



เศษส่วน

FRACTIONS

เศษส่วนในชีวิตประจำวัน

เศษส่วนเป็นเรื่องที่มีในชีวิตประจำวันของคนทุกคน ไม่ว่าเราจะอยู่ในสถานการณ์หรือเหตุการณ์ใด มักจะมีเศษส่วนเข้ามาเกี่ยวข้องกับเสมอ

ให้กินแค่ครึ่งเดียวนะลูก ตอนบ่ายค่อยกินที่เหลือ

จะเอากี่ส่วน นางถึงจะพอใจ

ได้เงินมาก็แบ่งเก็บบางส่วน แบ่งใช้บางส่วน

จำนวน ส.ส. พึงมีเป็นตัวเลขจำนวนเต็ม โดยปิดเศษลง ไม่ปิดเศษขึ้น ที่ขอใช้จำนวนเต็ม เพราะจำนวน ส.ส. เป็นคน เป็นเศษส่วนของคนไม่ได้

เศษส่วน เป็นจำนวนที่เขียนสัญลักษณ์
ในรูปประกอบกันของจำนวนเต็ม 2 ตัว
เรียกตัวบนว่า “เศษ” เป็นจำนวนเต็มใดก็ได้
เรียกตัวล่างว่า “ส่วน” ซึ่งต้องไม่เป็น 0

เช่น

$$\frac{5}{7}$$

**THIS IS THE
NUMERATOR**

**THIS IS THE
DENOMINATOR**

จำนวนเต็มทุกจำนวน
เขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

เช่น

$$4 = \frac{4}{1}$$

$$-2 = \frac{2}{-1}$$

$$0 = \frac{0}{8}$$

ทศนิยม

ทศนิยมนั้นจะเข้ามามีบทบาทในชีวิตประจำวันของ
เราตลอด

ไม่ว่าจะเป็นการบอกค่าของเงินที่เราใช้

การบอกเวลา

การบอกปริมาณต่าง ๆ

บอกหน่วยความยาว

ฯลฯ

เลขที่อยู่หน้าทศนิยมเป็นเลขจำนวนเต็ม จะอ่านเช่นเดียวกับตัวเลขจำนวนเต็มทั่วไป

ส่วนตัวเลขหลังจุดทศนิยมเป็นเลขเศษของเศษส่วน
ซึ่งมีค่าไม่ถึงหนึ่ง อ่านตามลำดับตัวเลขไปที่ละตัว

เช่น

635.1489 อ่านว่า หกร้อยสามสิบห้าจุดหนึ่งสี่แปดเก้า

ถ้าเลขจำนวนนั้นไม่มีจำนวนเต็ม จะเขียน 0 (ศูนย์) ไว้
ตำแหน่งหลักหน่วยหน้าจุดได้ เช่น .5 เขียนเป็น 0.5

ทศนิยมซ้ำ

ทศนิยมที่มีตัวเลขบางชุดปรากฏซ้ำกันโดยไม่สิ้นสุด ซึ่งการซ้ำของตัวเลขอาจเกิดขึ้นก่อนหรือหลัง หรือครอบคลุมทศนิยมก็ได้ เช่น

$0.3333333333333333\dots$ เขียนเป็น $0.\dot{3}$

$1.3041212121212\dots$ เขียนเป็น $1.304\dot{1}2$

$26.34124124124\dots$ เขียนเป็น $26.3\dot{4}1\dot{2}$

ทศนิยมไม่ซ้ำ

ทศนิยมที่มีตัวเลขซ้ำกันไปเรื่อย ๆ เช่น

1.41421 35623 73095 04880 16887 24209 69807
85696 71875 37694 80731 76679 73799...

1.7320 50807 56887 72935 27446 34150 58723
66942 80525 38103 80628 05580...

2.71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249
77572 47093 69995 95749...

3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899
86280348253421170679821480865132823066470938446095505822317253594081284811174502841027019385
21105559644622948954930381964428810975665933446128475648233786783165271201909145648566923460
34861045432664821339360726024914127372458700660631558817488152092096282925409171536436789259
0360011330530548820466521384146951941511609433057270365759591953092186117381932611793105118548
07446237996274956735188575272489122793818301194912983367336244065664308602139494639522473719
07021798609437027705392171762931767523846748184676694051320005681271452635608277857713427577
896091736371787214684409012249534301465495853710507922796892589235420199561121290219608640344
181598136297747713099605187072113499999983729780499510597317328160963185950244594553469083026
42522308253344685035261931188171010003137838752886587533208381420617177669147303598253490428
755468731159562863882353787593751957781857780532171226806613001927876611195909216420198938095
25720106548586327886593615338182796823030195203530185296899577362259941389124972177528347913
151557485724245415069595082953311686172785588907509838175463746493931925506040092770167113900
98488240128583616035637076601047101819429555961989467678374494482553797747268471040475346462
08046684259069491293313677028989152104752162056966024058038150193511253382430035587640247496
47326391419927260426992279678235478163600934172164121992458631503028618297455570674983850549
45885869269956909272107975093029553211653449872027559602364806654991198818347977535663698074
265425278625518184175746728909777727938000816470600161452491921732172147723501414419735685481
613611573525521334757418494684385233239073941433345477624168625189835694855620992192221842725
5025425688767179049460165346680498862723279178608578438382796797668145410095388378636095068
006422512520511739298489608412848862694560424196528502221066118630674427862203919494504712371
378696095636437191728746776465757396241389086583264599581339047802759010... (2000 DIGITS of PI)



ทศนิยมซ้ำ ทุกจำนวน
เขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

เช่น

$$0.\dot{3} = \frac{1}{3}$$

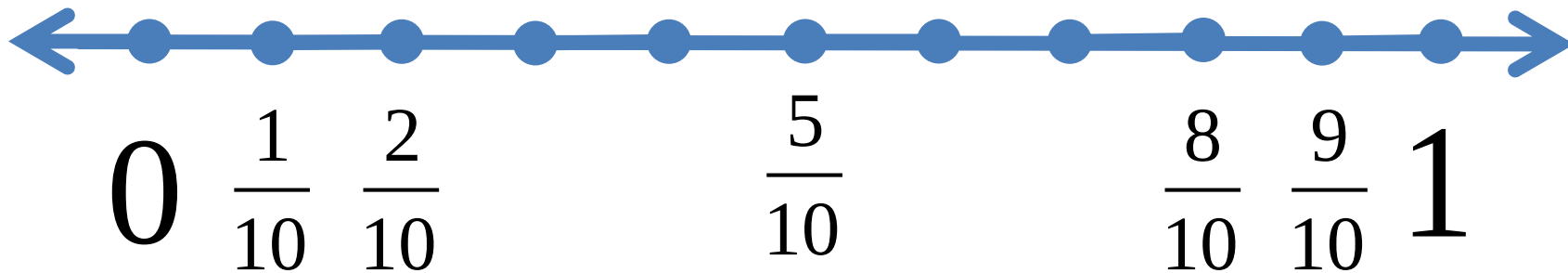
$$1.\dot{4}\dot{5} = \frac{16}{11}$$

$$1.2\dot{1}4\dot{2} = \frac{1213}{999}$$

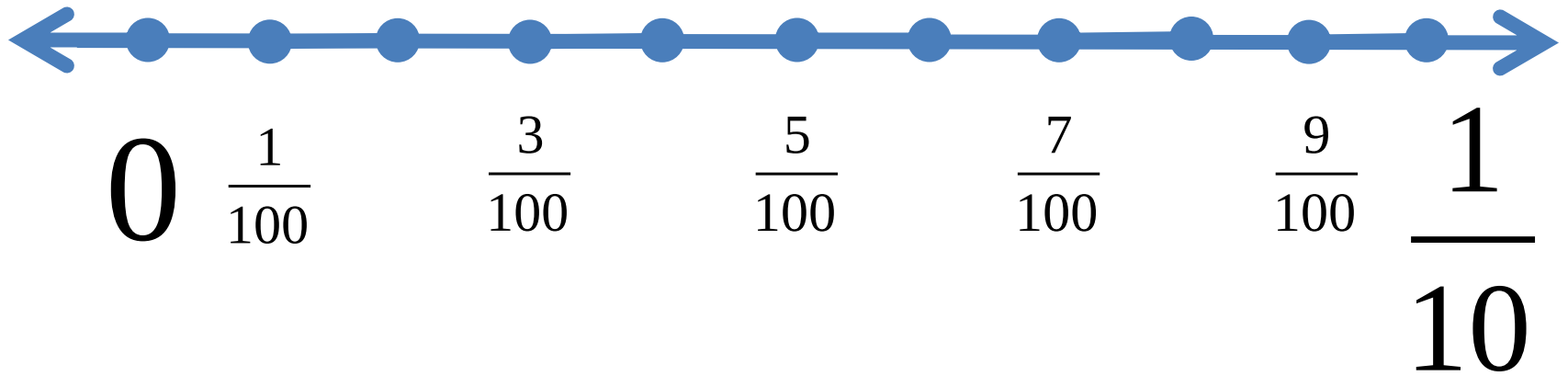


ALL IS NUMBER

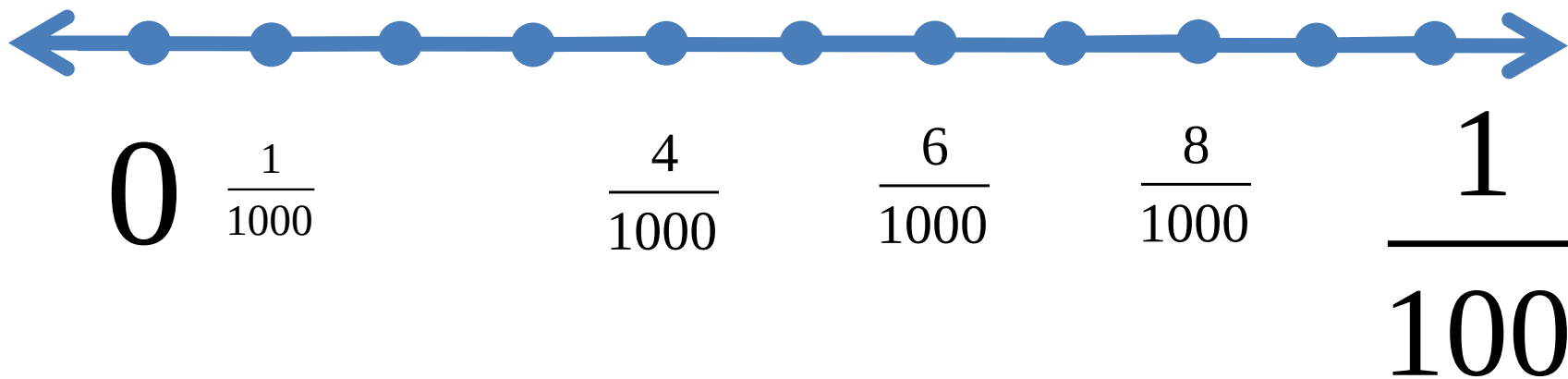
เศษส่วนมีมากมาย



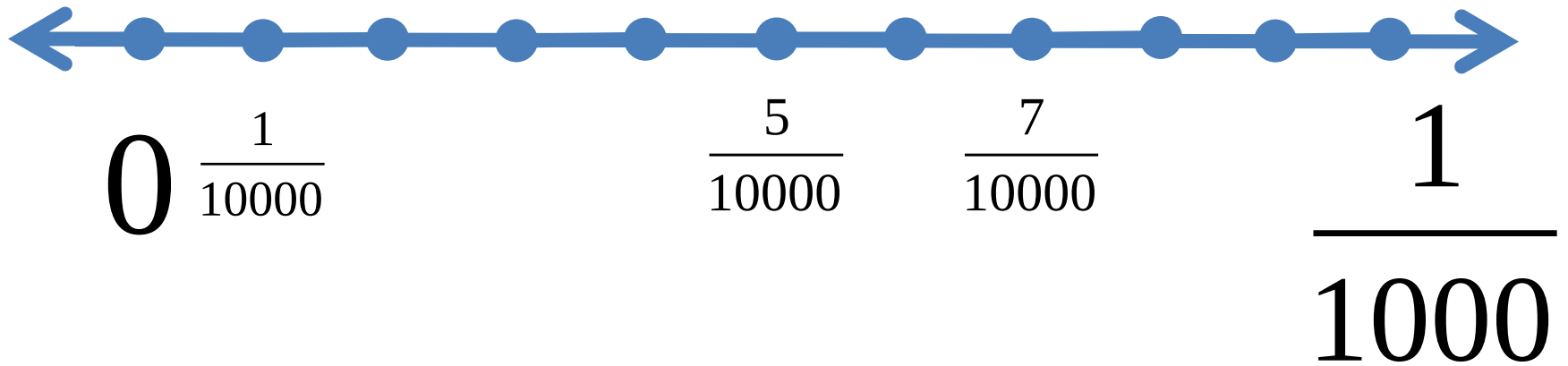
เศษส่วนมีแทรกได้เรื่อย ๆ



โลกเราเต็มไปด้วยเศษส่วน



ช่องว่างเล็กแค่ไหนก็มีเศษส่วน



เรียกเศษส่วนพวกนี้ว่า จำนวนตรรกยะ

ดังนั้น เศษส่วน เป็นจำนวนตรรกยะ

จำนวนเต็ม เป็นจำนวนตรรกยะ

ทศนิยมซ้ำ เป็นจำนวนตรรกยะ



จำนวนใดก็ตามที่ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

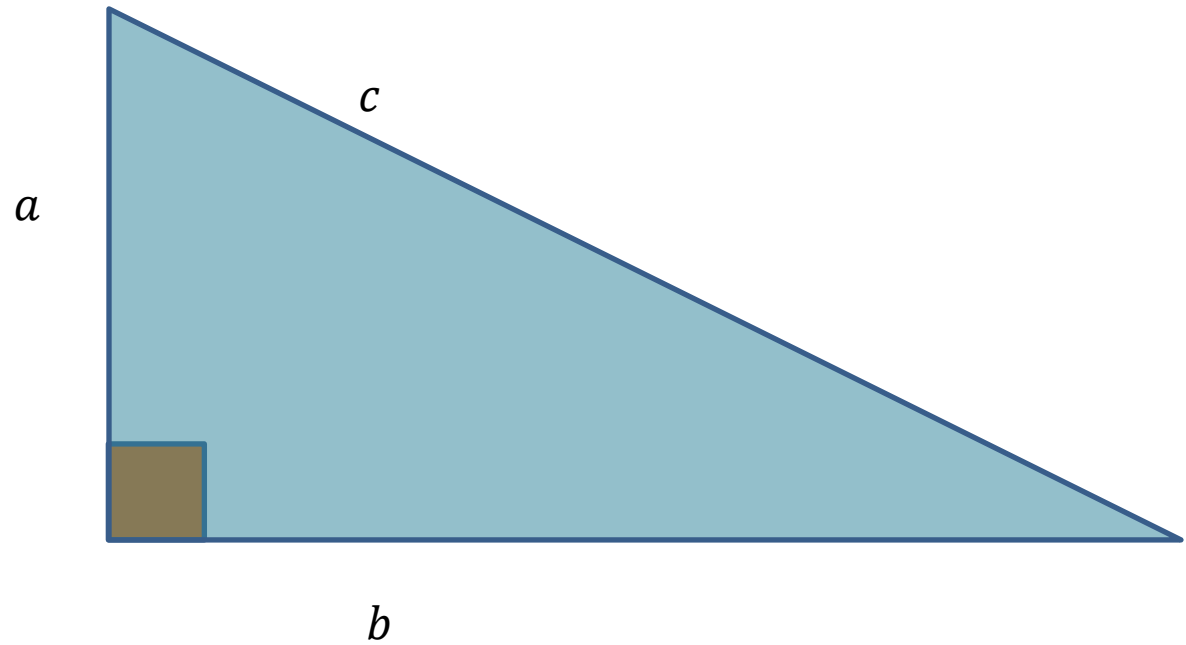
จะเรียกว่า **จำนวนอตรรกยะ**

ดังนั้น ทศนิยมไม่ซ้ำ เป็นจำนวนตรรกยะ



ทฤษฎีสามเหลี่ยมมุมฉากของพีทาโกรัส

$$a^2 + b^2 = c^2$$



สำนักพีธาโกรัส

- ทฤษฎีพีธาโกรัสค้นพบ $\sqrt{2}$
- พีธาโกรัสเชื่อว่า $\sqrt{2}$ เป็นเศษส่วน
- ฮิปโปซซุสพิสูจน์ว่า $\sqrt{2}$ ไม่มีทางเป็นเศษส่วน
- พีธาโกรัสตกใจ ที่ฮิปโปซซุสฝ่าฝืนพระเจ้า



ฮีบปาชูสถูกพระเจ้าลงโทษ เพราะแพ่งพราญความลับของพระเจ้า

จำนวนใดก็ตามที่ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

จะเรียกว่า **จำนวนอตรรกยะ**

ดังนั้น ทศนิยมไม่ซ้ำ เป็นจำนวนตรรกยะ

ตัวอย่างของจำนวนอตรรกยะคือ

$$\sqrt{2}$$

$$\sqrt{3}$$

$$\pi$$

ฯลฯ



จำนวนทั้งหมดที่กล่าวมา

จำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยมซ้ำ (ตรรกยะ)

ทศนิยมไม่ซ้ำ (อตรรกยะ)

รวมกันเรียกว่า

จำนวนจริง (Real Numbers)

จำนวนจริง คือ จำนวนที่มีจริง

0 มีจริง ?

จำนวนเต็มบวก มีจริง ?

จำนวนเต็มลบ มีจริง ?

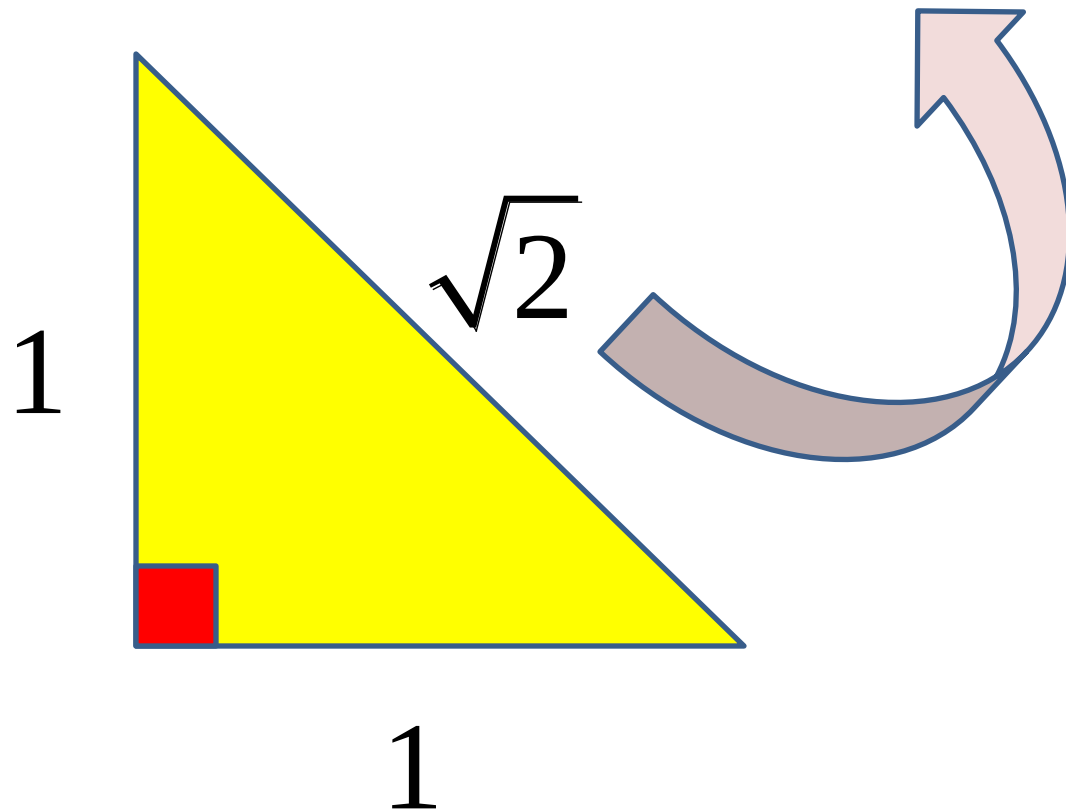
เศษส่วน มีจริง?

ทศนิยมซ้ำ มีจริง?

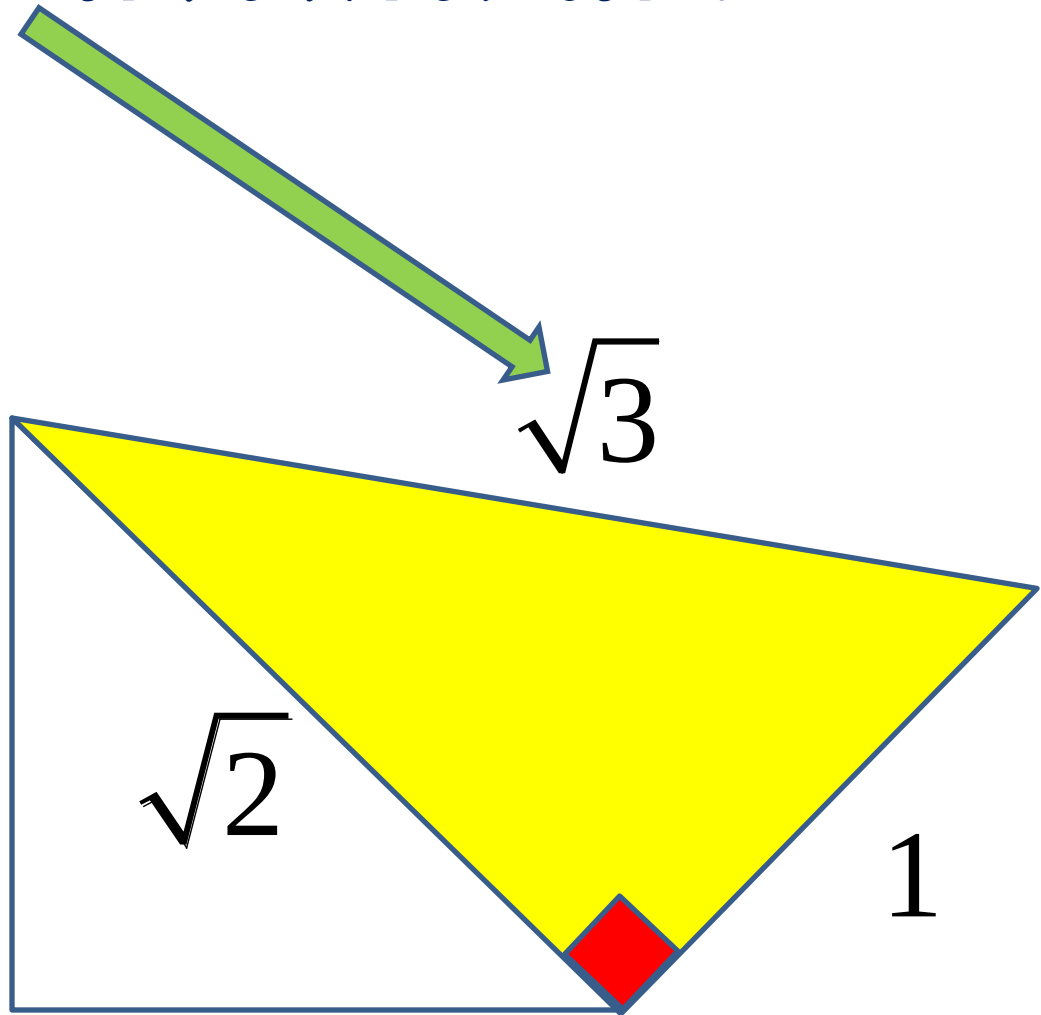
ทศนิยมไม่ซ้ำ มีจริง?

ทศนิยมไม่ซ้ำ มีจริง ๆ

1.41421 35623 73095 04880 16887 24209 69807
85696 71875 37694 80731 76679 73799...

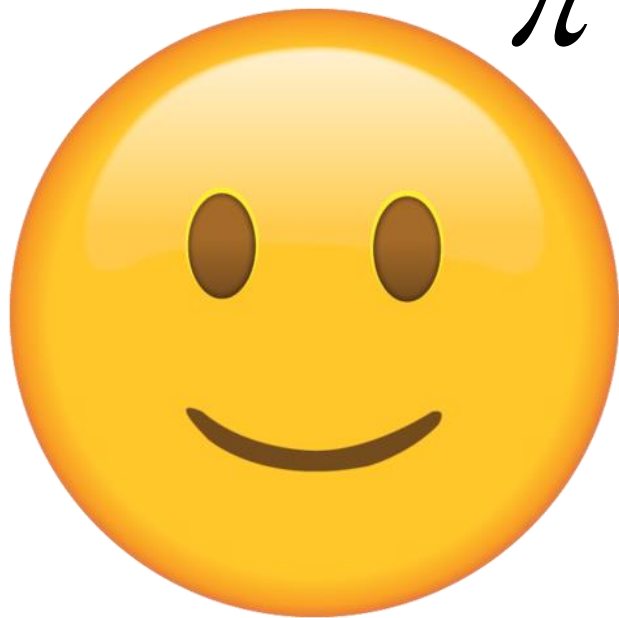


$\sqrt{3}$ มีจริงหรือไม่ ?



$\sqrt{5}$ มีจริงหรือไม่ ?

π มีจริงหรือไม่ ?



แล้ว π คืออะไร ?

วงกลม รัศมี r

มีเส้นรอบวงยาว = $2\pi r$

มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว = $2r$

เส้นรอบวง / เส้นผ่านศูนย์กลาง = π

สูตรการหาความยาวเส้นรอบวงกลม ในโบราณคดี

คัมภีร์โลกบัญญัติ อธิบายว่า

ลมเวรัมภะนั้นพัดขึ้นเบื้องบนก็มี พัดลงเบื้องต่ำก็มี
พัดไปทางขวาก็มี พัดเป็นวงกลมเสมอก็มี

ลมนั้นหนา 960,000 โยชน์
แผ่กว้าง 1,203,450 โยชน์
วัดโดยรอบ 3,610,350 โยชน์

สูตรการหาความยาวเส้นรอบวงกลม ในโบราณคดี

คัมภีร์โลกสันฐานโชตรตนคัมภีร์ชี้แจงเรื่องขนาดของ
พระจันทร์และพระอาทิตย์ว่า

พระจันทร์โดยส่วนยาว ส่วนกว้างและส่วนสูง
วัดขนาดตรง ๆ ได้ประมาณ 49 โยชน์
แต่โดยปริมาตรได้ประมาณ 147 โยชน์
ส่วนพระอาทิตย์ วัดตรง ๆ ได้ 50 โยชน์
วัดโดยรอบได้ 150 โยชน์



สูตรการหาความยาวเส้นรอบวงกลม ในโบราณคดี

ไตรภูมิิกถากกล่าวถึงเขาพระสุเมรุ มีใจความว่า

เขาพระสุเมรุสูงได้ ๘๔,๐๐๐ โยชน์

จมลงไปในน้ำ ๘๔,๐๐๐ โยชน์

หนาได้ ๘๔,๐๐๐ โยชน์

กลมรอบปริมาตรได้ ๒๕๐,๐๐๐ โยชน์



ค่าประมาณต่าง ๆ ของ π

$\pi \approx 3$ สุวรรณภูมิสมัยอดีตกาล และบาบิโลนยุคต้น

$\pi \approx 3 + 1/8$ ในช่วงหนึ่งของบาบิโลน (3.125)

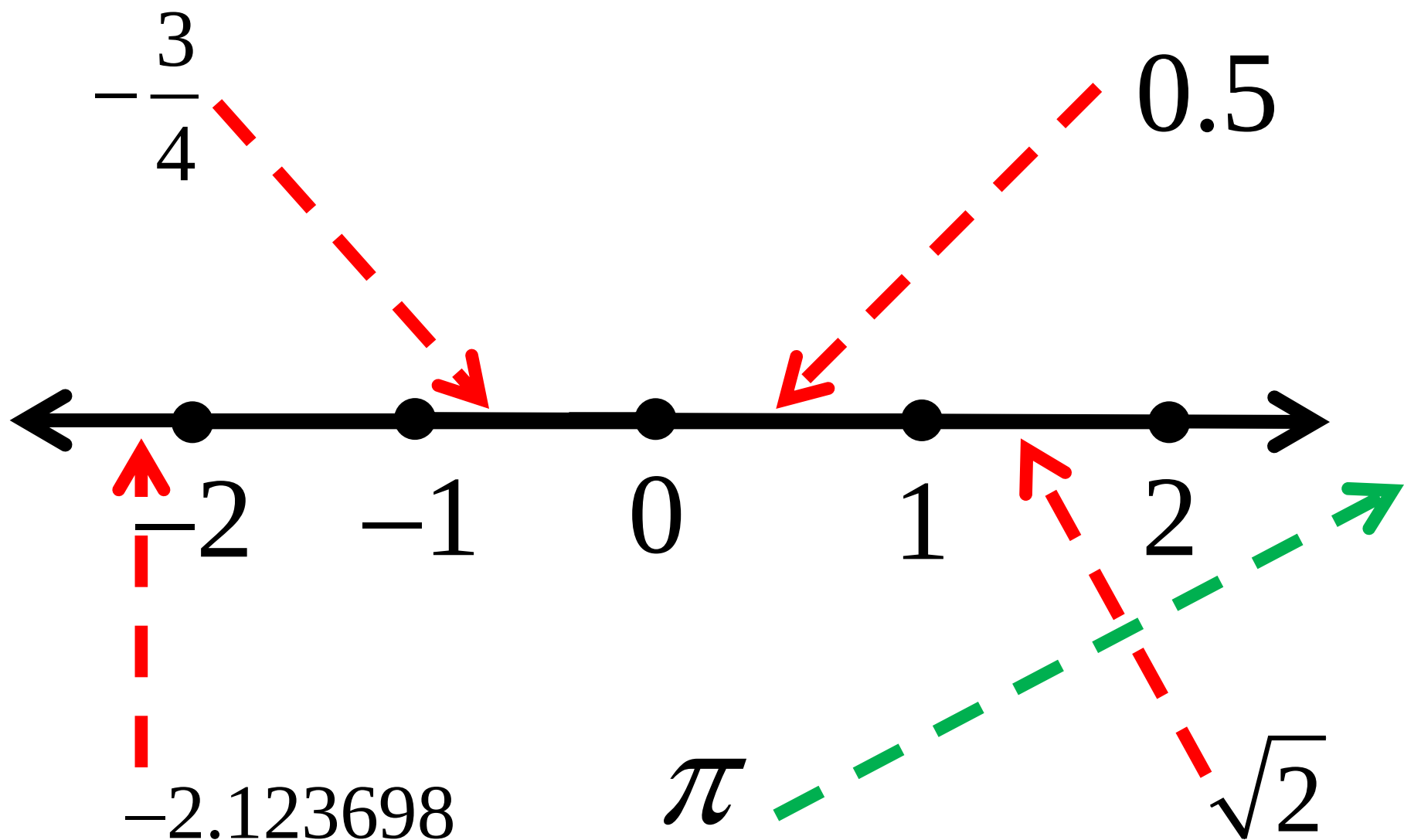
$\pi \approx 3 + 4/25$ ในอาณาจักรอียิปต์โบราณ (3.16)

$\pi \approx 3 + 10/71$ ถึง $3 + 1/7$ โดยอาร์คิมิดีสชาว Syracuse ($223/10$ ถึง $22/7$)

$\pi \approx 3 + 16/113$ โดยซ่งจื้อ (Zu Chongzhi) (3.1415926)

สัญลักษณ์ π เริ่มใช้อย่างเป็นทางการในช่วงคริสต์ศตวรรษ 1700

จำนวนจริงมีที่อยู่เป็นหลักแหล่ง



จำนวนจริงไม่จำเป็นสำหรับงานหยาบ

10 ล้าน เรียกว่า โกฏิ

10 ล้านปโกฏิ เรียกว่า โกฏิปโกฏิ

10 ล้านนหุต เรียกว่า นินนหุต

10 ล้านอไชภินี เรียกว่า พินทุ

10 ล้านอัพพุท เรียกว่า นิรัพพุท

10 ล้านอหะหะ เรียกว่า อพะพะ

10 ล้านอฏะฏะ เรียกว่า โสคันทิกะ

10 ล้านอุปปะละ เรียกว่า กะมุท

10 ล้านบุณทริก เรียกว่า ปะทุมะ

10 ล้านกถานะ เรียกว่า มหากถานะ

10 ล้านโกฏิ เรียกว่า ปโกฏิ

10 ล้านโกฏิปโกฏิ เรียกว่า นหุต

10 ล้านนินนหุต เรียกว่า อไชภินี

10 ล้านพินทุ เรียกว่า อัพพุท

10 ล้านนิรัพพุท เรียกว่า อหะหะ

10 ล้านอพะพะ เรียกว่า อฏะฏะ

10 ล้านโสคันทิกะ เรียกว่า อุปปะละ

10 ล้านกะมุท เรียกว่า บุณทริก

10 ล้านปะทุมะ เรียกว่า กถานะ

10 ล้านมหากถานะ เรียกว่า อสงไขย

จำนวนจริงจำเป็นมากสำหรับงานละเอียด

งานหยาบ แม้จะใหญ่ แต่ก็อธิบายได้

100,000,000,000,000,000,000,000 เท่ากับเท่าใด ในหน่วยใหญ่

100,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000 โกฏิ

100,000,000,000,000,000,000,000,000,000 ปโกฏิ

100,000,000,000,000,000,000,000,000,000 โกฏิปโกฏิ

100 โกฏิปโกฏิ

จำนวนจริงจำเป็นมากสำหรับงานละเอียด

งานใหญ่ แต่ถ้าละเอียด ก็อธิบายยาก

123,004,047,150,623,027,254,268

อ่านว่า

123 โกฏิปโกฏิ

40,471 ปโกฏิ

5,062,302 โกฏิ

กับ 7,254,268

โดยอ่านนิสงส์ของจำนวนจริง (ทศนิยม)

123,004,047,150,623,027,254,268

อ่านว่า

123.004047150623027254268 โกฏิปโกฏิ

ทองคำ 6 ตำลึง 2 บาท 3 สลึง



ทองคำ 6.6875 ตำลึง

สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ (scientific notation)

การเขียนจำนวนจริงบวกในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

คือ การเขียนจำนวนในรูป

$$A \times 10^n \quad \text{หรือ} \quad -A \times 10^n$$

เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

ข้อใดอยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

3. 50×10^2

4. 5×10^{-2}

5. -5×10^3

6. 1.72×10^9

7. 0.125×10^2

8. 12.3×10^{-8}

9. 9.99×10

10. -0.14×10^3

11. 9.99

12. -1.36987×10^{-1}

13. -3×10^7

14. 1.3×11^{-8}

จงทำสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ให้เป็นรูปปกติ

$$1. \quad 5 \times 10^2 = 5 \times 100 = 500$$

$$2. \quad -1.5 \times 10^3 = -1.5 \times 1000 = -1500$$

$$3. \quad 1.25 \times 10^4 = 1.25 \times 10000 = 12500$$

$$4. \quad 9.99 \times 10^{-1} = 9.9 \times 0.1 = 0.99$$

$$5. \quad -3.569 \times 10^{-5} = -3.596 \times 0.00001 = -0.00003596$$

$$6. \quad 3.26 \times 10^7 = 3.26 \times 10000000 = 32600000$$

จงเขียนตัวเลขให้เป็นรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

1. $1256 = 1.256 \times 1000 = 1.256 \times 10^3$
2. $-59836 = -5.9836 \times 10000 = -5.9836 \times 10^4$
3. $0.000569 = 5.69 \times 0.0001 = 5.69 \times 10^{-4}$
4. $-0.000012 = -1.2 \times 0.00001 = -1.2 \times 10^{-5}$
5. $80000 = 8 \times 10000 = 8 \times 10^4$
6. $325.2569 = 3.252569 \times 100 = 3.252569 \times 10^2$

สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ใช้ทำอะไร

สัญกรณ์วิทยาศาสตร์เป็นระบบสำหรับการเขียนและการทำงานกับตัวเลขที่ช่วยให้สามารถจัดการกับตัวเลขขนาดใหญ่หรือเล็กมาก ๆ ได้ง่ายขึ้น

ตัวอย่าง กาแลคซีทางช้างเผือกประกอบด้วยวัสดุซึ่งมีมวลรวมประมาณสามพันล้านล้านล้านล้านล้านล้านตัน

$$\begin{aligned} &= 3000 \times 10^6 \times 10^6 \times 10^6 \times 10^6 \times 10^6 \times 10^6 \\ &= 3000 \times 10^{36} = 3 \times 10^{39} \text{ ตัน} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง อะตอมของธาตุออกซิเจนเป็นรูปทรงกลม ถ้าเอา
ออกซิเจนจำนวนหนึ่งล้านล้านอะตอมมาร้อยเป็นสายร้อย
จะได้ร้อยยาว 96 เมตร อะตอมของธาตุออกซิเจนมีขนาด
เท่าใด

$$\text{หนึ่งล้านล้าน อะตอม} = 10^6 \times 10^6 = 10^{12} \text{ อะตอม}$$

$$10^{12} \text{ อะตอม ยาวเท่ากับ } 96 \text{ เมตร}$$

$$\text{เทียบได้ว่า } 1 \text{ อะตอม ยาวเท่ากับ } 96 \div 10^{12} \text{ เมตร}$$

$$= \frac{96}{10^{12}} = 96 \times \frac{1}{10^{12}} = 96 \times 10^{-12} = 9.6 \times 10^{-11} \text{ เมตร}$$

(เขียนในรูปแบบปกติได้เป็น 0.0000000000096 เมตร)