแสดงในรูปแบบของเซตบนแผนภาพเวนน์
2. ใช้ผลการสำรวจบันทึกค่าต่าง ๆ บนแต่ละพื้นที่ในแผนภาพเวนน์ โดยเริ่มต้นด้วยการบันทึกค่าของพื้นที่ "และ (intersection)" ก่อน (พื้นที่ในสุด) แล้วค่อยบันทึกค่าบนพื้นที่อื่นด้านนอก
3. บันทึกค่าจนครบถ้วนแล้วตอบคำถาม

ตัวอย่าง 2: การประยุกต์

ในการสำรวจนักศึกษาจำนวน 75 คนเกี่ยวกับการได้รับรู้ข่าวที่เกิดขึ้นพบว่านักศึกษา 29 คนได้รับรู้ข่าวจากหนังสือพิมพ์ 43 คนได้รับรู้ข่าวจากโทรทัศน์ และ 7 คนได้รับรู้ข่าวจากหนังสือพิมพ์และโทรทัศน์

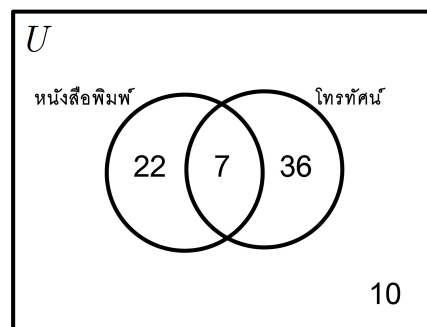
1. จงหาจำนวนนักศึกษาที่รับรู้ข่าวจากหนังสือพิมพ์อย่างเดียว
2. จงหาจำนวนนักศึกษาที่รับรู้ข่าวจากโทรทัศน์อย่างเดียว
3. จงหาจำนวนนักศึกษาที่รับรู้ข่าวจากหนังสือพิมพ์หรือโทรทัศน์
4. จงหาจำนวนนักศึกษาที่ไม่ได้รับรู้ข่าวจากหนังสือพิมพ์หรือโทรทัศน์



<https://www.marketingoops.com>

คำตอบ:

จากโจทย์ให้นักศึกษาสามารถเขียนแผนภาพเวนนีได้ดังนี้



1. จำนวนนักศึกษาที่รับรู้ข่าวจากหนังสือพิมพ์อย่างเดียวมี 22 คน
2. จำนวนนักศึกษาที่รับรู้ข่าวจากโทรทัศน์อย่างเดียวมี 36 คน
3. จำนวนนักศึกษาที่รับรู้ข่าวจากหนังสือพิมพ์หรือโทรทัศน์มี

$$22 + 7 + 36 = 65 \text{ คน}$$

4. จำนวนนักศึกษาที่ไม่ได้รับรู้ข่าวจากหนังสือพิมพ์หรือโทรทัศน์มี 10 คน

คำถาม 2: ในการสำรวจคน 50 คน และ ตรวจโรค 2 โรค คือโรคกระเพาะอาหาร และโรคหัวใจ พบว่า มีคนเป็นโรคกระเพาะอาหาร 30 คน เป็นโรคหัวใจ 15 คน เป็นทั้งสองโรค 5 คน อยากทราบว่า

1. คนที่เป็นโรคกระเพาะอย่างเดียวกี่คน
2. คนที่เป็นโรคหัวใจอย่างเดียวกี่คน

แบบฝึกหัด 2.4

1. จากการสอบถามผู้ดื่มกาแฟ 30 คน พบว่าจำนวนผู้ที่ดื่มกาแฟโดยไม่ใส่อะไรเลยมี 4 คน จำนวนผู้ที่ใส่ครีมอย่างเดียวมี 19 คน จำนวนผู้ที่ใส่น้ำตาลอย่างเดียวมี 25 คน อยากทราบว่าผู้ดื่มกาแฟที่ใส่ทั้งครีมและน้ำตาลกี่คน
2. กำหนดข้อมูลของนักเรียนของโรงเรียนแห่งหนึ่งเป็นดังนี้
 มีนักเรียน 194 คน กู้ยืมเงินเพื่อใช้จ่ายระหว่างเรียน
 มีนักเรียน 225 คน ทำงานเพื่อหาเงินใช้จ่ายระหว่างเรียน
 มีนักเรียน 2 คนที่กู้ยืมเงินแล้วทำงานไปด้วย
 ถ้าโรงเรียนแห่งนี้มีนักเรียนทั้งหมด 359 คน อยากทราบว่าจะมีนักเรียนกี่คนที่หาเงินใช้ระหว่างเรียนด้วยวิธีอื่น
3. จากการสอบของนักเรียนชั้นหนึ่ง จำนวน 300 คน ปรากฏว่า มีนักเรียนสอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์ 100 คน สอบผ่านวิชาวิทยาศาสตร์ 150 คน สอบผ่านทั้งสองวิชา 60 คน จงหา
 - 3.1 จำนวนนักเรียนที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์แต่ไม่ผ่านวิชาวิทยาศาสตร์
 - 3.2 จำนวนนักเรียนที่สอบผ่านวิชาวิทยาศาสตร์แต่ไม่ผ่านวิชาคณิตศาสตร์
 - 3.3 จำนวนนักเรียนที่สอบไม่ผ่านทั้งสองวิชา
4. นักเรียนห้องหนึ่งมี 50 คน ปรากฏว่าชอบเล่นฟุตบอล 30 คน ชอบเล่นบิงปอง 10 คน ไม่ชอบเล่นอะไรเลย 12 คน จงหา
 - 4.1 จำนวนนักเรียนที่ชอบเล่นฟุตบอลอย่างเดียว
 - 4.2 จำนวนนักเรียนที่ชอบเล่นบิงปองอย่างเดียว
 - 4.3 จำนวนนักเรียนที่ชอบเล่นทั้งฟุตบอลและบิงปอง
5. นักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 50 คน แต่ละคนต้องเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หรือวิชาภาษาอังกฤษ อย่างน้อย 1 วิชา ถ้ามีนักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 29 คน และเรียนภาษาอังกฤษ 32 คน แล้วจำนวนนักเรียนที่เรียนทั้งวิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษมีจำนวนกี่คน
6. ในการสำรวจนักเรียนที่ได้ฝึกหัดว่ายน้ำเป็นเวลา 3 เดือน จำนวน 40 คน พบว่าว่ายน้ำท่ากบได้ 20 คน ว่ายน้ำท่าผีเสื้อได้ 19 คน และว่ายน้ำไม่ได้ไม่ว่าท่ากบหรือท่าผีเสื้อ 7 คน มีนักเรียนทั้งหมดกี่คนที่สามารถว่ายน้ำได้ทั้งท่ากบและท่าผีเสื้อ
7. จากการสอบถามผู้คนในหมู่บ้านหนึ่ง จำนวน 100 คน เกี่ยวกับการดื่มนม และดื่มกาแฟ ปรากฏว่ามีอยู่ 35 คน ไม่ดื่มนมและไม่ดื่มกาแฟ แต่จำนวนคนที่ดื่มนมอย่างเดียวเป็น 2 เท่า ของจำนวนคนที่ดื่มกาแฟอย่างเดียว ถ้ามีคนดื่มทั้งกาแฟและนมจำนวน 20 คน อยากทราบว่ามีคนดื่มกาแฟน้อยกว่าคนดื่มนมเท่าไร

8. ระหว่างปิดเทอมเด็กคนหนึ่งไปพักผ่อนที่พัทยา เขาสังเกตว่า

มีฝนตก 7 วัน ในช่วงเช้าหรือบ่าย

ถ้าวันใดฝนตกในช่วงเช้าฝนจะไม่ตกในช่วงบ่าย

มี 6 วันที่ฝนไม่ตกในช่วงเช้า

มี 5 วันที่ฝนไม่ตกในช่วงบ่าย

8.1 จงหาว่ามีกี่วันที่ฝนตกในช่วงเช้า

8.2 จงหาว่ามีกี่วันที่ฝนตกในช่วงบ่าย

8.3 เด็กคนนี้ไปพักผ่อนที่พัทยากี่วัน

9. จากการสำรวจนักเรียนพบว่า

มี 20 คนที่เลือกเรียนฝรั่งเศสหรือคณิต

ถ้าเลือกเรียนฝรั่งเศสแล้วต้องไม่เรียนคณิต

มี 17 คนที่ไม่เรียนคณิต

มี 15 คนที่ไม่เรียนฝรั่งเศส

9.1 จงหาว่านักเรียนที่ไม่เรียนทั้งสองวิชามีกี่คน

9.2 จงหาว่านักเรียนที่เรียนคณิตอย่างเดียวมีกี่คน

9.3 จงหาว่านักเรียนที่เรียนฝรั่งเศสอย่างเดียวมีกี่คน

การจัดการเรียนการสอน

บทที่ 3 ตรรกศาสตร์และการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

กระบวนวิชา คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

ชื่อผู้สอน อาจารย์ ดร. ณัฐวัชร สอนิชัย

เวลาที่ใช้สอน 4.5 ชั่วโมง

วัตถุประสงค์

1. นักศึกษาสามารถระบุข้อความที่เป็นประพจน์ได้
2. นักศึกษาสามารถแปลงประพจน์ให้เป็นสัญลักษณ์ได้
3. นักศึกษาสามารถหานิเสธของประพจน์ที่กำหนดให้ได้
4. นักศึกษารู้จักประพจน์ป่วงปริมาณ
5. นักศึกษาแปลงประพจน์ประกอบให้เป็นสัญลักษณ์ได้
6. นักศึกษาสามารถใช้นิยามของนิเสธและค่าเชื่อมประพจน์ได้
7. นักศึกษาสามารถสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ได้
8. นักศึกษาสามารถใช้ตารางค่าความจริงตรวจสอบประพจน์ที่สมมูลกันได้
9. นักศึกษาสามารถใช้ตารางค่าความจริงเพื่อตรวจสอบความสมเหตุสมผลได้
10. นักศึกษาสามารถใช้แผนภาพออยเลอร์เพื่อตรวจสอบความสมเหตุสมผลได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. บรรยายในชั้นเรียน
2. ให้นักศึกษาทำแบบฝึกหัดและซักถาม
3. ให้นักศึกษาทำแบบฝึกหัดกลุ่มและซักถาม
4. หากนักศึกษามีข้อสงสัยนอกห้องเรียน สามารถซักถามได้ทางเพจของกระบวนวิชา
<https://www.facebook.com/math206100/>

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน
2. กระดาษ และปากกา
3. เครื่องฉายทึบแสง
4. เครื่องคอมพิวเตอร์
5. สื่อนำเสนอ

เอกสารอ้างอิง

- Blitzer R., Thinking Mathematically, 3rd ed., Pearson Education, Inc., 2005.

ตรรกศาสตร์คือศาสตร์แห่งการให้เหตุผลที่มีส่วนช่วยให้นักศึกษาสามารถวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้รับและบรรลุข้อสรุปที่สมเหตุสมผล ในการเรียนรู้ทุกสาขาวิชานั้นการใช้เหตุผลในการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญ นักศึกษาจำเป็นต้องเข้าใจการเขียนและการพูดของแต่ละคน อีกทั้งยังสามารถวิเคราะห์ข้อมูลหรือจุดประสงค์ของผู้พูด เพื่อหลีกเลี่ยงการได้ข้อสรุปที่ไม่ตรงตามความต้องการของผู้สื่อสาร

ในบทนี้นักศึกษาจะได้วิเคราะห์ข้อมูลโดยการศึกษาการสมเหตุสมผลผ่านสัญลักษณ์ โดยใช้ตัวอักษรหรือสัญลักษณ์ต่าง ๆ เพื่อแสดงถึงประโยคและความสัมพันธ์ของภาษา การเรียนรู้นี้ช่วยให้นักศึกษาเห็นภาพที่เราต้องการศึกษาได้ชัดเจนขึ้น และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการให้เหตุผลได้อีกด้วย

3.1

ข้อความ นิเสธ และข้อความบ่งปริมาณ

ในอดีตมีข้อความหรือคำพูดมากมายที่ผิดจากความจริงในปัจจุบัน ดังเช่นตัวอย่างต่อไปนี้
"การสร้างถนนเพื่อให้รถวิ่งจะไม่เกิดขึ้นในอนาคต"

จากนิตยสารฮาร์เปอร์ประจำสัปดาห์ (Harper's Weekly) ฉบับวันที่ 2 สิงหาคม ค.ศ. 1902

"ไม่มีทางเป็นไปได้ที่จะจมเรือรบขนาดใหญ่ด้วยระเบิด"

โดยพลเรือคัลาร์กวูดเวิร์ด (Rear Admiral Clark Woodward) ทหารประจำกองทัพอากาศสหรัฐอเมริกา
ปี ค.ศ. 1939

"การโจมตีฐานทัพเรือเพิร์ล (Pearl Harbor) ของประเทศญี่ปุ่นเป็นยุทธวิธีที่เป็นไปไม่ได้"

โดย George Fielding Eliot สายข่าวชาวอเมริกา กันยายน ค.ศ. 1938

"โทรทัศน์จะขายไม่ออก เพราะผู้คนจะเหนื่อยล้ากับการจ้องไปที่กล่องไม้อัดแบบนี้ทุกคืน"

โดย Darryl F. Zanuck ปี ค.ศ. 1949

"ไม่ว่าอะไรจะเกิดขึ้นที่สงครามเวียดนาม ไม่มีอะไรที่เป็นไปได้ นอกจากพวกเราจะชนะสงคราม"

โดย Lyndon B. Johnson กล่าวในสุนทรพจน์ปี ค.ศ. 1967

การที่นักศึกษาได้อ่านข้อความข้างต้นแล้วสามารถสรุปว่าเป็นความเท็จ แสดงว่านักศึกษาสามารถบ่งชี้ข้อมูลที่ผิดพลาดในอดีตโดยอาศัยข้อมูลใหม่ที่ถูกต้อง อันดับแรกของการศึกษาเกี่ยวกับตรรกศาสตร์เริ่มจากความเข้าใจในเรื่องของข้อความ (ประพจน์)

ประพจน์ (Statement)

ในชีวิตประจำวัน เราใช้ประโยคหลายรูปแบบในการสื่อสาร ประโยคบางประโยคสามารถระบุได้ชัดเจนว่าเป็นความจริงหรือเท็จ แต่ก็มีบางประโยคใช้เพื่อแสดงความคิดเห็น ดังคำถามหรืออุทานออกมา เช่น ช่วยด้วย! อู๊ย! อย่างไรก็ตามทางตรรกศาสตร์ไม่ใช่ทุกประโยคที่นักศึกษานำมาพิจารณาได้ เราจะนำประโยคที่เป็นประพจน์เท่านั้นในการพิจารณา

นิยามของประพจน์

ประพจน์คือประโยคที่สามารถระบุค่าความจริงเป็น "จริง (true)" หรือ "เท็จ (false)" อย่างใดอย่างหนึ่ง โดยไม่ใช้ความรู้สึกในการตัดสิน

ตัวอย่างของประพจน์ เช่น

- เชียงใหม่เป็นเมืองหลวงของประเทศไทย
- พลเอกประยุทธ์เป็นนายกรัฐมนตรีของไทย

ประพจน์แรกให้ค่าความจริงเป็นเท็จ ส่วนประพจน์ที่สองให้ค่าความจริงเป็นจริง ซึ่งนักศึกษาสามารถระบุค่าความจริงได้ชัดเจน

ในบางครั้งเราไม่จำเป็นต้องทราบค่าความจริงของประพจน์ก็สามารถแสดงได้ว่าข้อความนี้เป็นประพจน์หรือไม่ เพียงแค่นักศึกษาทราบว่าข้อความนั้นสามารถหาข้อเท็จจริงได้แน่นอน เช่น

"เลข 123,456,789 ถูกหารด้วย 11,111 ลงตัว"

นักศึกษาสามารถตอบได้ว่าข้อความนี้เป็นประพจน์ทั้ง ๆ ที่ยังไม่ได้นับจำนวนผลลัพธ์เลย

สำหรับบางประโยค เช่น ประโยคคำสั่ง ประโยคคำถาม ประโยคแสดงความคิดเห็น คำอุทาน หรือประโยคที่เราไม่สามารถระบุค่าความจริงได้ ไม่ถือว่าเป็นประพจน์ เพราะว่าเราไม่สามารถระบุค่าความจริงของข้อความได้ เช่น

"จงอ่านหนังสือหน้า 4 ถึงหน้า 5" เป็นประโยคคำสั่ง

"วันนี้จะทานอาหารอะไรดี" เป็นประโยคคำถาม

"นิทานเรื่องกระต่ายกับเต่าเป็นนิทานที่ดีที่สุดสำหรับเด็ก" เป็นประโยคแสดงความคิดเห็น

ในทางตรรกศาสตร์เราจะใช้สัญลักษณ์ตัวพิมพ์เล็กเช่น p , q , r หรือ s แทนประพจน์ เช่น

p แทน เชียงใหม่เป็นเมืองหลวงของประเทศไทย

q แทน พลเอกประยุทธ์เป็นนายกรัฐมนตรีของไทย

นิเสธของประพจน์

ประพจน์นิเสธของ p เขียนแทนด้วย $\sim p$ คือประพจน์ "ไม่ใช่ p " มีค่าความจริงตรงข้ามกับ p

เช่น ประพจน์ที่ว่า

"พลเอกประยุทธ์เป็นนายกรัฐมนตรีของไทย" ให้ค่าความจริงเป็นจริง

ดังนั้นนิเสธของประพจน์นี้คือ

"พลเอกประยุทธ์ไม่ได้เป็นนายกรัฐมนตรีของไทย" เป็นประพจน์ที่ให้ค่าความจริงเป็นเท็จ

นักศึกษาจะเห็นว่านิเสธของประพจน์ที่ให้ค่าความจริงเป็นจริงจะได้ค่าความจริงที่เป็นเท็จ เช่นเดียวกับประพจน์ที่ค่าความจริงเป็นเท็จ นิเสธจะให้ค่าความจริงที่เป็นจริง

ตัวอย่าง 1: การเขียนนิเสธของประพจน์

จงเขียนนิเสธของประพจน์ต่อไปนี้

1. วันนี้เป็นวันอังคาร
2. ไม่มีร้านกาแฟในจังหวัดเชียงใหม่

คำตอบ:

1. วิธีการที่ง่ายที่สุดในการเขียนนิเสธของประพจน์คือการแทรกคำว่า "ไม่" เข้าไปในประพจน์ ดังนั้นนิเสธของประพจน์ในข้อนี้คือ

"วันนี้ไม่ได้เป็นวันอังคาร"

ถึงอย่างไรก็ตามนักศึกษาก็สามารถเขียนนิเสธของประพจน์ลักษณะอื่นได้ แต่ความหมายของประพจน์ยังคงเดิม เช่น นักศึกษาอาจจะเขียนนิเสธของประพจน์ในข้อนี้เป็น

"ไม่เป็นความจริงที่ว่าวันนี้เป็นวันอังคาร"

2. นิเสธของประพจน์ "ไม่มีร้านกาแฟในจังหวัดเชียงใหม่" คือ

"ไม่เป็นความจริงที่ว่าไม่มีร้านกาแฟในจังหวัดเชียงใหม่"

แต่นักศึกษาก็สามารถเขียนเป็นภาษาที่เข้าใจง่ายกว่าคือ

"มีร้านกาแฟในจังหวัดเชียงใหม่"

คำถาม 1:

จงเขียนนิเสธของประพจน์ต่อไปนี้

p แทนวันนี้เป็นวันอังคาร

q แทนไม่มีร้านกาแฟในจังหวัดเชียงใหม่

หมายเหตุ : นิเสธของประพจน์ p สามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\sim p$

ประโยคเปิดและประพจน์บ่งปริมาณ

ประโยคเปิด คือประโยคบอกเล่าหรือปฏิเสธที่มีตัวแปร ประโยคเปิดไม่สามารถบอกค่าความจริงได้ แต่ถ้าแทนค่าตัวแปรลงไป ประโยคเปิดจะกลายเป็นประพจน์ กล่าวคือสามารถบอกค่าความจริงได้ เช่น

"เขาเป็นนักฟุตบอล"

โดยตัวแปรของประโยคนี้คือ "เขา" ซึ่งเราไม่ทราบว่ามีหมายถึงใคร จึงบอกไม่ได้ว่าประโยคนี้เป็นจริงหรือเท็จ หากแทน "เขา" ด้วย "ซาริล ชัปป์ยัส" ประโยคนี้ก็จะกลายเป็นประพจน์ เพราะเราสามารถบอกได้ว่าเป็นจริง

นอกจากการแทนค่าตัวแปรแล้ว อีกหนึ่งวิธีที่สามารถทำให้ประโยคเปิดกลายเป็นประพจน์ได้ คือการเติมตัวบ่งปริมาณในประโยคเปิดนั่นเอง

ตัวบ่งปริมาณมี 2 ชนิด คือ

"for all (ทุกตัว)" และ "for some (บางตัว)"

ตัวอย่างเช่น

นักวิ่งทุกคนสามารถว่ายน้ำได้

รถยนต์ทุกคันไม่ได้มี 2 ล้อ

คนบางคนตาชั้นเดียว

นักศึกษาบางคนไม่ได้เกรดเฉลี่ย 4.00

การแปลงนิเสธของประพจน์บ่งปริมาณทำได้ยากกว่าประพจน์ปกติ สมมติว่านักศึกษาต้องการสร้างนิเสธของประพจน์

"นักวิ่งทุกคนสามารถว่ายน้ำได้"

เนื่องจากข้อความนี้เป็นเท็จ การสร้างนิเสธจะต้องได้ค่าความจริงเป็นจริง ดังนั้นนิเสธของประพจน์นี้คือ

"ไม่เป็นความจริงที่นักวิ่งทุกคนสามารถว่ายน้ำได้"

ซึ่งมีความหมายเดียวกับประพจน์

"นักวิ่งบางคนไม่สามารถว่ายน้ำได้"

นักศึกษาจะเห็นว่าประพจน์นี้ให้ค่าความจริงเป็นจริง

การสร้างนิเสธของประพจน์บ่งปริมาณนั้นมีความยุ่งยากในการให้ความหมายของประพจน์ในเชิงภาษา ตารางด้านล่างจะช่วยให้คุณศึกษาใช้เป็นแนวทางในการสร้างนิเสธของประพจน์บ่งปริมาณ

ประพจน์	นิเสธของประพจน์	ตัวอย่าง
ทุก A เป็น B	บาง A ไม่เป็น B	เด็กทุกคนอาบน้ำก่อนเข้านอน นิเสธของประพจน์คือ เด็กบางคนไม่ได้อาบน้ำก่อนเข้านอน
บาง A เป็น B	ทุก A ไม่เป็น B หรือ ไม่มี A เป็น B	รถยนต์บางคันใช้ไฟฟ้า นิเสธของประพจน์คือ รถยนต์ทุกคันไม่ใช่ไฟฟ้า หรือ ไม่มีรถยนต์ที่ใช้ไฟฟ้า

ตัวอย่าง 2: การสร้างนิเสธของประพจน์บ่งปริมาณ

เพื่อนคนหนึ่งบอกกับเราว่า

"แกะลงทะเลเบียนไม่ได้เลยสักวิชาในเทอมนี้"

ต่อมาทราบว่าเพื่อนคนนี้ไม่หวังดีกับเรา โกหกเรา ดังนั้นเราจะสรุปสิ่งที่เพื่อนพูดได้อย่างไร

คำตอบ : เราลงทะเลเบียนได้บางวิชาในเทอมนี้ หรืออีกความหมายหนึ่งคือ มีอย่างน้อยหนึ่งวิชาในเทอมนี้ที่เราลงทะเลเบียนได้

คำถาม 2:

เจ้าของบริษัทสินค้าขายตรงยี่ห้อหนึ่งต้องการชักจูงให้คนมาทำงานขายสินค้าให้บริษัทว่า

"คนที่ทำงานกับเราทุกคนจะได้ไปเที่ยวญี่ปุ่น"

ต่อมาทราบว่าเจ้าของบริษัทถูกตำรวจจับข้อหาหลอกลวงประชาชน อยากทราบว่าเราสามารถสรุปข้อความที่เจ้าของบริษัทคนนี้พูดได้อย่างไร

แบบฝึกหัด 3.1

1. จงตรวจสอบว่าข้อความใดเป็นประพจน์
 - 1.1 บริเวณใดที่สามารถออกกำลังกายได้
 - 1.2 มหาวิทยาลัยเชียงใหม่เป็นสถานที่ท่องเที่ยวหรือไม่
 - 1.3 ได้เวลาเข้านอนแล้ว
 - 1.4 ไม่มีนักโทษคนใดรับโทษประหาร
 - 1.5 ภูเขาตัวไม่มีพิษ
 - 1.6 $x + 2 = 3$
 - 1.7 $x + 2 = 3$ โดยที่ $x = 0$
2. จงสร้างนิเสธของประพจน์
 - 2.1 ฤดูหนาวที่เชียงใหม่อบอุ่นผิดปกติ
 - 2.2 มวยไทยเป็นศิลปะการต่อสู้ของประเทศไทย

แบบฝึกหัดกลุ่ม 3.1

1. จงหาประโยคที่ไม่ใช่ประพจน์ โดยเป็นประโยคที่มีค่าความจริงเป็นได้ทั้ง "จริง" และ "เท็จ"
2. จงยกตัวอย่างประพจน์ "บาง A ไม่เป็น B " ที่ให้ค่าความจริงเป็นจริง แต่ประพจน์ "บาง B ไม่เป็น A " ให้ค่าความจริงเป็นเท็จ

3.2

ข้อความประกอบและตัวเชื่อม

ในบางครั้งนักศึกษาสามารถพบเจอประโยคหรือข้อความที่มีการเชื่อมประโยคเข้าด้วยกัน เช่น

รายได้เฉลี่ยของประชากรไทยมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับระดับการศึกษา และรายได้เฉลี่ยของประชากรที่จบปริญญาโทจะสูงกว่ารายได้เฉลี่ยโดยรวมของประชากรทั้งหมด

นักศึกษาจะเห็นว่าประโยคข้างต้นสามารถแยกออกได้เป็นสองประโยคคือ

1. รายได้เฉลี่ยของประชากรไทยมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับระดับการศึกษา
2. รายได้เฉลี่ยของประชากรที่จบปริญญาโทจะสูงกว่ารายได้เฉลี่ยโดยรวมของประชากรทั้งหมด

ประพจน์สองประพจน์ที่แยกออกมานี้เรียกว่าประพจน์ปกติ (simple statement) เนื่องจากประพจน์สื่อความหมายหนึ่งความหมายโดยไม่มีคำเชื่อม สำหรับประพจน์ที่ถูกรวบรวมใหม่เรียกว่า "ประพจน์ประกอบ (compound statement)" และ "คำเชื่อม (connectivity)" ทัวปที่ใช้เชื่อมระหว่างประพจน์ ได้แก่

และ (and) หรือ (or) ถ้า...แล้ว (if...then) ก็ต่อเมื่อ (if and only if)

ประพจน์ประกอบพบได้บ่อยทั้งภาษาเขียนและภาษาพูด นักศึกษาจำเป็นต้องเข้าใจตรรกะของประพจน์ดังกล่าวให้ถูกต้องความหมายตามคำเชื่อมต่าง ๆ ในหัวข้อนี้นักศึกษาจะได้ศึกษาคำเชื่อมทั้งสี่แบบ

คำเชื่อม "และ"

กำหนดให้ p และ q เป็นประพจน์สองประพจน์ใด ๆ สำหรับประพจน์

" p และ q " ใช้สัญลักษณ์ $p \wedge q$

ตัวอย่าง 1: การแปลงประพจน์ให้เป็นสัญลักษณ์

กำหนดให้

p แทนเชียงใหม่เป็นจังหวัดในประเทศไทย

q แทนเจ้าพระยาเป็นจังหวัดในประเทศไทย

จงเขียนประพจน์ประกอบต่อไปนี้ให้เป็นสัญลักษณ์

1. เชียงใหม่และเจ้าพระยาเป็นจังหวัดในประเทศไทย
2. เชียงใหม่เป็นจังหวัดในประเทศไทยและเจ้าพระยาไม่ได้เป็นจังหวัดในประเทศไทย

คำตอบ :

1. สัญลักษณ์ของประพจน์คือ $p \wedge q$
2. สัญลักษณ์ของประพจน์คือ $p \wedge \sim q$

ในบางกรณีการใช้คำเชื่อม "และ (and)" สามารถใช้ "แต่ (but)" แทนได้ เช่น
 เชียงใหม่เป็นจังหวัดในประเทศไทยและเจ้าพระยาไม่ได้เป็นจังหวัดในประเทศไทย
 เชียงใหม่เป็นจังหวัดในประเทศไทยแต่เจ้าพระยาไม่ได้เป็นจังหวัดในประเทศไทย

คำถาม 1: กำหนดให้

p แทนการนอนหลับคือการพักผ่อน

q แทนการฟังเพลงคือการพักผ่อน

จงเขียนประพจน์ประกอบต่อไปนี้ให้เป็นสัญลักษณ์

1. การนอนหลับและการฟังเพลงคือการพักผ่อน
2. การนอนหลับคือการพักผ่อนแต่การฟังเพลงไม่ใช่การพักผ่อน

คำเชื่อม "หรือ"

คำเชื่อม "หรือ (or)" ในด้านภาษานั้นคำว่า "หรือ" สามารถตีความได้สองความหมายที่ต่างกัน เช่น

ผมไปเที่ยวลำปางหรือตาก

ความหมายของประพจน์นี้อาจจะหมายถึง

ผมไปเที่ยวลำปางหรือตาก แต่ไม่ได้ไปทั้งสองที่ไปที่ใดที่หนึ่ง

ตัวอย่างนี้ในทางตรรกศาสตร์เรียกว่า "exclusive or" เลือกอันใดอันหนึ่งแต่ไม่ทั้งสอง
 ส่วนอีกความหมายหนึ่งของคำว่า "หรือ" คือ

ผมไปเที่ยวลำปางหรือตากหรือทั้งสองจังหวัด

ความหมายลักษณะนี้ในทางตรรกศาสตร์เรียกว่า "inclusive or" เลือกทั้งหมดทุกกรณี

ซึ่งในบทเรียนทางด้านกฎหมาย ตรรกศาสตร์ หรือคณิตศาสตร์ความหมายของคำว่า "หรือ (or)" ที่ปรากฏจะมีความหมายเป็น "inclusive or" ทั้งหมด

กำหนดให้ p และ q เป็นประพจน์ใดๆ แล้วประพจน์เชื่อม " p หรือ q " หมายถึง p หรือ q หรือทั้งคู่ โดยใช้สัญลักษณ์ $p \vee q$ ในการเขียน

ตัวอย่าง 2: การแปลงประพจน์ให้เป็นสัญลักษณ์

กำหนดให้

 p แทนนักศึกษาไทยใส่เสื้อสีขาว q แทนนักศึกษาไทยใส่กางเกงสีดำ

จงแปลงประพจน์ประกอบต่อไปนี้ให้เป็นสัญลักษณ์

1. นักศึกษาไทยใส่เสื้อสีขาวหรือกางเกงสีดำ
2. นักศึกษาไทยใส่เสื้อสีขาวหรือไม่ใส่กางเกงสีดำ

คำตอบ:

1. สัญลักษณ์ของประพจน์คือ $p \vee q$
2. สัญลักษณ์ของประพจน์คือ $p \vee \sim q$

คำถาม 2: กำหนดให้ p แทนดอกเบญจนาคารเพิ่มสูงขึ้น q แทนเงินกู้ธนาคารเพิ่มสูงขึ้น

จงแปลงประพจน์ประกอบต่อไปนี้ให้เป็นสัญลักษณ์

1. ดอกเบญหรือเงินกู้ธนาคารเพิ่มสูงขึ้น
2. เงินกู้ธนาคารเพิ่มสูงขึ้นหรือดอกเบญจนาคารไม่ได้เพิ่มขึ้น

คำเชื่อม "ถ้า...แล้ว"

พิจารณาตัวอย่าง "ถ้าเล่นกีตาร์เป็นแล้วจะร้องเพลงได้" ความหมายของประพจน์ดังกล่าว คือ คนใดก็ตามที่เล่นกีตาร์เป็นแล้วจะสามารถร้องเพลงได้ เป็นประพจน์ที่แสดง "เงื่อนไข (condition)" เงื่อนไขคือเล่นกีตาร์เป็นโดยส่งผลให้สามารถร้องเพลงได้ตามมา การสร้างประพจน์

"ถ้า p แล้ว q " ใช้สัญลักษณ์ $p \rightarrow q$ แทน

ตัวอย่าง 3: การแปลงประพจน์เป็นสัญลักษณ์

กำหนดให้

p แทนหมาเป็นนักแสดงตลก

q แทนหมาเป็นคนอีสาน

จงแปลงประพจน์ประกอบต่อไปนี้ให้เป็นสัญลักษณ์

1. ถ้าหมาเป็นนักแสดงตลกแล้วหมาเป็นคนอีสาน
2. ถ้าหมาเป็นคนอีสานแล้วหมาเป็นนักแสดงตลก
3. ถ้าหมาไม่ได้เป็นคนอีสานแล้วหมาไม่ได้เป็นนักแสดงตลก

คำตอบ:

1. สัญลักษณ์ของประพจน์คือ $p \rightarrow q$
2. สัญลักษณ์ของประพจน์คือ $q \rightarrow p$
3. สัญลักษณ์ของประพจน์คือ $\sim q \rightarrow \sim p$

คำถาม 3: กำหนดให้

p แทนดาวมหาวิทยาลัยเชียงใหม่เป็นนางสาวเชียงใหม่

q แทนดาวมหาวิทยาลัยเชียงใหม่เป็นนางสาวไทย

จงแปลงประพจน์ประกอบต่อไปนี้ให้เป็นสัญลักษณ์

1. ถ้าดาวมหาวิทยาลัยเชียงใหม่เป็นนางสาวเชียงใหม่แล้วเธอจะได้เป็นนางสาวไทยด้วย
2. ถ้าดาวมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ไม่ได้เป็นนางสาวเชียงใหม่แล้วเธอจะไม่ได้เป็นนางสาวไทย
3. ถ้าดาวมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ไม่ได้เป็นนางสาวไทยแล้วเธอจะไม่ได้เป็นนางสาวเชียงใหม่

คำเชื่อม "ก็ต่อเมื่อ"

พิจารณาประพจน์เงื่อนไข

ถ้าคุณอาศัยในขอนแก่นแล้วคุณอาศัยอยู่ในประเทศไทย

ซึ่งประพจน์นี้ให้ค่าความจริงเป็นจริง เนื่องจากจังหวัดขอนแก่นเป็นจังหวัดหนึ่งในประเทศไทย

สำหรับความหมายของประพจน์

ถ้าคุณอาศัยอยู่ในประเทศไทยแล้วคุณจะอาศัยในขอนแก่นด้วย

นักศึกษาเห็นว่าประพจน์นี้อาจจะไม่เป็นจริงก็ได้ เช่นถ้าเราอาศัยในจังหวัดอื่นซึ่งอยู่ในประเทศไทยเหมือนกัน เช่นจังหวัดเชียงใหม่ ซึ่งไม่จำเป็นต้องอยู่ขอนแก่นเพียงอย่างเดียว แสดงให้เห็นว่าประพจน์เงื่อนไขที่เป็นความจริง ส่วนกลับไม่จำเป็นต้องจริงเสมอไป

อย่างไรก็ตามบางประพจน์เงื่อนไขอาจจะให้ค่าความจริงที่เหมือนกันเมื่อเราสลับเงื่อนไขได้ เช่น กำหนดให้

p แทนเลข 5 เป็นจำนวนที่มากกว่าศูนย์

q แทนเลข 5 เป็นจำนวนจริงบวก

เห็นได้ว่าทั้งสองประพจน์เงื่อนไข (ถ้า...แล้ว) มีค่าความจริงเป็นจริงทั้งสองประพจน์

$p \rightarrow q$ หมายถึงถ้าเลข 5 เป็นจำนวนที่มากกว่าศูนย์แล้วเลข 5 เป็นจำนวนบวกด้วย

$q \rightarrow p$ หมายถึงถ้าเลข 5 เป็นจำนวนบวกแล้วเลข 5 เป็นจำนวนที่มากกว่าศูนย์ด้วย

ในกรณีนี้เราสามารถสร้างคำเชื่อมโดยมีความหมายเหมือนประพจน์ทั้งสองโดยใช้คำเชื่อม "ก็ต่อเมื่อ" หรือเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\leftrightarrow$

ตัวอย่าง 4: การแปลงประพจน์เป็นสัญลักษณ์

กำหนดให้

p แทนสุนัขมีหาง

q แทนสุนัขมีหู

จงแปลงประพจน์ประกอบต่อไปนี้ให้เป็นสัญลักษณ์

1. สุนัขมีหางก็ต่อเมื่อมันมีหู
2. สุนัขไม่มีหูก็ต่อเมื่อมันไม่มีหาง

คำตอบ:

สัญลักษณ์ของประพจน์คือ $p \leftrightarrow q$

สัญลักษณ์ของประพจน์คือ $\sim q \leftrightarrow \sim p$

คำถาม 4: กำหนดให้ p แทนขามีไผ่เดิน q แทนขามีไผ่วิ่ง

จงแปลงประพจน์ประกอบต่อไปนี้ให้เป็นสัญลักษณ์

1. ขามีไผ่วิ่งก็ต่อเมื่อขามีไผ่เดิน
2. ขามีไผ่เดินก็ต่อเมื่อขามีไผ่วิ่ง

แบบฝึกหัด 3.2

1. จงเปลี่ยนสัญลักษณ์ต่อไปนี้เป็นประพจน์

 p : อุณหภูมิสูงกว่า 30 องศา q : พวกเราจะเลิกเรียน r : พวกเราไปทะเล

1.1 $(p \wedge q) \rightarrow r$

1.2 $p \wedge (q \rightarrow r)$

1.3 $(\sim r \rightarrow \sim q) \vee p$

2. จงพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

 p : คนไทยส่วนใหญ่นับถือศาสนาพุทธ q : คนไทยส่วนใหญ่พูดภาษาไทยได้ r : คนไทยส่วนใหญ่ผมเป็นสีทอง

2.1 $(\sim q \vee p) \rightarrow r$

2.2 $\sim (p \wedge q) \leftrightarrow \sim r$

แบบฝึกหัดกลุ่ม 3.2

ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มหาบทความที่มีคำเชื่อมประพจน์อย่างน้อย 6 คำเชื่อมใน 1 บทความ คำเชื่อมต้องประกอบด้วยคำเชื่อมที่ต่างกันอย่างน้อย 3 แบบ พร้อมทั้งอธิบายความหมายของบทความที่นำมาแสดง

3.3

ตารางค่าความจริงสำหรับข้อความ

ในบทนี้นักศึกษาจะได้ศึกษาเกี่ยวกับค่าความจริงของประพจน์จากหัวข้อ 3.2 ว่าค่าความจริงของประพจน์จะเป็นจริงหรือเท็จ ซึ่งเรียกว่าการหาค่าความจริงของประพจน์

นิเสธ

นิเสธของประพจน์ที่เป็นจริงจะมีค่าความจริงเป็นเท็จ นักศึกษาสามารถเขียนตารางโดยใช้

- สัญลักษณ์ T แทนประพจน์ที่ค่าความจริงเป็นจริง และ
- สัญลักษณ์ F แทนประพจน์ที่ค่าความจริงเป็นเท็จ

p	$\sim p$
T	F

นิเสธของประพจน์ที่เป็นเท็จจะมีค่าความจริงที่เป็นจริง นักศึกษาสามารถเขียนตารางได้เป็น

p	$\sim p$
F	T

รวมทั้งสองตารางข้างต้นจะได้ผลลัพธ์ดังตารางเรียกว่า ตารางค่าความจริงของนิเสธ

p	$\sim p$
T	F
F	T

คำเชื่อม "และ"

เพื่อนบอกกับเราว่า

"ฉันได้ไปเที่ยวพม่าและเวียดนาม"

เพื่อให้เข้าใจถึงค่าความจริงของประพจน์นี้ นักศึกษาต้องแบ่งประพจน์นี้ออกเป็นสองประพจน์ดังนี้

p คือฉันได้ไปเที่ยวพม่า

q คือฉันได้ไปเที่ยวเวียดนาม

เราสามารถสรุปค่าความจริงของประพจน์นี้ได้ 4 กรณีคือ

1. เพื่อนของเราได้ไปเที่ยวทั้งสองประเทศนี้จริง ๆ ดังนั้น p เป็นจริง และ q เป็นจริง ทำให้ประพจน์ "ฉันได้ไปเที่ยวพม่าและเวียดนาม" ให้ค่าความจริงเป็นจริงด้วย เพราะว่าเพื่อนของเราได้ไปมาจริง ๆ ทั้งสองแห่ง นักศึกษาสามารถเขียนเป็นตารางได้ดังนี้

p	q	$p \wedge q$
T	T	T

2. เพื่อนของเราได้ไปเที่ยวพม่าจริง แต่ไม่ได้ไปเที่ยวเวียดนาม ดังนั้นในกรณีนี้ p เป็นจริง ส่วน q เป็นเท็จ หมายความว่าเพื่อนของเราไม่ได้ไปเที่ยวทั้งสองแห่งจริง ๆ ดังนั้น $p \wedge q$ เป็นเท็จ นักศึกษาสามารถเขียนตารางสำหรับกรณีนี้ได้ดังนี้

p	q	$p \wedge q$
T	F	F

3. สำหรับกรณีนี้คือ เพื่อนของเราไม่ได้ไปเที่ยวพม่าแต่ได้ไปเที่ยวเวียดนาม ทำให้ p เป็นเท็จ และ q เป็นจริง เช่นเดียวกับกรณีสอง เพื่อนของเราไม่ได้ไปเที่ยวทั้งสองแห่ง ดังนั้น $p \wedge q$ เป็นเท็จ

p	q	$p \wedge q$
F	T	F

4. กรณีนี้คือเพื่อนของเราไม่ได้ไปเที่ยวทั้งสองแห่งเลย ดังนั้น p เป็นเท็จ และ q เป็นเท็จ อีกทั้งประพจน์ $p \wedge q$ เป็นเท็จด้วย

p	q	$p \wedge q$
F	F	F

นักศึกษาสามารถสร้างตารางค่าความจริงสรุปทั้งสี่กรณี

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

สังเกตได้ว่ามีเฉพาะกรณีที่เพื่อนของเราไปเที่ยวพม่าและเวียดนามจริง ๆ เท่านั้นที่ให้ค่าความจริงเป็นจริง

คำเชื่อม "หรือ"

ยกตัวอย่างประพจน์

"ฉันไปเที่ยวพม่าหรือเวียดนาม"

นั่นหมายความว่า ถ้าฉันไปเที่ยวประเทศใดประเทศหนึ่งหรือไปทั้งสองแห่ง จะทำให้ค่าความจริงของประพจน์เป็นจริง ประพจน์นี้จะ เป็นเท็จได้ก็ต่อเมื่อฉันไม่ได้ไปเที่ยวทั้งสองประเทศ ตารางค่าความจริงของคำเชื่อม "หรือ" แสดงได้ดังนี้

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

คำเชื่อม "ถ้า...แล้ว"

ถ้าสมมติว่าอาจารย์ในห้องเรียนได้สัญญากับเราระหว่างสอนว่า

"ถ้านักศึกษาสอบผ่านปลายภาคแล้วนักศึกษาจะผ่านวิชานี้"

จากประพจน์ข้างต้นเราสามารถแบ่งประพจน์ออกเป็นสองประพจน์ดังนี้

p คือนักศึกษาสอบผ่านปลายภาค

q คือนักศึกษาผ่านวิชานี้

พิจารณา 4 กรณีดังนี้

1. (T,T) นักศึกษาสอบผ่านปลายภาค และผ่านวิชานี้ด้วย แสดงว่าอาจารย์ได้ทำตามสัญญา ดังนั้นประพจน์เงื่อนไขเป็นจริง
2. (T,F) นักศึกษาสอบผ่านปลายภาค แต่ไม่ผ่านวิชานี้ แสดงว่าอาจารย์ไม่ได้ทำตามสัญญา ดังนั้นประพจน์เงื่อนไขเป็นเท็จ
3. (F,T) นักศึกษาสอบไม่ผ่านปลายภาค แต่ผ่านวิชานี้ แสดงว่าอาจารย์ได้สัญญาเพียงแต่ว่า ถ้านักศึกษาสอบผ่านปลายภาคแล้วจะได้ผลอย่างไร แต่ไม่ได้บอกอะไรเกี่ยวกับการสอบไม่ผ่านปลายภาค อาจารย์คนนี้ได้ผิดสัญญาอะไร ดังนั้นประพจน์เงื่อนไขเป็นจริง
4. (F,F) นักศึกษาสอบไม่ผ่านปลายภาค และไม่ผ่านวิชานี้ เช่นเดียวกับกรณีสาม อาจารย์ไม่ได้บอกอะไรสำหรับกรณีที่นักศึกษาสอบไม่ผ่านปลายภาค ดังนั้นประพจน์เงื่อนไขเป็นจริง

สามารถเขียนเป็นตารางค่าความจริงของประพจน์ได้ดังนี้

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T



<http://www.gradhacker.org>

คำเชื่อม "ก็ต่อเมื่อ"

ความหมายของ " $p \leftrightarrow q$ " คือ " $p \rightarrow q$ และ $q \rightarrow p$ " นั่นคือตารางค่าความจริงของ "ก็ต่อเมื่อ" สามารถหาได้จากประพจน์

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

แสดงดังตาราง

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

ตารางค่าความจริงของ "ก็ต่อเมื่อ" แสดงได้ดังนี้

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

ตัวอย่าง 1: การสร้างตารางค่าความจริง

จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์

$$(\sim p \vee q) \wedge \sim q$$

เพื่อแสดงว่าประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริงกรณีใด หรือเป็นเท็จกรณีใด

คำตอบ:

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$\sim q$	$(\sim p \vee q) \wedge \sim q$
T	T	F	T	F	F
T	F	F	F	T	F
F	T	T	T	F	F
F	F	T	T	T	T

นักศึกษาสังเกตที่หลักสุดท้ายในตารางเห็นว่าประพจน์นี้จะเป็นจริงได้กรณีเดียวคือกรณีที่ p เป็นเท็จ และ q เป็นเท็จ

คำถาม 1: จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ $(p \wedge \sim q) \vee \sim p$ เพื่อแสดงว่าประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริงกรณีใด หรือเป็นเท็จกรณีใด

ตัวอย่าง 2: การสร้างตารางค่าความจริง

จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์

$$\sim q \rightarrow \sim p$$

เพื่อแสดงว่าประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริงกรณีใด หรือเป็นเท็จกรณีใด

คำตอบ:

p	q	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T
T	F	T	F	F
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T

คำถาม 2: จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ $\sim p \rightarrow \sim q$ เพื่อแสดงว่าประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริงกรณีใด หรือเป็นเท็จกรณีใด

ตัวอย่าง 3: การสร้างตารางค่าความจริง

จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์

$$(p \vee q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow p)$$

เพื่อแสดงว่าประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริงกรณีใด หรือเป็นเท็จกรณีใด

คำตอบ:

p	q	$p \vee q$	$\sim q$	$\sim q \rightarrow p$	$(p \vee q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow p)$
T	T	T	F	T	T
T	F	T	T	T	T
F	T	T	F	T	T
F	F	F	T	F	T

คำถาม 3: จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ $(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \rightarrow q)$ เพื่อแสดงว่าประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริงกรณีใด หรือเป็นเท็จกรณีใด

แบบฝึกหัด 3.3

1. จงเติมค่าความจริงลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T				
T	F				
F	T				
F	F				

2. จงระบุค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

2.1 $3 + 4 = 5$ และ 4 เป็นจำนวนคี่

2.2 ภูเขาชนิดไม่มีพิษและไม่มีงูที่มีสีเขียว

2.3 การวิ่งคือการออกกำลังกายหรือการว่ายน้ำคือการนอนหลับ

2.4 $10 - 5 = 5$ หรือเชียงใหม่เป็นเมืองขึ้นของอังกฤษ

2.5 นักธุรกิจทุกคนจบคณะบริหารธุรกิจหรือไม่มีนักศึกษาที่จบคณะบริหารธุรกิจ

3. จงพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

p : พระอาทิตย์มีแสงสว่างในตัวเอง

q : โลกมีแสงสว่างในตัวเอง

r : พระจันทร์มีแสงสว่างในตัวเอง

3.1 ถ้า พระอาทิตย์ หรือพระจันทร์มีแสงสว่างในตัวเองแล้วโลกจะมีแสงสว่างในตัวเองด้วย

3.2 พระอาทิตย์ไม่มีแสงสว่างในตัวเอง ก็ต่อเมื่อพระจันทร์มีแสงสว่างในตัวเอง

3.3 โลก และ พระจันทร์ไม่มีแสงสว่างในตัวเอง หรือพระอาทิตย์มีแสงสว่างในตัวเอง

4. จงเขียนตารางค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

$$4.1 \quad p \vee \sim p$$

$$4.2 \quad p \wedge \sim p$$

$$4.3 \quad \sim p \wedge q$$

$$4.4 \quad \sim (p \vee q)$$

$$4.5 \quad \sim p \wedge \sim q$$

$$4.6 \quad (p \vee q) \wedge \sim p$$

$$4.7 \quad \sim p \vee (p \wedge \sim q)$$

$$4.8 \quad (p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$$

$$4.9 \quad (p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$$

$$4.10 \quad p \rightarrow \sim q$$

$$4.11 \quad \sim (q \rightarrow p)$$

$$4.12 \quad (p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$$

$$4.13 \quad (p \rightarrow q) \wedge \sim q$$

$$4.14 \quad (p \rightarrow q) \wedge \sim p$$

$$4.15 \quad p \leftrightarrow \sim q$$

$$4.16 \quad (p \leftrightarrow q) \rightarrow p$$

$$4.17 \quad (p \leftrightarrow \sim q) \rightarrow (q \rightarrow \sim p)$$

$$4.18 \quad (p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \vee \sim q)$$

3.4

ข้อความสมมูล และกฎเดอมอร์แกน

ประพจน์สมมูล

ประพจน์ที่สมมูลกันจะให้ความความจริงของประพจน์ที่เหมือนกัน ซึ่งการใช้ตารางค่าความจริงของสองประพจน์ก็สามารถบอกได้ว่าประพจน์ทั้งสองสมมูลกัน โดยนักศึกษาสามารถสังเกตจากค่าความจริงของทั้งสองประพจน์ว่าเหมือนกันทุกกรณีหรือไม่

ตัวอย่าง 1: การแสดงประพจน์ที่สมมูลกัน

1. จงแสดงว่าประพจน์ $p \vee \sim q$ สมมูลกับประพจน์ $\sim p \rightarrow \sim q$
2. จงเขียนประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์

นักโทษอยู่ในคุกหรือไม่ปฏิบัติตามกฎหมาย

คำตอบ:

1. สร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ $p \vee \sim q$ และ $\sim p \rightarrow \sim q$

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p$	$\sim p \rightarrow \sim q$
T	T	F	T	F	T
T	F	T	T	F	T
F	T	F	F	T	F
F	F	T	T	T	T

ตารางแสดงค่าความจริงของประพจน์ $p \vee \sim q$ และ $\sim p \rightarrow \sim q$ เหมือนกันทุกกรณี ดังนั้นประพจน์ทั้งสองสมมูลกัน

2. ประพจน์

นักโทษอยู่ในคุกหรือไม่ปฏิบัติตามกฎหมาย

กำหนดให้

p แทนนักโทษอยู่ในคุก

q แทนนักโทษปฏิบัติตามกฎหมาย

ดังนั้นสามารถเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้เป็น $p \vee \sim q$ จากคำตอบในข้อ 1. ทำให้เราทราบว่าประพจน์ที่สมมูลคือประพจน์ $\sim p \rightarrow \sim q$ หรือเขียนเป็นประพจน์ได้เป็น

ถ้านักโทษไม่อยู่ในคุกแล้วนักโทษจะไม่ปฏิบัติตามกฎหมาย

สังเกตได้ว่าประพจน์ทั้งสองมีค่าความจริงเป็นจริง

คำถาม 1:

1. จงแสดงว่าประพจน์ $p \vee q$ สมมูลกับประพจน์ $\sim q \rightarrow p$
2. จงเขียนประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์

ฉันเป็นผู้ชายหรือเป็นผู้หญิง

เครื่องหมาย $\equiv$ ใช้แสดงการสมมูลกันของประพจน์สองประพจน์ เนื่องจากประพจน์ $p \vee \sim q$ สมมูลกับ $\sim p \rightarrow \sim q$ นักศึกษาสามารถเขียนได้เป็น

$$p \vee \sim q \equiv \sim p \rightarrow \sim q$$

ตัวอย่าง 2: จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์

$$\sim (p \wedge q)$$

เพื่อแสดงว่าประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริงกรณีใด หรือเป็นเท็จกรณีใด

คำตอบ:

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

ผลลัพธ์ท้ายในตารางค่าความจริงบอกเราได้ว่าประพจน์นี้เป็นเท็จได้กรณีเดียวคือทั้ง p และ q ต้องเป็นจริง

ยกตัวอย่างการประยุกต์ กำหนดให้

p แทนโตราเอมอนเป็นตัวการ์ตูน (เป็นจริง)

q แทนชินจังเป็นตัวการ์ตูน (เป็นจริง)

ประพจน์ $\sim (p \wedge q)$ คือ

ไม่เป็นความจริงที่ว่าโตราเอมอนและชินจังเป็นตัวการ์ตูน

ประพจน์ประกอบข้างต้นนี้เป็นเท็จ

คำถาม 2:

จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์

$$\sim (p \vee q)$$

เพื่อแสดงว่าประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริงกรณีใด หรือเป็นเท็จกรณีใด

ตัวอย่าง 3: จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์

$$\sim p \vee \sim q$$

เพื่อแสดงว่าประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริงกรณีใด หรือเป็นเท็จกรณีใด

คำตอบ:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

คำถาม 3:

จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์

$$\sim p \wedge \sim q$$

เพื่อแสดงว่าประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริงกรณีใด หรือเป็นเท็จกรณีใด

นักศึกษาจะเห็นว่าตารางค่าความจริงจากตัวอย่าง 2 และ ตัวอย่าง 3 ให้ค่าความจริงที่เหมือนกันทุกกรณี ดังนั้น

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

ซึ่งการสมมูลกันของสองประพจน์ข้างต้นเรียกว่า **กฎของเดออร์ มอร์แกน (De Morgan law)**

ตัวอย่าง 4: การใช้กฎของเดอร์ มอร์แกน

จงเขียนประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์

ไม่เป็นความจริงที่ว่ามือและถุงมือเป็นอวัยวะของมนุษย์

คำตอบ:

กำหนดให้

 p แทนมือเป็นอวัยวะของมนุษย์ (เป็นจริง) q แทนถุงมือเป็นอวัยวะของมนุษย์ (เป็นเท็จ)

จากโจทย์แปลงเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$\sim (p \wedge q)$$

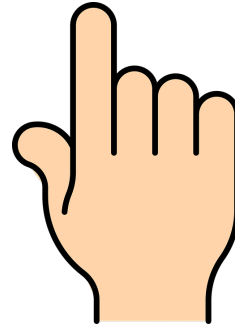
ซึ่งสมมูลกับประพจน์

$$\sim p \vee \sim q$$

ดังนั้น สามารถเขียนเป็น ประพจน์ที่ สมมูล ได้

ดังนี้

มือหรือถุงมือไม่ได้เป็นอวัยวะของมนุษย์

<https://pixabay.com><http://www.glovetex.com>

ในตัวอย่าง 4 ค่าความจริงของประพจน์ $\sim (p \wedge q)$ เป็นจริง โดยที่ประพจน์ที่สมมูลคือ $\sim p \vee \sim q$ ให้ค่าความจริงที่เป็นจริงเช่นกัน

คำถาม 4: จงเขียนประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์

ไม่เป็นความจริงที่ว่าเท้าและรองเท้าเป็นอวัยวะของมนุษย์

แบบฝึกหัด 3.4

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จงแสดงว่าประพจน์ $p \rightarrow q$ สมมูลกับประพจน์ $\sim p \vee q$

1.2 จงเขียนประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์

ถ้าในป่ามีคนป่าแล้วบนเขามีชาวเขา

2. จงใช้กฎของเดอมอร์แกนเขียนประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์ต่อไปนี้

- 2.1 ไม่เป็นความจริงที่ว่าเชียงใหม่และลำปางเป็นจังหวัดในภาคเหนือของประเทศไทย
- 2.2 ไม่เป็นความจริงที่ว่าเรือดำน้ำและรถถังมีในประเทศไทย
- 2.3 ไม่เป็นความจริงที่ว่าเด็กผู้ชายหรือเด็กผู้หญิงเดินไม่ได้
- 2.4 ไม่เป็นความจริงที่ว่าม้าลายหรือยีราฟอยู่ในสวนสัตว์เชียงใหม่

3. จงเลือกประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์

คนไทยมีเชื้อสายจีนหรืออินเดีย

- ถ้าคนไทยไม่ได้มีเชื้อสายจีนแล้วคนไทยมีเชื้อสายอินเดีย
- คนไทยมีเชื้อสายจีนและอินเดีย
- ถ้าคนไทยมีเชื้อสายจีนแล้วคนไทยไม่มีเชื้อสายอินเดีย
- ถ้าคนไทยมีเชื้อสายอินเดียแล้วคนไทยไม่มีเชื้อสายจีน

4. จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้สมมูลกันหรือไม่

- 4.1
 - ถ้า ฉันโตดเรียนแล้วฉันจะสอบไม่ผ่าน
 - ถ้า ฉันสอบไม่ผ่านแล้วฉันโตดเรียน
- 4.2
 - นักศึกษามีหน้าที่เรียนหนังสือ และห้ามเที่ยวกลางคืน
 - ถ้า นักศึกษาเที่ยวกลางคืนแล้วจะสามารถเรียนหนังสือได้

3.5

ตารางค่าความจริงสำหรับการอ้างเหตุผล

ณ ครบครวัหนึ่ง คุณพ่อได้บอกกับคุณลูกว่า

"การออกกำลังกายเป็นสิ่งสำคัญ ถ้าลูกไม่ออกกำลังกายลูกจะเจ็บป่วยง่าย และถ้าลูกเจ็บป่วยง่ายลูกก็จะมีเพื่อน ลูกอยากมีเพื่อนหรือไม่"

ในการอ้างเหตุผลข้างต้น คุณพ่อต้องการให้คุณลูกได้ข้อสรุปว่า

ถ้าลูกไม่ออกกำลังกายแล้วลูกจะไม่มีเพื่อน

คำถามที่ได้จากตัวอย่างข้างต้นคือ

1. ข้อสรุปข้างต้นเป็นความจริงหรือไม่
2. ข้อสรุปข้างต้นสมเหตุสมผลหรือไม่

ในบทนี้นักศึกษาจะใช้ตารางค่าความจริงในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของข้อสรุป



<http://www.ahlulbait.org>

การอ้างเหตุผลประกอบด้วยสองส่วนคือ ส่วน **ข้ออ้าง (เหตุ)** และ ส่วน **ข้อสรุป (ผล)**
ตัวอย่างของการอ้างเหตุผลคือ

เหตุ 1 ถ้าเราลืมนกุญแจบ้านไว้ที่ทำงานแล้วเราจะเข้าบ้านไม่ได้

เหตุ 2 เราลืมนกุญแจบ้านไว้ที่ทำงาน

ผล เราเข้าบ้านไม่ได้

การอ้างเหตุผลข้างต้นแสดงให้เห็นว่า ถ้าเหตุทั้งสองข้อเป็นความจริงจะส่งผลให้เราเข้าบ้านไม่ได้ ซึ่งเป็นจริงด้วย การที่เหตุทั้งหมดเป็นจริงแล้วทำให้ผลของข้ออ้างเป็นจริงด้วยเรียกว่า "**สมเหตุสมผล (valid)**"

นิยามการสมเหตุสมผล

การอ้างเหตุผลจะสมเหตุสมผลคือการที่ข้อสรุปเป็นจริงเมื่อกำหนดให้ข้ออ้างเป็นจริง

สำหรับการอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผลเราสามารถเรียกอีกอย่างว่า "**การเข้าใจผิด**"

ตารางค่าความจริงสามารถทดสอบการสมเหตุสมผลได้ โดยเริ่มจากการเขียนประพจน์ให้อยู่ในรูปของสัญลักษณ์ก่อน เช่น กำหนดให้

p แทนเราลืมนกุญแจบ้านไว้ที่ทำงาน

q แทนเราเข้าบ้านไม่ได้

ต่อไปเราจะเขียนสัญลักษณ์แทนประพจน์ได้ดังนี้

เหตุ 1 $p \rightarrow q$ ถ้าเราลืมนกุญแจบ้านไว้ที่ทำงานแล้วเราจะเข้าบ้านไม่ได้

เหตุ 2 p เราลืมนกุญแจบ้านไว้ที่ทำงาน เพื่อตรวจสอบว่า

ผล q เราเข้าบ้านไม่ได้

ข้ออ้างนี้สมเหตุสมผลหรือไม่ เราจะสร้างประพจน์เงื่อนไขใหม่ขึ้นมาดังนี้

$$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

จากประพจน์ข้างต้น นักศึกษาสามารถตรวจสอบได้ว่าการรวมกันของข้ออ้างและข้อสรุปเป็นจริงสำหรับทุกค่าความจริงทั้งหมดที่เป็นไปได้สำหรับ p และ q ที่เป็นจริงจากตารางค่าความจริง ถ้า

หลักสุดท้ายในตารางความจริงสำหรับประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ เป็นจริงในทุกกรณีแล้วจะสรุปได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผล ถ้าประพจน์นี้เป็นเท็จแม้กรณีเดียวการอ้างเหตุผลจะไม่สมเหตุสมผล ตารางค่าความจริงของประพจน์ที่นำมาตรวจสอบแสดงด้านล่าง

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

หลักสุดท้ายในตารางค่าความจริงข้างต้นเป็นจริงในทุกกรณี หมายความว่าข้ออ้างที่เป็นจริง บ่งบอกถึงข้อสรุปที่เป็นจริงด้วย ข้อสรุปมีผลกับข้ออ้างที่ยกมา ดังนั้นการอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผล

การทดสอบความสมเหตุสมผลโดยใช้ตารางค่าความจริง

1. แปลงประพจน์ในการอ้างเหตุผลให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

2. สร้างประพจน์เงื่อนไขด้วยวิธี

2.1 ให้นำเหตุ แต่ละเหตุมาเชื่อมด้วย "และ ($\wedge$)"

2.2 นำข้อ 2.1 มา "ถ้า...แล้ว ($\rightarrow$)" กับผล

$$[(\text{เหตุ } 1) \wedge (\text{เหตุ } 2) \wedge \cdots \wedge (\text{เหตุ } n)] \rightarrow (\text{ผล})$$

3. สร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ในข้อ 2.

4. ถ้าได้ค่าความจริงเป็น **จริงทุกกรณี** สรุปได้ว่าการอ้างเหตุผล **สมเหตุสมผล**

ถ้าได้ค่าความจริงเป็น **เท็จอย่างน้อย 1 กรณี** สรุปได้ว่าการอ้างเหตุผล **ไม่สมเหตุสมผล**

ตัวอย่าง 1: นักท่องเที่ยวจีน เชียงใหม่ และหมอกควัน

จังหวัดเชียงใหม่เป็นจังหวัดที่นิยมของนักท่องเที่ยวจีนในการมาเที่ยวไม่แพ้จังหวัดอื่นในประเทศไทย แต่ทว่าปัญหาสำคัญปัญหาหนึ่งของจังหวัดเชียงใหม่คือเรื่องของปัญหาหมอกควัน ซึ่งส่งผลให้ปริมาณนักท่องเที่ยวจีนลดลง



เหตุ 1 ถ้าเชียงใหม่มีหมอกควันแล้วนักท่องเที่ยวจีนจะไม่มาเที่ยวเชียงใหม่

เหตุ 2 นักท่องเที่ยวจีนมาเที่ยวเชียงใหม่

ผล เชียงใหม่ไม่มีหมอกควัน

จงตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

คำตอบ:

1. แปลงประพจน์ในการอ้างเหตุผลให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ กำหนดให้

p แทนเชียงใหม่มีหมอกควัน

q แทนนักท่องเที่ยวจีนมาเที่ยวเชียงใหม่

เขียนประพจน์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้เป็น

เหตุ 1 $p \rightarrow \sim q$ ถ้าเชียงใหม่มีหมอกควันแล้วนักท่องเที่ยวจีนจะไม่มาเที่ยวเชียงใหม่

เหตุ 2 q นักท่องเที่ยวจีนมาเที่ยวเชียงใหม่

ผล $\sim p$ เชียงใหม่ไม่มีหมอกควัน

2. สร้างประพจน์เงื่อนไข

$$[(\text{เหตุ 1}) \wedge (\text{เหตุ 2})] \rightarrow (\text{ผล})$$

จะได้

$$[(p \rightarrow \sim q) \wedge q] \rightarrow \sim p$$

3. สร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ในข้อ 2. จะได้

p	q	$\sim q$	$p \rightarrow \sim q$	$(p \rightarrow \sim q) \wedge q$	$\sim p$	$[(p \rightarrow \sim q) \wedge q] \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	F	F	T
T	F	T	T	F	F	T
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	T	F	T	T

4. หลักสุดท้ายในตารางค่าความจริงเป็น**จริงทุกกรณี** ทำให้สรุปได้ว่าการอ้างเหตุผลนี้

สมเหตุสมผล

คำถาม 1: จงใช้ตารางค่าความจริงตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1 ถ้าไม่มีหอพักใน มช. แล้ว นศ.จะไม่มีที่พัก

เหตุ 2 นศ.มีที่พัก

ผล มีหอพักใน มช.



แบบฝึกหัด 3.5

1. จงใช้ตารางค่าความจริงตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1 ถ้าอากาศเย็นแล้วเราจะใส่หมวกไหมพรม

เหตุ 2 เราไม่ได้ใส่หมวกไหมพรม

ผล อากาศไม่เย็น

2. จงใช้ตารางค่าความจริงตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1 พายุเข้าหรือมีน้ำท่วม

เหตุ 2 มีน้ำท่วม

ผล พายุไม่เข้า

3. จงใช้ตารางค่าความจริงตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1 ถ้าตำรวจทุกคนายทำงานตรงไปตรงมาแล้วคนร้ายทุกคนจะถูกจับกุม

เหตุ 2 ตำรวจบางคนไม่ทำงานตรงไปตรงมา

ผล คนร้ายบางคนไม่ได้ถูกจับกุม

แบบฝึกหัดกลุ่ม 3.5

ให้นักศึกษาแบ่งกลุ่มหาเนื้อเรื่องในนิยายหรือนิทานมา 1 เหตุการณ์พร้อมทั้งเขียนเนื้อเรื่องที่น่าสนใจให้อยู่ในรูปการอ้างเหตุผล นำการอ้างเหตุผลมาหาความสมเหตุสมผลโดยใช้ตารางค่าความจริง และนำเสนอ

3.6

แผนภาพออยเลอร์สำหรับการอ้างเหตุผล

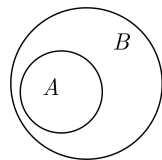
เขาชื่อเชคสเปียร์ในทางคณิตศาสตร์ แต่เขาไม่ได้เป็นที่รู้จักโดยทั่วไป นักคณิตศาสตร์ชาวสวิสมีนามว่า Leonhard Euler (1707–1783) เขาเป็นนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียงที่สุดในประวัติศาสตร์ ตลอดหกทศวรรษหนึ่งสือและเอกสารมากมายที่ได้เผยแพร่ มากกว่า 800 หน้าต่อปี ล้วนแล้วแต่เป็นข้อมูลใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ ออยเลอร์ยังเป็นนักดาราศาสตร์ นักพฤกษศาสตร์ นักเคมี นักฟิสิกส์ และนักภาษาศาสตร์อีกด้วย



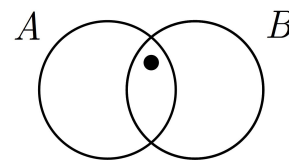
Leonhard Euler
(1707-1783)

<https://micro.magnet.fsu.edu>

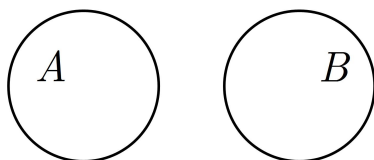
ออยเลอร์ได้คิดค้นวิธีเพื่อหาความสัมพันธ์ของการอ้างเหตุผล โดยที่ข้ออ้างเกี่ยวข้องกับประพจน์แบ่งปริมาณ **ทั้งหมด บางอัน** หรือ **ไม่มี** เทคนิคการพิจารณาอาศัยแนวคิดทางเรขาคณิต โดยแบ่งเป็นสี่แผนภาพพื้นฐานที่รู้จักกันว่า **แผนภาพออยเลอร์ (Euler diagram)**



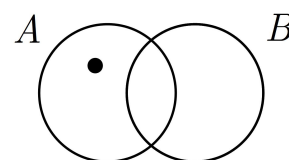
ทุก A เป็น B



A บางตัวเป็น B



ไม่มี A ที่เป็น B



A บางตัวไม่เป็น B

แผนภาพออยเลอร์ข้างต้นมีรูปแบบเหมือนกับแผนภาพเวนน์ ที่นักศึกษาได้เรียนไปในเรื่องเซต อย่างไรก็ตามเราไม่จำเป็นต้องวาดเอกภาพสัมพัทธ์สำหรับแผนภาพนี้เนื่องจากว่าวงกลมที่เราใช้เพียงแค่ระบุหาความสัมพันธ์ระหว่างข้ออ้างกับข้อสรุปเท่านั้น

ขั้นตอนการใช้แผนภาพออยเลอร์ในการตรวจสอบความสมเหตุสมผล

1. สร้างแผนภาพออยเลอร์สำหรับข้ออ้าง 1 (เหตุ 1)
2. สร้างแผนภาพออยเลอร์สำหรับข้ออ้าง 2 (เหตุ 2) บนแผนภาพเดียวกับข้อ 1.
3. การอ้างเหตุผลจะสมเหตุสมผลก็ต่อเมื่อข้อสรุปสามารถสรุปได้ในทุกกรณีบนแผนภาพ ถ้ามีเพียงหนึ่งกรณีที่ขัดแย้งกับข้อสรุป การอ้างเหตุผลจะถือว่าไม่สมเหตุสมผล

หัวใจหลักของวิธีนี้คือการสร้างแผนภาพที่สามารถขัดแย้งกับข้อสรุปได้ หรือการหาตัวอย่างค้าน เมื่อไรก็ตามที่นักศึกษารสร้างแผนภาพมาขัดแย้งกับข้อสรุปได้ แสดงว่าข้อสรุปนั้นไม่สมเหตุสมผล ในทางตรงกันข้ามถ้านักศึกษาไม่สามารถสร้างแผนภาพที่ขัดแย้งกับข้อสรุปได้ แสดงว่าข้อสรุปสมเหตุสมผล

ตัวอย่าง 1: การตรวจสอบความสมเหตุสมผลด้วยแผนภาพออยเลอร์

จงใช้แผนภาพออยเลอร์ตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1 นักศึกษาทุกคนที่มาเรียนทุกวันจะได้คะแนนเพิ่ม

เหตุ 2 นักศึกษาทุกคนที่ได้คะแนนเพิ่มจะทำรายงานส่ง

ผล นักศึกษาทุกคนที่มาเรียนทุกวันจะทำรายงานส่ง

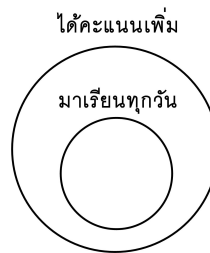


คำตอบ:

1. สร้างแผนภาพออยเลอร์สำหรับข้ออ้าง 1 (เหตุ 1)

เหตุ 1 คือนักศึกษาทุกคนที่มาเรียนทุกวันจะได้คะแนนเพิ่ม

พื้นที่วงกลมเล็กที่อยู่ด้านในหมายถึงนักศึกษาที่มาเรียน ส่วนพื้นที่วงกลมใหญ่ที่อยู่ด้านนอกแสดงถึงนักศึกษาที่ได้คะแนนเพิ่มดังรูป

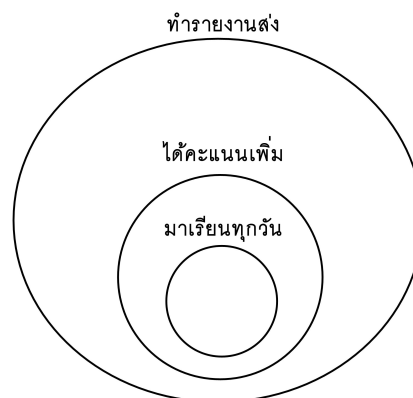


2. สร้างแผนภาพออยเลอร์สำหรับข้ออ้าง 2 (เหตุ 2) บนแผนภาพเดียวกับข้อ 1.

วาดภาพเพิ่มตามเหตุ 2

เหตุ 2 คือนักศึกษาทุกคนที่ได้คะแนนเพิ่มจะทำรายงานส่ง

ดังนั้นวงกลมวงที่สามจะต้องคลุมสองวงแรกจากข้อ 1. และให้ความหมายว่านักศึกษาที่ทำงานส่งดังรูป



3. การอ้างเหตุผลจะสมเหตุสมผลก็ต่อเมื่อข้อสรุปสามารถสรุปได้ในทุกกรณีบนแผนภาพ

ตัวอย่างนี้แผนภาพที่เป็นไปได้มีเพียงหนึ่งกรณี ดังนั้นข้อสรุปที่ว่า

นักศึกษาทุกคนที่มาเรียนทุกวันจะทำรายงานส่ง

จะสมเหตุสมผล

คำถาม 1: จงใช้แผนภาพออยเลอร์ตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1 คนทุกคนที่มีบัตรประชาชนจะได้รับสิทธิรักษาพยาบาลฟรี

เหตุ 2 คนทุกคนที่ได้รับสิทธิรักษาพยาบาลฟรีต้องเป็นคนตั้งครรรค์

ผล คนทุกคนที่มีบัตรประชาชนเป็นคนตั้งครรรค์

แบบฝึกหัด 3.6

1. จงใช้แผนภาพออยเลอร์ตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1 โทรศัพท์มือถือทุกเครื่องใช้ไฟฟ้า

เหตุ 2 ทุกสิ่งที่ใช้ไฟฟ้าสามารถฆ่าคนได้

ผล โทรศัพท์มือถือทุกเครื่องสามารถฆ่าคนได้

2. จงใช้แผนภาพออยเลอร์ตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1 นักวิชาการทุกคน IQ เกิน 180

เหตุ 2 นักการเมืองทุกคน IQ เกิน 180

ผล นักการเมืองทุกคนเป็นนักวิชาการ

3. จงใช้แผนภาพออยเลอร์ตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1 บางธนาคารมีเงินสดไม่น้อยกว่าหนึ่งล้านบาท

เหตุ 2 บางธนาคารมีเงินมากกว่าร้อยล้านบาท

ผล บางธนาคารมีเงินสดไม่น้อยกว่าหนึ่งล้านบาทและมากกว่าร้อยล้านบาท

4. จงใช้แผนภาพออยเลอร์ตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1 ถ้าฝนหรือหิมะตกแล้วฉันจะอยู่บ้าน

เหตุ 2 ฉันไม่ได้อยู่บ้าน

ผล ฝนไม่ตกหรือหิมะไม่ตก

5. จงใช้แผนภาพออยเลอร์ตรวจสอบว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1 ถัารถไฟฟ้า BTS หยุดให้บริการแล้วรถจะติด

เหตุ 2 วันนี้รถไม่ติด

ผล รถไฟฟ้า BTS ให้บริการวันนี้

การจัดการเรียนการสอน

บทที่ 4 คณิตศาสตร์กับอารยธรรม

กระบวนการวิชา คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

ชื่อผู้สอน อาจารย์ ดร. ณัฐวัชร สุนธิชัย

เวลาที่ใช้สอน 9 ชั่วโมง

วัตถุประสงค์

1. นักศึกษารู้จักที่มาและความหมายของปฏิทินสุริยคติ ปฏิทินจันทรคติ และปฏิทินดาว
2. นักศึกษารู้จักที่มาและความหมายของปฏิทินจันทรคติไทย
3. นักศึกษารู้จักที่มาของปฏิทินสากล

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายในชั้นเรียน
2. ให้นักศึกษาทำแบบฝึกหัดและซักถาม
3. ให้นักศึกษาทำแบบฝึกหัดกลุ่มและซักถาม
4. หากนักศึกษามีข้อสงสัยนอกห้องเรียน สามารถซักถามได้ทางเพจของกระบวนการวิชา
<https://www.facebook.com/math206100/>

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน
2. กระดาษ และปากกา
3. เครื่องฉายทึบแสง
4. เครื่องคอมพิวเตอร์
5. สื่อนำเสนอ

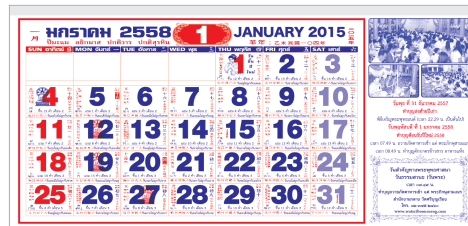
เอกสารอ้างอิง

- สมัย ยอดอินทร์ และคณะ, งานวิจัยเชิงคุณภาพ เรื่องการเป็นหรือไม่เป็นป๊อปปูล่าของปฏิทินจันทรคติไทยปี พ.ศ. 2555, คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, พ.ศ. 2555
- มณฑา สุขบูรณ์, เวลา...พันนาการแห่งมนุษย์, THE EARTH 2000 2, 22, พ.ศ. 2539
- เพ็ญศักดิ์ เวชชานุกรณะ, สารานุกรมไทยสำหรับเยาวชนโดยพระราชประสงค์ในพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว เล่ม 2, พ.ศ. 2518

4.1

ปฏิทินสุริยคติ ปฏิทินจันทรคติ และปฏิทินดาว

ปฏิทิน คือระบบที่ใช้ในการเรียกชื่อช่วงระยะเวลา เช่น วัน เป็นต้น วันเป็นที่รู้จักในฐานะ วัน ปฏิทิน วันจะขึ้นอยู่กับ การเคลื่อนที่วัตถุทางดาราศาสตร์ เราสามารถแสดงปฏิทินได้ในหลายรูปแบบ ส่วนมากมักเป็นกระดาษ เช่น แบบฉีก แบบแขวน แบบตั้งโต๊ะ เป็นต้น



<http://www.watsriboonrueng.com>

ประวัติของปฏิทิน

คำว่า ปฏิทิน ในภาษาอังกฤษ คือ "calendar" เป็นคำที่มาจากภาษาละติน ซึ่งนำมาจากคำพูดของชาวกรีกโบราณอีกที ว่า "Kalend" มีความหมายในภาษาอังกฤษว่า "I cry" สาเหตุที่ใช้คำนี้ เพราะมีที่มาว่า ในสมัยโบราณจะมีคนคอยร้องบอกชาวเมือง เพื่อบอกกล่าวเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นล่วงหน้า รวมถึงประกาศวันขึ้นเดือนใหม่ เพื่อให้ลูกหนี้จ่ายเงินที่ค้างค้าง ครั้นต่อมาสังคมเริ่มซับซ้อนมากขึ้น ปฏิทินจึงได้ถูกคิดค้นขึ้นมาเพื่อแทนคนร้องบอกข่าว ปฏิทินจึงนับว่าเป็นสิ่งบอกเวลา และกลายเป็นสิ่งสำคัญในชีวิตประจำวันไปในที่สุด ต่อมามนุษย์จึงได้ริเริ่มบันทึก วัน เวลา ขึ้นเป็นลายลักษณ์อักษร หรือที่เรียกกันว่า "ปฏิทิน"

ปฏิทินมีประโยชน์อย่างไร

ปฏิทินมีความสำคัญ เพราะในชีวิตประจำวันของคนเราต้องทำงานภายใต้กำหนดวันและเวลา การจดบันทึก วัน เดือน ปี เกี่ยวกับเรื่องราวต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในอดีต ปัจจุบัน และในอนาคต

รูปแบบของปฏิทิน

โดยทั่วไปปฏิทินมี 2 รูปแบบได้แก่

1. **แบบสุริยคติ (solar calendar)** แบ่งเป็นวันตามแบบสุริยคติ มี 7 วัน นับเป็น 1 สัปดาห์ หรือ 1 อาทิตย์ มีชื่อเรียกดังนี้

วันอาทิตย์ วันจันทร์ วันอังคาร วันพุธ วันพฤหัสบดี วันศุกร์ และวันเสาร์

สำหรับปีและเดือนกำหนดจากระยะเวลาที่โลกโคจรไปรอบดวงอาทิตย์ครบหนึ่งรอบหรือเป็นระยะเวลาที่โลกโคจรถึงจุดหนึ่งในท้องฟ้าสองครั้งถัดกันไป ถ้าจุดที่กำหนดนั้นใช้จุดราศีเมษเรียกว่า ปีสุริยคติปานกลาง ซึ่งมีระยะเวลา 365 วัน 5 ชั่วโมง 48 นาที 48.8 วินาที มี 12 เดือน เรียงลำดับและจำนวนวัน ดังนี้

มกราคม	31 วัน	กรกฎาคม	31 วัน
กุมภาพันธ์	28 หรือ 29 วัน	สิงหาคม	31 วัน
มีนาคม	31 วัน	กันยายน	30 วัน
เมษายน	30 วัน	ตุลาคม	31 วัน
พฤษภาคม	31 วัน	พฤศจิกายน	30 วัน
มิถุนายน	30 วัน	ธันวาคม	31 วัน

2. **แบบจันทรคติ (luna calendar)** ปีจันทรคติกำหนดนับเวลาตามระยะเวลาโคจรของดวงจันทร์รอบโลก 12 ครั้ง หรือ 12 เดือน จันทรคติเป็นเวลานาน 354.37 วัน ทางสุริยคติปานกลาง เดือนจันทรคติมีสิบสองเดือนเรียกชื่อว่า

เดือนหนึ่ง เดือนสอง เดือนสาม ฯลฯ เดือนสิบสอง

ปี นักษัตร ประเทศไทย รวมทั้ง ประเทศต่าง ๆ ในแหลมอินโดจีนคือกัมพูชา มอญ เวียดนาม จาม ทิเบต ญี่ปุ่น จีน และชาวเกาะต่าง ๆ ในประเทศอินโดนีเซีย แบ่งปีเป็นสิบสองปี และเรียกชื่อ เป็นสิบสอง นักษัตร คือ กำหนดหมายชื่อปีเป็นชื่อสัตว์ โดยมีรูปสัตว์นั้น ๆ เป็นเครื่องหมาย เฉพาะ ประเทศไทย มีชื่อ สัตว์ เป็นเครื่องหมายประจำปีดังนี้คือ ปีที่หนึ่ง ชวดมีรูปหนู ปีที่สองฉลูเป็นรูปวัว ปีที่สามขาลเป็นรูปเสือ ฯลฯ ปีที่สิบสองกุนเป็นรูปหมู



วัน คือระยะเวลาที่โลกหมุนรอบแกนตัวเอง จากทุกทิศตะวันตกไปทิศตะวันออก ระยะเวลาที่ล่วงไประหว่างที่วัตถุท้องฟ้า ดวงใดดวงหนึ่งผ่านเส้นเมริเดียนเดียวกันไปจนครบหนึ่งรอบ เรียกว่า วัน มีชื่อเรียกต่าง ๆ กันแล้วแต่จะใช้วัตถุใดเป็นที่หมาย เช่น

ถ้าใช้ดวงอาทิตย์เป็นที่หมายก็เรียกว่า วันสุริยคติ

ถ้าใช้ดาวฤกษ์ เป็นที่หมายก็เรียกว่า วันดาราคติ

ถ้าใช้ดวงจันทร์เป็นที่หมายก็เรียกว่า วันจันทร์คติ

กำเนิด ชั่วโมง นาที และวินาที



<https://www.tarad.com/product/4117152>

โลก ไม่ได้ เป็น พื้น เดียวกัน กับ พื้น เส้นศูนย์สูตรของโลกคือ เอียง เป็น มุม ประมาณ 23 องศาครึ่ง เป็นต้น จึงได้กำหนดวันขึ้นใหม่เรียกว่า วันสมมติ คือ เอาความนานของปีสมมติมาเฉลี่ยให้แต่ละวัน มีความนานเท่ากัน หรือจะกล่าวว่า เอาความนานของวันจริงแต่ละวันที่ยาวไม่เท่ากันตลอดทั้งปีสมมติมาเฉลี่ยให้แต่ละวัน มีความนานคงที่เท่า ๆ กันทุกวันนี้เอง

เมื่อความ นานของวันสมมติ คงที่แล้ว ก็ สามารถสร้างเครื่องจักรกลที่เรียกว่า นาฬิกา

ความนานของวันจริงแต่ละวันไม่เท่ากัน สำหรับวัดความนานของแต่ละวันสมมติได้ แบ่งเนื่องจากโลกโคจรรอบดวงอาทิตย์เป็นวงรี และ ออกเป็น 24 ชั่วโมง ในหนึ่งชั่วโมงแบ่งออกเป็น โคจร ด้วย ความเร็ว ไม่เท่ากัน พื้นวงโคจร ของ 60 นาที ในหนึ่งนาที แบ่งออกเป็น 60 วินาที

การนับวันสมมติ ณ ที่ใดที่หนึ่งใช้เส้นแวงที่ผ่านตำบลนั้น เป็นหลักในการนับเวลาที่อ่านได้ ก็จะเป็นเวลาของตำบลนั้น ๆ ดังนั้น เพื่อสะดวกแก่การอ้างอิง จึงได้ตกลงให้ถือเอาเส้นแวงที่ผ่านเมืองกรีนิช ในประเทศอังกฤษเป็นหลัก ฉะนั้น วันเวลาที่เมืองกรีนิชจึงเรียกว่า วันสากล และ เวลาสากล สำหรับประเทศไทยซึ่งอยู่ทางตะวันออกของเมืองกรีนิช จึงมีเวลาเร็วกว่าเมืองกรีนิช 7 ชั่วโมง

มาตรฐานกำหนดเวลาของไทย

กำหนดให้วันหนึ่งมี 24 ชั่วโมง เป็นกลางวัน 12 ชั่วโมง กลางคืน 12 ชั่วโมง กลางวันเรียกว่า "โมง" กลางคืนเรียกว่า "ทุ่ม" ในชั่วโมงแบ่งเป็น 10 บาท บาทหนึ่งมี 6 นาที (เดิมมี 4 นาที) นาทีหนึ่งแบ่งเป็น 60 วินาที หรือ 15 เพชรนาที่ 60 นาทีเป็นหนึ่งชั่วโมง

ก่อนปี พ.ศ. 2460 การขึ้นวันใหม่ เริ่มต้นวันเมื่อย่ำรุ่ง (0600 นาฬิกา) ต่อมาในปี พ.ศ. 2460 มีประกาศพระราชกฤษฎีกาให้ใช้การขึ้นวันใหม่ เช่นเดียวกับชาวยุโรปคือ เริ่มต้นวันเมื่อ 12 ชั่วโมง ก่อนเที่ยงวัน (คือเที่ยงคืน) และสิ้นวันเมื่อ 12 ชั่วโมง หลังเที่ยงวัน

ก่อนปี พ.ศ. 2463 ประเทศไทยใช้เวลาอัตราเร็วกว่าเวลาสมมติกรีนิช 6 ชั่วโมง 41 นาที 57.3 วินาที ในปี พ.ศ. 2463 เปลี่ยนเป็นใช้เวลาอัตราเร็วกว่า เวลาสมมติกรีนิช 7 ชั่วโมง

แบบฝึกหัด 4.1

1. ปฏิทินมีประโยชน์อย่างไร
2. โดยทั่วไปปฏิทินมีรูปแบบอะไรบ้าง
3. ปีและเดือนของปฏิทินสุริยคติกำหนดระยะเวลาแบบใด
4. ชื่อเดือนทั้งหมดของปฏิทินสุริยคติชื่ออะไร
5. ปีและเดือนของปฏิทินจันทรคติกำหนดระยะเวลาแบบใด มีกี่เดือน
6. ชื่อเดือนทั้งหมดของปฏิทินจันทรคติชื่ออะไร
7. ปีนักษัตรที่ใช้ในประเทศไทยมีกี่ชื่อ เรียกว่าอย่างไร
8. การนับวันนับอย่างไร
9. วันสมมติคืออะไร
10. วันสมมติมีไว้เพื่ออะไร

แบบฝึกหัดกลุ่ม 4.1

ให้นักศึกษาแบ่งกลุ่มสืบค้นปฏิทินรูปแบบอื่นนอกเหนือจากปฏิทินที่ได้เรียนในบทเรียนและนำเสนอ

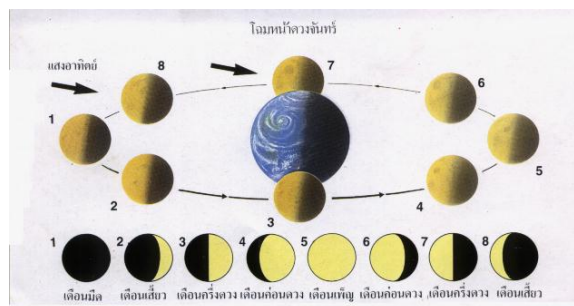
4.2

ปฏิทินจันทรคติไทย

เนื้อหาส่วนใหญ่ในบทนี้มาจากการวิจัยเชิงคุณภาพเรื่องการเป็นหรือไม่เป็นปศุธิกมาสของปฏิทินจันทรคติไทย แต่งโดย รศ. สมัย ยอดอินทร์ และคณะ ซึ่งได้เผยแพร่ในปี พ.ศ. 2555 เพื่อเป็นประโยชน์แก่การค้นคว้าเกี่ยวกับสุทธอธิกมาสและอธิกวาร



ปฏิทินจันทรคติไทยมี 12 เดือน (พระจันทร์เต็มดวง 12 ครั้ง) เดือนคี่มีเดือนละ 29 วัน และเดือนคู่มีเดือนละ 30 วัน



ข้างขึ้น เป็นครั้งแรกของเดือน เดือนหงายค้างฟ้าตอนค่ำ มีวันทั้งหมด 15 วัน คือ

ขึ้น 1 ค่ำ, ขึ้น 2 ค่ำ,..., ขึ้น 15 ค่ำ

สำหรับวันขึ้น 15 ค่ำ เรียกว่า **"วันเพ็ญ"** เป็นวันที่พระจันทร์เต็มดวง

ข้างแรม เป็นครั้งสุดท้ายของเดือน เดือนคว่ำค้างฟ้าตอนเช้า มีวันทั้งหมด 14 วันสำหรับเดือนคี่ และ 15 วันสำหรับเดือนคู่ คือ

แรม 1 ค่ำ, แรม 2 ค่ำ,..., แรม 14 ค่ำ สำหรับเดือนคี่

แรม 1 ค่ำ, แรม 2 ค่ำ,..., แรม 15 ค่ำ สำหรับเดือนคู่

นักศึกษาสามารถเรียกเพื่อความสะดวกในการจำได้เป็น

เดือนคู่ดับคี่ และเดือนคี่ดับคู่

เดือนคี่วันดับคือแรม 14 ค่ำ เดือนคู่วันดับคือแรม 15 ค่ำ วันดับคือวันที่ไม่มีพระจันทร์ให้เห็นบนท้องฟ้า

วันเพ็ญไทย และวันเพ็ญแท้

พระจันทร์หมุนรอบโลกหนึ่งรอบ เมื่อเทียบกับดวงอาทิตย์ใช้เวลา 29.530588... วัน แต่วันเพ็ญถึงวันเพ็ญจันทรคติไทย ใช้เวลา 29.5 วัน (30 หรือ 29 วัน) จึงทำให้วันเพ็ญจันทรคติไทย (ขึ้น 15 ค่ำ) ส่วนใหญ่มีก่อนวันเพ็ญแท้ เพราะ

$$29.530588 - 29.5 = 0.030588 \text{ วัน}$$

วันดับไทย และวันดับแท้

เช่นเดียวกันวันดับ (แรม 14 ค่ำ หรือ 15 ค่ำ) ไทย ส่วนใหญ่มีก่อนวันดับแท้เพราะ

$$29.530588 - 29.5 = 0.030588 \text{ วัน}$$

วันเพ็ญ วันดับไทย ไม่ตรงกับความเป็นจริงบนท้องฟ้า ดังนั้นปฏิทินจันทรคติไทยมีความจำเป็นต้องปรับวันเพ็ญให้ตรงกับวันเพ็ญแท้ และปรับวันดับให้ตรงกับวันดับแท้ในช่วงไม่เกิน 3 ปี เพราะ

$$0.030588 \times 32 = 0.978816$$

$$0.030588 \times 33 = 1.009404$$

$$0.030588 \times 34 = 1.039992 \quad (\text{ประมาณ 3 ปี})$$

เพื่อให้วันเพ็ญแท้และวันเพ็ญไทยตรงกัน และห่างกันไม่เกินหนึ่งวัน จึงมีความจำเป็นต้องเพิ่มเดือนที่มี 30 วัน ให้มากกว่าเดือนที่มี 29 วัน โดยเพิ่มใน **ปีอธิกมาส**

ปีอธิกมาส

ปฏิทินจันทรคติไทย มีปีละ 354 วัน แต่ปีฤดูกาลมี 365.242199... วัน จึงเคลื่อนจากฤดูกาลปีละประมาณ 11 วัน สามปีเคลื่อนไปประมาณ 33 วัน ปฏิทินจันทรคติไทยจึงเพิ่มเดือน 8 อีกหนึ่งเดือน ในรอบ 3 ปีบ้าง 2 ปีบ้าง เรียกว่า **ปีอธิกมาส (แปดสองแปด)** เดือนที่เพิ่มก็เพิ่ม 30 วัน ปีนั้นจึงมี $354 + 30 = 384$ วัน

การเพิ่มเดือนแปดดังกล่าว มีสูตรการเพิ่มต่าง ๆ ดังนี้

• สูตรอธิกมาสแบบอิงปฏิทินสากล

"เมื่อพบว่าขึ้น 15 ค่ำ เดือน 8 (วันเพ็ญ เดือน 8) ตรงกับวันที่ 22-30 มิ.ย. หรือ 1-2 ก.ค. ก็ให้เพิ่มเดือน 8 อีกหนึ่งเดือน ต่อจากเดือน 8 แรก

ยกเว้นปีถัดจากปีอธิกสุรทิน (ปีที่เดือนกุมภาพันธ์ มี 29 วัน) เช่น ปี พ.ศ. 2536, 2540, 2544, 2548,... ให้ใช้วันที่ 23-30 มิ.ย. หรือ 1-3 ก.ค. แทน

ตัวอย่าง 1: การใช้สูตรอธิกมาสแบบอิงปฏิทินสากล

ถ้าปี พ.ศ. 2544 (ค.ศ. 2001) ขึ้น 15 ค่ำ เดือน 8 ตรงกับวันที่ 5 ก.ค. ถ้าคำนวณตามสูตรอธิกมาสแบบอิงปฏิทินสากล ปีนี้จะเป็นปีอธิกมาสหรือไม่

คำตอบ:

เนื่องจากปี พ.ศ. 2544 เป็นปีถัดจากปีอธิกสุรทิน และวันขึ้น 15 ค่ำ เดือน 8 ตรงกับวันที่ 5 ก.ค. ซึ่งไม่ได้อยู่ในช่วง 23–30 มิ.ย. หรือ 1–3 ก.ค. ตามสูตรอธิกมาสแบบอิงปฏิทินสากล ดังนั้นปีนี้ไม่เป็นปีอธิกมาส

คำถาม 1: ถ้าปี พ.ศ. 2545 (ค.ศ. 2002) ขึ้น 15 ค่ำ เดือน 8 ตรงกับวันที่ 24 มิ.ย. ถ้าคำนวณตามสูตรอธิกมาสแบบอิงปฏิทินสากล ปีนี้จะเป็นปีอธิกมาสหรือไม่

ความจำเป็นในการปรับให้มีเดือน 8 สองหนในปีอธิกมาสตามที่กล่าวมานี้ ก็เพื่อใช้ข้างขึ้นข้างแรมเป็นตัวตรวจสอบความสอดคล้องกับฤดูกาลดังนี้คือ

ข้างแรมเดือน 12 เป็นปลายฝนต้นหนาว

ข้างแรมเดือน 3 เป็นปลายหนาวเข้าร้อน

ข้างแรมเดือน 5 เป็นกลางฤดูร้อน

ข้างแรมเดือน 6 เป็นปลายร้อนเข้าฝน

ข้างแรมเดือน 8 เป็นเข้าฤดูฝนชุก (เข้าพรรษา)

ฤดูกาลที่กล่าวมานี้ ค่อนข้างชัดเจนตามนี้ในภาคเหนือและภาคตะวันออกเฉียงเหนือของประเทศไทย

• สูตรอธิกมาสแบบอิงธรรมชาติ

"เมื่อพบว่าขึ้น 15 ค่ำ เดือน 8 แล้ว ป่วย (ตะแบกเล็ก) ยังไม่ออกดอก ก็ให้เพิ่มเดือน 8 อีกหนึ่งเดือน ต่อจากเดือน 8 แรก และป่วยก็จะออกดอกก่อน ขึ้น 15 ค่ำ เดือน 8 หลังด้วย"

แต่การอาศัยดอกไม้ (อิงธรรมชาติ) บางครั้งก็ไม่แน่นอน จึงต้องอาศัยการขึ้นลงของพระอาทิตย์ประกอบคือ

"ถ้าขึ้น 15 ค่ำ เดือน 8 อยู่ในช่วง 11 วันนับจากวันที่พระอาทิตย์ขึ้นทางเหนือสุด แล้วเริ่มกลับมาทางใต้คืน ก็ให้เพิ่มเดือน 8 อีกหนึ่งเดือน ถัดจากเดือน 8 แรก"

หมายเหตุ:

สูตรอธิกมาศที่กล่าวมานี้จะดำเนินเป็นวงจรเหมือนกันในรอบ 19 ปี เป็นการเพิ่มเดือน 8 สองหนทั้งหมด 7 ครั้ง คือในปีที่ 3, 6, 9, 11, 14, 17 และ 19 เรียกว่า "สูตร 3332332" แต่เมื่อดำเนินไประยะหนึ่ง (เป็นเวลาหลายร้อยปี) ก็จะมีช่วงหนึ่งที่เป็น 3332332 แล้วต่อด้วย 3323332 แล้วจึงเป็น 3332332 อีก

ปีอธิกวาร

จากการเพิ่มเดือนแปด 7 ครั้ง ในรอบ 19 ปี จึงมีวันเพิ่มขึ้น 30×7 วัน จากปีปกติ 19 ปี ซึ่งควรจะ มี 19×354 วัน จึงได้วันรวม

$$(19 \times 354) + (30 \times 7) = 6426 + 210 = 6936 \text{ วัน}$$

แต่ 19 ปีฤดูกาล (พระอาทิตย์) มีจำนวนวัน

$$365.242199 \times 19 = 6939.601781 \text{ วัน}$$

วันเพ็ญแท้ถึงวันเพ็ญแท้ทั้งหมด 235 ครั้ง (พระจันทร์) มีจำนวนวัน

$$29.5305888 \times 235 = 6939.68836 \text{ วัน}$$

หมายความว่าพระอาทิตย์และพระจันทร์กลับมาตรงกันอีกครั้งในรอบ 19 ปี หรือ 235 เดือน พระจันทร์คือในเวลา 6939 หรือ 6940 วัน

แต่ปีจันทรคติไทยในรอบ 19 ปี ซึ่งเดิมแต่ปีอธิกมาศมีเพียง 6936 วัน หายไป 3-4 วัน ซึ่งทำให้ ฤดูกาลเคลื่อนไป 3-4 วัน และวันเพ็ญแท้เข้าไป 3-4 วัน จึงมีความจำเป็นต้องเติมวันให้แก่เดือน ที่มี 29 วัน ให้เป็นเดือนที่มี 30 วัน อย่างน้อย 3 เดือนในรอบ 19 ปี และปฏิทินจันทรคติไทยได้ เลือกเติมเดือน 7 ของบางปีให้มี 30 วัน โดยให้เดือน 7 ดังกล่าวมีวันสุดท้ายเป็นวันแรม 15 ค่ำ และเรียกปีที่เติมเดือน 7 นี้ว่า "ปีอธิกวาร" ซึ่งในรอบ 19 ปีดังกล่าวนี้ อาจเติม 3 ครั้ง หรือ 4 ครั้ง แล้วแต่ความจำเป็น

สูตรการเป็นปีอธิกวาร มีดังต่อไปนี้

- **สูตรอธิกวารอิงวันเพ็ญแท้และดับแท้**

ถ้าขึ้น 15 ค่ำ เดือน 7 มีก่อนวันเพ็ญแท้เกินหนึ่งวัน หรือ แรม 14 ค่ำเดือน 7 มีก่อนวันดับแท้ เกินหนึ่งวัน ก็ให้เพิ่มวันให้เดือน 7 ดังกล่าวให้มี 30 วัน โดยให้วันสุดท้ายของเดือน 7 เป็น แรม 15 ค่ำ แต่ถ้าปีนั้นเป็นปีอธิกมาศ แล้วไม่ต้องเพิ่ม

• **สูตรอธิกวารอิงมุมเงยของพระจันทร์กับขอบฟ้า**

ถ้าขึ้น 15 ค่ำเดือน 7 พระจันทร์มีมุมเงยกับเส้นขอบฟ้าตะวันออก เกิน 12 องศา เมื่อเวลา 6 โมงเย็น ก็ให้เพิ่มเดือน 7 ให้มี 30 วัน โดยให้วันสุดท้ายของเดือน 7 เป็นแรม 15 ค่ำ แต่ถ้าปีนั้นเป็นปีอธิกมาสแล้วไม่ต้องเพิ่ม

แบบฝึกหัด 4.2

1. ปฏิทินจันทรคติไทยปกติมีทั้งหมดกี่เดือนและกี่วัน
2. จงให้ความหมายของปีอธิกมาสและปีอธิกวาร
3. เพราะเหตุใดจึงต้องมีการเพิ่มปีอธิกมาสในบางปีจันทรคติไทย
4. ถ้าปี พ.ศ. 2536 ขึ้น 15 ค่ำ เดือน 8 ตรงกับวันที่ 3 ก.ค. ถ้าคำนวณตามสูตรอธิกมาสแบบอิงปฏิทินสากล ปีนี้จะเป็นปีอธิกมาสหรือไม่
5. เพราะเหตุใดจึงต้องมีการเพิ่มปีอธิกวารในบางปีจันทรคติไทย
 - 6.1 ถ้าปีนี้ **ไม่ได้เป็นปีอธิกวาร** จงเขียนปฏิทินจันทรคติไทย เทียบกับ ปฏิทินสากลในเดือน มิถุนายน และกรกฎาคม พ.ศ. 2556
 - 6.2 จงใช้สูตรการคิดปีอธิกมาสแบบอิงปฏิทินสากล คำนวณว่าปี พ.ศ. 2556 เป็นปีอธิกมาสหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบายวิธีการคำนวณโดยละเอียด

[illegible]

4.3

ปฏิทินสากล

ปฏิทินยุคโบราณ

จากหลักฐานทางโบราณคดีที่ค้นพบในปัจจุบัน เชื่อกันว่าชนชาติแรกที่คิดค้น ระบบการนับวันแบบปฏิทินนั้นคือ ชาวบาบิโลเนียน พวกเขากำหนดวัน เดือน ปี โดยสังเกตจากระยะต่าง ๆ ของดวงจันทร์ ซึ่งก็คือการสังเกตข้างขึ้นข้างแรมนั่นเอง โดยเมื่อเกิดข้างขึ้นและข้างแรมครบ 1 รอบก็จะถือเป็น 1 เดือน ปฏิทินแบบนี้เรียกว่าปฏิทินจันทรคติ และพวกเขายังกำหนดให้ 1 ปีนั้นมี 12 เดือนอีกด้วย สาเหตุที่ชาวบาบิโลเนียนกำหนดให้ 1 ปี มี 12 เดือน ก็เพราะว่า เมื่อใดที่เกิดข้างขึ้นและข้างแรมครบ 12 รอบ ฤดูกาลก็จะเวียนกลับมาอีกครั้ง

อาณาจักรข้างเคียงก็ได้ยอมรับเอาปฏิทินของชาวบาบิโลเนียนมาใช้ในอาณาจักรตนเอง เช่น ชาวอียิปต์โบราณ ชาวกรีก และชาวเซเมติก เป็นต้น เมื่อพัฒนาการทางเทคโนโลยีมีมากขึ้น ชนชาติที่นำเอาปฏิทินแบบบาบิโลเนียนไปใช้นั้น ก็ได้ทำการปรับปรุงและพัฒนาให้มีความเที่ยงตรงมากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งชาวอียิปต์โบราณ ที่พัฒนาแนวคิดเรื่องปฏิทินได้อย่างรุดหน้ามากที่สุด แต่เดิมชาวโรมันกำหนดให้ 1 ปี มี 355 วัน (ตามระบบจันทรคติ) และทุก ๆ 4 ปี (ปีอธิกवार) ต้องเพิ่มวันเข้าไปอีก 22 วัน เพื่อให้ตรงกับฤดูกาล หรือการคำนวณแบบสุริยคติ) จนกระทั่ง 46 ปีก่อนคริสต์ศักราช จูเลียส ซีซาร์ แห่งจักรวรรดิโรมัน ซึ่งได้เข้าครอบครองอียิปต์ ในรัชสมัยของพระนางคลีโอพัตรา ได้นำแนวคิดของนักดาราศาสตร์ชาวอียิปต์ชื่อ โซซิเจเนส (Sosigenes) มาปรับปรุงให้หนึ่งปีมี 365 วัน ปฏิทินแบบนี้เรียกว่า "ปฏิทินจูเลียน" ซึ่งใช้กันมายาวนานจนถึง ค.ศ. 1582 จึงมีการแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง



แต่ละปีมี 365 วัน ยกเว้นปีที่หารด้วย 4 ลงตัวจะมี 366 วัน โดยเพิ่มวันที่ 29 กุมภาพันธ์
เฉลี่ยแล้วใน 1 ปีทำให้มีจำนวนวันทั้งหมด 365.25 วัน

ตัวอย่าง 1:

1. ค.ศ. 444 มีวันที่ 29 ก.พ.เนื่องจากปี ค.ศ. 444 หาร 4 ลงตัว
2. ค.ศ. 2015 ไม่มีวันที่ 29 ก.พ.เนื่องจากปี ค.ศ. 2015 หาร 4 ไม่ลงตัว

ปฏิทินยุคปัจจุบัน

เนื่องจากการที่ต้องเพิ่มวันเข้าไปในปฏิทิน 1 วัน ในทุก ๆ 4 ปี ทำให้ในสมัยต่อ ๆ มาเกิดความสับสนในฤดูกาล กล่าวคือปีปฏิทินสั้นกว่าปีฤดูกาล ดังนั้นปรากฏการณ์ทางธรรมชาติต่าง ๆ จะมาถึงเร็วกว่าปีปฏิทินมากขึ้นทุกปี เช่นใน ค.ศ. 1582 วันอีสเตอร์ (วันที่กลางวันและกลางคืนยาวเท่ากัน) ตามปีปฏิทินเดิมคือวันที่ 21 มีนาคม แต่ปรากฏการณ์นี้กลับเกิดขึ้นจริงในวันที่ 11 มีนาคมแทน เมื่อเป็นเช่นนี้ ศาสนจักรจึงเข้ามามีบทบาทในการแก้ไข พระสันตปาปา เกรกอรีที่ 13 ได้ออกประกาศให้หักวันออกจากปีปฏิทินเสีย 10 วัน และจากการคำนวณด้วยเลขทศนิยม เขาคำนวณได้ว่ารอบปีพระอาทิตย์ควรมี 365.2422 วัน มีผลให้ปฏิทินแบบจูเลียนซึ่งมีปีละ 365.25 วันคลาดเคลื่อนไปประมาณ 0.0078 วัน หรือประมาณ 3 วันในรอบ 400 ปี ($0.0078 \times 400 = 3.12$ วัน)

จึงปรับการคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในปฏิทินจูเลียนอยู่ 2 ประการคือ

1. ตัดวันในปี ค.ศ. 1582 ออกไป 10 วัน และเพื่อให้วันจุดเริ่มต้นของราศีเมษเป็นวันที่ 21 มีนาคมอย่างเดิม และกำหนดเป็นวันอีสเตอร์ของปีนั้น
2. เพื่อแก้ปัญหาที่วันของปฏิทินจูเลียนเกินไปประมาณ 3 วันในทุก 400 ปี สันตะปาปา เกรกอรีจึงกำหนดปีเริ่มต้นของการนับเพื่อการแก้ไขที่ ค.ศ. 1600 และลดวัน 1 วันในปี 1700, 1800, 1900 ถัดมา โดยให้เดือนกุมภาพันธ์มี 28 วันแทนที่จะมี 29 วันตามปฏิทินจูเลียน (เพราะเป็นปีที่ 4 หารลงตัวพอดี)

ปฏิทินเกรกอเรียน (Gregorian Calendar)

พัฒนามาจากปฏิทินจูเลียน โดย 1 ปี จะมี 365.2425 วัน

มีวันที่ 29 ก.พ. เรียกว่า **ปีอธิกสุรทิน (leap year)**

ไม่มีวันที่ 29 ก.พ. เรียกว่า **ปีปกติสุรทิน (common year)**

หลักเกณฑ์ในการเติมวันที่ 29 ก.พ.

- กรณีปี ค.ศ. ไม่ได้ลงท้ายด้วย 00 ให้คำนวณเหมือนปฏิทินจูเลียน
- กรณีปี ค.ศ. ลงท้ายด้วย 00 ให้นำเลข 400 มาหาร

ถ้าหารลงตัวให้เติมวันที่ 29 ก.พ.

ถ้าหารไม่ลงตัวไม่เติมวันที่ 29 ก.พ.

ตัวอย่าง 2: การเติมวันที่ 29 ก.พ. สำหรับปฏิทินเกรกอเรียน ปีที่กำหนดให้ต่อไปนี้มีวันที่ 29 ก.พ. ตามปฏิทินเกรกอเรียนหรือไม่

1. ค.ศ. 1804
2. ค.ศ. 2100

คำตอบ:

1. ปี ค.ศ. 1804 ไม่ได้ลงท้ายด้วย 00 ดังนั้นให้คำนวณเหมือนปฏิทินจูเลียน นั่นคือนำเลข 4 มาหาร ซึ่งปี ค.ศ. 1804 เลข 4 หารลงตัว ดังนั้น ปีนี้จะมีวันที่ 29 ก.พ.
2. ปี ค.ศ. 2100 ลงท้ายด้วย 00 ให้นำเลข 400 มาหาร ซึ่งปี ค.ศ. 2100 เลข 400 หารไม่ลงตัว ดังนั้น ปีนี้ไม่มีวันที่ 29 ก.พ.

คำถาม 2: ปีที่กำหนดให้ต่อไปนี้มีวันที่ 29 ก.พ. ตามปฏิทินเกรกอเรียนหรือไม่

1. ค.ศ. 1901
2. ค.ศ. 2000

ปัจจุบัน "ปฏิทิน" ได้รับความนิยมกันอย่างแพร่หลาย นักธุรกิจติดต่อกันหมายกันผ่าน วัน เวลา ในปฏิทิน นอกจากนี้ปฏิทินยังคอยย้ำเตือนถึง วัน เวลาที่สำคัญต่าง ๆ เช่น วันเกิด วันหยุด เป็นต้น นอกจากนี้ยังมีปฏิทินที่กำหนดวันสำคัญทางศาสนา ซึ่งจะต้องอาศัยการประกาศอย่างเป็นทางการ เช่น วันเริ่มถือศีลอดเดือนรอมะฎอน วันจาริกแสวงบุญของอิสลามิกชน (ฮัจญ์) และวันอาชูรอห์ เป็นต้น

สำหรับประเทศไทยนั้น การพิมพ์ปฏิทินพิมพ์ทั้งระบบเกรกอเรียน ปฏิทินสยามและปฏิทินจีน อยู่ในแผ่นเดียวกัน บางแห่งของประเทศไทยพิมพ์อิสลามและปฏิทินอินเดียไว้ด้วย

ปฏิทินไทย

ในอดีตประเทศไทยใช้ปฏิทินจันทรคติตั้งแต่สมัยสุโขทัยโดยนับปีตามปีมหาศักราชและจุลศักราชตามลำดับ ในสมัยพระบาทสมเด็จพระจอมเกล้าเจ้าอยู่หัวได้โปรดเกล้าฯ เปลี่ยนจากปฏิทินจันทรคติมาใช้ปฏิทินสุริยคติ ในปีจุลศักราช 1240 ซึ่งตรงกับปี พ.ศ. 2431 โดยใช้แบบสากลตามปฏิทินเกรกอเรียน โดยเดือนแรกของปีคือเดือนเมษายน และเดือนสุดท้ายของปีคือมีนาคม และปรับมาใช้รัตนโกสินทรศก และพุทธศักราชตามลำดับ

ในสมัยจอมพล ป. พิบูลสงคราม ได้มีการปรับเปลี่ยนปฏิทินอีกครั้งโดยปรับให้วันที่ 1 มกราคม เป็นวันขึ้นปีใหม่และเป็นวันเริ่มต้นของปีแทนที่รูปแบบเดิม โดยวันขึ้นปีใหม่ในรูปแบบนี้เริ่มใช้ในปี พ.ศ. 2484 เป็นต้นมา

ศักราชที่ปรากฏในปฏิทินโดยทั่วไปมีอยู่สามอย่างคือ พุทธศักราช (พ.ศ.) มหาศักราช (ม.ศ.) และจุลศักราช (จ.ศ.)

พุทธศักราช กำหนดเอาปีที่พระพุทธเจ้าเสด็จดับขันธปรินิพพานเป็นปีที่หนึ่ง แต่เดิมคำนวณตามจันทรคติขึ้นปีใหม่เมื่อเดือนหก แรมหนึ่งค่ำ ต่อมาสมัยรัตนโกสินทร์ ตั้งศักราชรัตนโกสินทรศกขึ้นใหม่ กำหนดวันขึ้นปีใหม่ในวันที่ 1 เมษายน ตามระบบปฏิทินเกรกอเรียน ถึงรัชกาลที่หกเปลี่ยนมาใช้พุทธศักราชแทนรัตนโกสินทรศก ต่อมาในปี พ.ศ. 2483 รัฐบาลได้ออก พ.ร.บ. ปฏิทิน มีกำหนด 12 เดือน เริ่มตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม และสิ้นสุดในวันที่ 31 ธันวาคม โดยให้ปี พ.ศ. 2483

สิ้นสุดในวันที่ 31 ธันวาคมและในปี พ.ศ.2484 เริ่มตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม เป็นปีแรก

มหาดักราช กล่าวกันว่าพระเจ้าศาลิวาหะ กษัตริย์อินเดียองค์หนึ่งทรงตั้งขึ้นเพื่อเป็นที่ระลึก มีชัยต่อราชศัตรู ในปีเถาะ พ.ศ.622 ใช้คำนวณเดือนตามสุริยคติขึ้นปีใหม่ เมื่อดวงอาทิตย์ยกขึ้นสู่ ราศีเมษ

จุลศักราช กษัตริย์พม่าตั้งขึ้นเมื่อปี พ.ศ.1182 จุลศักราชปีศก ซึ่งหมายถึงจำนวนปีกำกับด้วย ชื่อต่าง ๆ คือ ถ้าตัวเลขสุดท้ายเป็นเวลาหนึ่งเรียกว่าเอกศก เลขสองเรียกโทศก เลขสามเรียกตรีศก ฯลฯ เลขศูนย์เรียกสัมฤทธิศก

การพิมพ์ปฏิทินมีขึ้นเป็นครั้งแรกในเมืองไทย เมื่อ วันที่ 14 มกราคม พ.ศ. 2385 (ปลายสมัย รัชกาลที่ 3) ต่อมาในรัชกาลที่ 4 ทรงโปรดให้พิมพ์ปฏิทินภาษาไทย ในสมัยรัชกาลที่ 5 ปฏิทินที่ พิมพ์ในเมืองไทยได้แก่ "ประณิติน" แจ้ราคาขายไว้เล่มละ 4 บาท การพิมพ์ปฏิทินเล่มยังมีการจัดทำต่อมา ในหลายรูปแบบ ซึ่งมีบอกสภาพของน้ำขึ้น-น้ำลง ดิถีดวงจันทร์ และปฏิทินภาษาจีนร่วมด้วย และมีช่องว่างให้บันทึกเล็กน้อย ในรูปแบบของ ไดอารี่ หรือ "สมุดบันทึกประจำวัน" ก็สามารถ อนุโลมให้เป็นปฏิทินได้ โดยไดอารี่ที่มีชื่อเสียงได้แก่ ไดอารี่ของรัชกาลที่ 5 ซึ่งเมื่อตีพิมพ์เผยแพร่ มีชื่อเรียกว่า "จดหมายเหตุพระราชนิพนธ์รายวัน"

แบบฝึกหัด 4.3

1. จงหาปี ค.ศ.ที่ปฏิทินจูเลียนมีวันที่ 29 ก.พ. และปฏิทินเกรกอเรียนมีวันที่ 29 ก.พ. ด้วย
2. จงหาปี ค.ศ.ที่ปฏิทินจูเลียนมีวันที่ 29 ก.พ. แต่ปฏิทินเกรกอเรียนไม่มีวันที่ 29 ก.พ.
3. จงหาปี ค.ศ.ที่ปฏิทินจูเลียนไม่มีวันที่ 29 ก.พ. แต่ปฏิทินเกรกอเรียนมีวันที่ 29 ก.พ.
4. จงหาปี ค.ศ.ที่ปฏิทินจูเลียนไม่มีวันที่ 29 ก.พ. และปฏิทินเกรกอเรียนก็ไม่มีวันที่ 29 ก.พ. ด้วย