

บทที่ 4

จำนวนและการคำนวณ

(Number and Calculation)

ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์นั้น สิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างแท้จริงคือทักษะทางคณิตศาสตร์ อันได้แก่ความรู้สึกเชิงจำนวน (number sense) ซึ่งเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจินตนาการของผู้เรียน แท้ที่จริงแล้วจำนวนเป็นสิ่งที่ไม่สามารถให้คำนิยามได้ในทางคณิตศาสตร์เรียกว่า สิ่งนิยาม หมายความว่า เป็นสิ่งนามธรรมที่ทุกคนรับรู้และเข้าใจตรงกันว่า เป็นอะไรโดยไม่ต้องอธิบาย หน้าที่ของจำนวนคือการใช้บอกปริมาณต่าง ๆ ว่ามีมากน้อยเพียงใด เรียกจำนวนที่ทำหน้าที่นี้ว่า จำนวนเชิงการนับ (cardinal number) อีกหน้าที่หนึ่งคือการใช้บอกอันดับ ว่าสิ่งไหนมาก่อน สิ่งไหนมาหลัง เรียกจำนวนที่ทำหน้าที่นี้ว่า จำนวนเชิงอันดับที่ (ordinal number) เนื่องจากจำนวนเป็นสิ่งนามธรรม จึงมีความจำเป็นที่จะต้องมียุคสมัยที่เป็นรูปธรรมมาแทนจำนวนเพื่อใช้ประโยชน์ มนุษย์เราจึงสร้างตัวเลขขึ้นมาเพื่อเป็นสัญลักษณ์แทนจำนวน ในแต่ละอารยธรรมก็จะมีตัวเลขที่แตกต่างกันออกไปเช่นเดียวกับภาษาต่าง ๆ ในโลกที่มีสัญลักษณ์เป็นตัวอักษร พยัญชนะ สระ และวรรณยุกต์ ในยุคปัจจุบันนี้ ตัวเลข ยังมีหน้าที่เพิ่มเติมอีกอย่างหนึ่งคือ เพื่อใช้แยกบางสิ่งที่แตกต่างออกจากกัน เช่น รถเมล์สาย 205 กับรถเมล์สาย 72 ซึ่งไม่ได้หมายความว่ารถเมล์สาย 72 จะมาก่อน สาย 205 หรือ รถเมล์สาย 72 จะน้อยกว่าสาย 205 หรือตัวอย่างเช่นห้อง 2210 กับห้อง 3301 ไม่ได้หมายความว่า เราจะเดินไปถึงห้อง 2210 ก่อน ห้อง 3301 แต่อย่างใด ตัวเลขพวกนี้เราไม่ได้นำมาไม่นับหรือคำนวณค่าโดยบวกลบคูณหาร มันเป็นเพียง “ชื่อ” หรือ “สัญลักษณ์” เท่านั้น ในบทเรียนนี้จะกล่าวถึงจำนวนและตัวเลขซึ่งทำหน้าที่ใน 2 อย่างแรกเท่านั้น

4.1 ระบบฮินดู-อารบิกและระบบตำแหน่งยุคก่อน

(Hindi-Arabic System and Early Positional Systems)

4.1.1 ระบบฮินดู-อารบิก

เรื่องราวเริ่มมาจากเมื่อพวกพราหมณ์หรือฮินดูในชมพูทวีปมีการใช้เลข 0 ในระบบเลขฐาน 10 ทำให้การเขียนตัวเลขและการคำนวณทดไปเรื่อย ๆ อย่างเป็นระบบจาก 10 เป็น 100 จาก 100 เป็น 1,000 จาก 1,000 เป็น 10,000 ไม่มีที่สิ้นสุด เราไม่สามารถกล่าวได้อย่างเต็มปากว่าฮินดูเป็นพวกแรกที่ค้นพบระบบเลขฐาน 10 เนื่องจากชาวอียิปต์ซึ่งก็ไม่ได้ใช้เลข 0 ก็ใช้เลขฐาน 10 เช่นเดียวกัน เพียงใช้สัญลักษณ์เป็นรูปอื่นที่ต่างกันแทนเลข 10 100 1,000 จึงยังเป็นที่ถกเถียงด้วยว่าฮินดูเป็นอารยธรรมแรกที่คิดค้นการใช้ 0 หรือได้รับอิทธิพลจากอาหรับ หรืออาหรับรับจากฮินดู พวกที่ถือข้างฮินดูนั้นอธิบายว่าจารึกของที่พบในอินเดียตั้งแต่ ค.ศ.595 ได้ปรากฏเลข 1-9 และ 0 แล้ว และยังเป็นช่วงก่อนความเจริญของ

อารยธรรมอาหรับ ภายหลังจากอาหรับนำป้ใช้และเผยแพร่ในโลกตะวันตก จึงทำให้เข้าใจว่าอาหรับเป็นผู้ค้นพบและเรียกระบบตัวเลขแบบนี้ว่า เลขอารบิก แต่เนื่องจากหลักฐานอะไรก็ม่ชัดเจน จึงมีการเรียกระบบตัวเลขนี้อย่างประนีประนอมว่า ระบบเลขฮินดู-อารบิก (Hindi-Arabic System) ระบบเลขฮินดู-อารบิกนั้นประกอบด้วยตัวเลขโดดที่แตกต่างกันทั้งหมด 10 ตัว ได้แก่

0 1 2 3 4 5 6 7 8 และ 9 แล้วจึงสร้างตัวเลขแทนจำนวนที่มีค่าต่อจากนั้นโดยวนกลับมาใช้ตัวเลขเดิมที่มีอยู่ เช่น 10 11 12 13 14 15 ไปเรื่อย ๆ

ในระบบฮินดู-อารบิก เราสามารถกระจายตัวเลขออกเป็นผลบวกย่อยดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4.1.1

$$34,526 = (3 \times 10,000) + (4 \times 1,000) + (5 \times 100) + (2 \times 10) + (6 \times 1)$$

ต่อมาในชั้นเรียนที่สูงขึ้นไป เมื่อเราเรียนรู้เรื่องเลขยกกำลังแล้ว เราก็เขียนอีกว่า

$$34,526 = (3 \times 10^4) + (4 \times 10^3) + (5 \times 10^2) + (2 \times 10^1) + (6 \times 10^0) \text{ เรากล่าวว่า}$$

เลข 3 อยู่ในหลักหมื่น มีค่าประจำหลักเป็น 10,000

เลข 3 จึงมีค่าเท่ากับ 3 คูณ 10,000 เท่ากับ 30,000

เลข 4 อยู่ในหลักพัน มีค่าประจำหลักเป็น 1,000

เลข 4 จึงมีค่าเท่ากับ 4 คูณ 1,000 เท่ากับ 4,000

เลข 5 อยู่ในหลักร้อย มีค่าประจำหลักเป็น 100

เลข 5 จึงมีค่าเท่ากับ 5 คูณ 100 เท่ากับ 500

เลข 2 อยู่ในหลักสิบ มีค่าประจำหลักเป็น 10

เลข 2 จึงมีค่าเท่ากับ 2 คูณ 10 เท่ากับ 20

และเลข 6 อยู่ในหลักหน่วย มีค่าประจำหลักเป็น 1

เลข 6 จึงมีค่าเท่ากับ 6 คูณ 1 เท่ากับ 6 เหมือนเดิม เป็นต้น

ในที่นี้แม้เลข 3 โดด ๆ จะมีค่าน้อยกว่าเลข 4 แต่เมื่อนำมาเขียนในระบบฮินดู-อารบิกเช่นนี้แล้วเลข 3 ตัวนี้ก็กลับกลายเป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนที่มีค่ามากกว่าเลข 4 มากมายหลายเท่า การที่ตำแหน่งของตัวเลขมีผลต่อค่าของตัวเลขเช่นนี้ เราเรียกว่า ตัวเลขนี้อยู่ในระบบตำแหน่ง (positional system) สิ่งใดก็ตามที่อยู่ในระบบตำแหน่ง การเปลี่ยนตำแหน่งของสิ่งนั้นก็สามารถเปลี่ยนค่าของมันได้

ต่อไปเราจะกล่าวถึงตัวเลขในระบบตำแหน่งยุคก่อนที่นำสนใจพอสังเขป

4.1.2 ระบบตัวเลขบาบิโลน

ชาวบาบิโลเนีย (Babylonian) เป็นชนชาติเก่าแก่ที่สุดชาติหนึ่งในดินแดนเมโสโปเตเมีย (Mesopotamia) เมโสโปเตเมียเป็นคำกรีกโบราณ เกิดจากคำว่า meso ที่แปลว่า กลาง กับคำว่า potamia ที่แปลว่าน้ำ โดยรวมกันแล้วหมายถึง "บริเวณระหว่างแม่น้ำสำคัญสองสายได้แก่แม่น้ำไทกริสและยูเฟรทีส" ดินแดน

อันอุดมสมบูรณ์นี้เป็นที่ต้องการครอบครองของทุก ๆ ชนชาติ จึงมีการรบพุ่งกระทำสงครามเพื่อแย่งชิงความเป็นใหญ่เหนืออาณาเขตนี้อยู่เสมอ ชนชาติแรกที่สร้างอารยธรรมเมโสโปเตเมียขึ้นคือชาวสุเมเรียน อารยธรรมที่ชาวสุเมเรียนขึ้นเป็นพื้นฐานสำคัญของอารยธรรมเมโสโปเตเมีย สถาปัตยกรรม ตัวอักษร ศิลปกรรมอื่น ๆ ตลอดจนถึงคตินคติต่อชีวิตและเทพเจ้าของชาวสุเมเรียน ได้ดำรงอยู่และมีอิทธิพลอยู่ในลุ่มแม่น้ำทั้งสองตลอดช่วงสมัยโบราณ มีการประดิษฐ์อักษรลิ่ม (Cuneiform) ซึ่งเกิดจากการกดมุมของแท่งไม้ลงบนแผ่นดินเหนียวให้กลายเป็นตัวอักษรและตัวเลขใช้กันอย่างแพร่หลายในอารยธรรมเมโสโปเตเมีย ตัวเลขพื้นฐานของชาวบาบิโลนมีทั้งหมด 59 ตัวดังที่แสดงในรูปที่ 4.1.1

1		11		21		31		41		51	
2		12		22		32		42		52	
3		13		23		33		43		53	
4		14		24		34		44		54	
5		15		25		35		45		55	
6		16		26		36		46		56	
7		17		27		37		47		57	
8		18		28		38		48		58	
9		19		29		39		49		59	
10		20		30		40		50			

รูปที่ 4.1.1 ตัวเลขบาบิโลน

ที่มา : http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Babylonian_numerals.html

เพื่อความสะดวก จะเขียนแทนเลข 1 ของบาบิโลนด้วยสัญลักษณ์ V และแทนเลข 10 ด้วยสัญลักษณ์ < ดังแสดงในตารางที่ 4.1.1

ทั้งนี้ตัวเลขในแต่ละหลักจะมีค่าประจำหลักเรียงตามลำดับคือ

$$60 \times 60 \times 60 = 60^3$$

$$60 \times 60 = 60^2$$

$$60 = 60^1$$

$$1 = 60^0$$

เมื่อนำตัวเลขในแต่ละหลักไปคูณกับค่าประจำหลักนั้น ๆ แล้วนำผลคูณมาหาผลรวมจะได้เป็นค่าของเลขบาบิโลน ซึ่งในที่นี้เท่ากับ

$$\begin{aligned} & (57 \times 60^3) + (34 \times 60^2) + (51 \times 60^1) + (8 \times 60^0) \\ & = 12,312,000 + 122,400 + 3,060 + 8 \\ & = 12,437,468 \end{aligned}$$

©

ตัวเลขบาบิโลนถือว่าเป็นเลขในระบบตำแหน่ง เนื่องจากการสลับตำแหน่งของตัวเลขบาบิโลนจะทำให้ค่าของตัวเลขเปลี่ยนไปดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4.1.3

<<<<<VVVVVVV

<<<VVVV

VVVVVVV

<<<<<V

เป็นตัวเลขบาบิโลน 4 หลัก ซึ่งแปลงออกมาเป็นตัวเลขฮินดู-อารบิกได้เป็น

57

34

8

51

เช่นเดียวกัน ตัวเลขในแต่ละหลักจะมีค่าประจำหลักเรียงตามลำดับคือ

$$60 \times 60 \times 60 = 60^3$$

$$60 \times 60 = 60^2$$

$$60 = 60^1$$

$$1 = 60^0$$

เมื่อนำตัวเลขในแต่ละหลักไปคูณกับค่าประจำหลักนั้น ๆ แล้วนำผลคูณมาหาผลรวมจะได้เป็นค่าของเลขบาบิโลน ซึ่งในที่นี้เท่ากับ

$$\begin{aligned} & (57 \times 60^3) + (34 \times 60^2) + (8 \times 60^1) + (51 \times 60^0) \\ & = 12,312,000 + 122,400 + 480 + 51 \\ & = 12,434,931 \end{aligned}$$

©

4.1.3 ระบบตัวเลขมายัน

หลายพันปีก่อนที่ชาวยุโรปจะเดินทางมาถึงทวีปอเมริกา มีอารยธรรมที่เจริญรุ่งเรืองในดินแดนเมโสอเมริกา คือ อารยธรรมมายัน (Mayan civilization) อารยธรรมนี้กระจายอยู่ในบริเวณคาบสมุทรยูคาตัน ภาคใต้ของประเทศเม็กซิโก มีอาณาเขตลงไปครอบคลุมประเทศกัวเตมาลา ประเทศเบลีซ และประเทศฮอนดูรัสทั้งหมดในปัจจุบัน ชาวมายันมีความฉลาดปราดเปรื่องในศาสตร์หลายแขนง ได้แก่ ดาราศาสตร์ คณิตศาสตร์ เกษตรกรรม สถาปัตยกรรม การชลประทาน การทอผ้า การทำเครื่องปั้นดินเผา มีระบบปฏิทินและภาษาเขียนของตนเอง ชาวมายันมีการจำนวนนับที่ไม่เหมือนชนชาติใดในโลก โดยจะเริ่มนับจาก 0 เช่นลูกคนแรกคือคนที่ 0 คนถัดไปเป็นคนที่ 1 2 และ 3 อย่างนี้เป็นต้น ระบบปฏิทินมายัน เริ่มจาก 20 kin(วัน) = 1 uinal (เดือน)

18 uindl	= 1 tun (ปี)	= 360 วัน
20 tun	= 1 catun	= 7,200 วัน
20 catun	= 1 baktun	=144,000 วัน
20 baktun	= 1 pictun	=2,880,000 วัน
20 pictun	= 1 calabtun	=57,600,000 วัน
20 calabtun	= 1 kinchiltun	=1,152,000,000 วัน
20 kinchiltun	= 1 alautun	=23,040,000,000 วัน

โดยมีวันแรกของเดือนคือวันที่ 0 และวันสุดท้ายของเดือนคือวันที่ 19 ทำนองเดียวกัน เนื่องจากหนึ่งปีมี 18 เดือน จึงเรียกเดือนแรกของปี (tun) ว่าเดือนที่ 0 และเรียกเดือนสุดท้ายของปีว่าเดือนที่ 17 นอกจากนี้เรียกปีแรกของ catun ว่า ปีที่ 0 จนกระทั่งถึงปีสุดท้ายใน catun นั้นๆว่า ปีที่ 19 และเป็นเช่นนี้เรื่อย ๆ ในหน่วยปฏิทินที่ใหญ่ขึ้นไป เราจะสังเกตได้ว่า ช่วงระยะเวลา catun กินเวลาไป 7,200 วัน นับได้ประมาณ 19-20 ปีตามจริง และช่วงระยะเวลา 1 baktun กินเวลาไป 144,000 วัน ซึ่งเท่ากับ 394-395 ปี เป็นเวลาที่ยาวนานพอสมควรแต่ก็ไม่ได้สั้นเกินไปเช่น 1 catun ดังนั้นชาวมายันจึงกำหนดเวลาให้ 1 baktun เป็นหนึ่งรอบปฏิทิน ในการเขียนวันที่แบบมายันนั้นจะเขียนเป็น 5 หลัก คือ

pp.qq.rr.ss.tt

โดยที่ หลักแรกนับจากขวามือแสดงวันที่ในแต่ละเดือน	กำหนดโดยตัวเลข 0-19
หลักที่ 2 แสดงเดือนที่ในแต่ละ tun	กำหนดโดยตัวเลข 0-17
หลักที่ 3 แสดงลำดับของ tun ในแต่ละ catun	กำหนดโดยตัวเลข 0-19
หลักที่ 4 แสดงลำดับของ catun ในแต่ละ baktun	กำหนดโดยตัวเลข 0-19
และหลักที่ 5 แสดงลำดับของ baktun ในแต่ละ pictun	กำหนดโดยตัวเลข 0-19 เช่นกัน

อย่างไรก็ตาม นับแต่เมื่อสถาปนาอาณาจักรมายันขึ้นเมื่อ 3,116 ปีก่อนคริสต์ศักราช จะได้ว่า

รอบปฏิทินที่ 1

ปฏิทินมายัน 0.0.0.0.0 ถึง 0.19.19.17.19

อยู่ในช่วง 3,116-2,734 ปีก่อนคริสต์ศักราช ถือเป็นจุดเริ่มต้นอาณาจักรมายัน

รอบปฏิทินที่ 2

ปฏิทินมายัน 1.0.0.0.0 ถึง 1.19.19.17.19

อยู่ในช่วง 2,734-2,339 ปีก่อนคริสต์ศักราช ตรงกับช่วงราชอาณาจักรฮิปปต์เก่า (ยุคปิระมิด)

รอบปฏิทินที่ 3

ปฏิทินมายนัน 2.0.0.0.0 ถึง 2.19.19.17.19

อยู่ในช่วง 2,339–1,944 ปีก่อนคริสต์ศักราช ตรงกับช่วงราชอาณาจักรอียิปต์ยุคกลาง (ยุคสำริด)

รอบปฏิทินที่ 4

ปฏิทินมายนัน 3.0.0.0.0 ถึง 3.19.19.17.19

อยู่ในช่วง 1,944–1,550 ปีก่อนคริสต์ศักราช ตรงกับราชอาณาจักรอียิปต์ใหม่ (ยุคสุเมเรียนถึงบาบิโลน)

รอบปฏิทินที่ 5

ปฏิทินมายนัน 4.0.0.0.0 ถึง 4.19.19.17.19

อยู่ในช่วง 1,550–1,155 ปีก่อนคริสต์ศักราช เป็นยุคอารยธรรมบ้านเชียง

รอบปฏิทินที่ 6

ปฏิทินมายนัน 5.0.0.0.0 ถึง 5.19.19.17.19

อยู่ในช่วง 1,155–761 ปีก่อนคริสต์ศักราช เป็นจุดเริ่มต้นของยุคเหล็ก (iron age)

รอบปฏิทินที่ 7

ปฏิทินมายนัน 6.0.0.0.0 ถึง 6.19.19.17.19

อยู่ในช่วง 761–366 ปีก่อนคริสต์ศักราช เป็นช่วงเวลาใกล้เคียงกับยุคพุทธกาล

รอบปฏิทินที่ 8

ปฏิทินมายนัน 7.0.0.0.0 ถึง 7.19.19.17.19

อยู่ในช่วง 366 ปีก่อนคริสต์ศักราช–ค.ศ.28 เป็นช่วงเวลาใกล้เคียงกับยุคคริสตกาล

รอบปฏิทินที่ 9

ปฏิทินมายนัน 8.0.0.0.0 ถึง 8.19.19.17.19

อยู่ในช่วง ค.ศ.28–ค.ศ.422 เป็นช่วงเดียวกับอาณาจักรพูนัน

รอบปฏิทินที่ 10

ปฏิทินมายนัน 9.0.0.0.0 ถึง 9.19.19.17.19

อยู่ในช่วง ค.ศ.422–ค.ศ.817 เป็นช่วงเดียวกับอาณาจักรทวารวดี

รอบปฏิทินที่ 11

ปฏิทินมายัน 10.0.0.0.0 ถึง 10.19.19.17.19 อยู่ในช่วง ค.ศ.817-ค.ศ.1211 เป็นช่วงเดียวกับอาณาจักร
ทริกัญไชยต่อถึงล้านนา

รอบปฏิทินที่ 12

ปฏิทินมายัน 11.0.0.0.0 ถึง 11.19.19.17.19

อยู่ในช่วง ค.ศ.1211-ค.ศ.1606 เป็นช่วงพอซุนศรีอินทราทิตย์ถึงปลายรัชกาลสมเด็จพระเอกาทศรถ

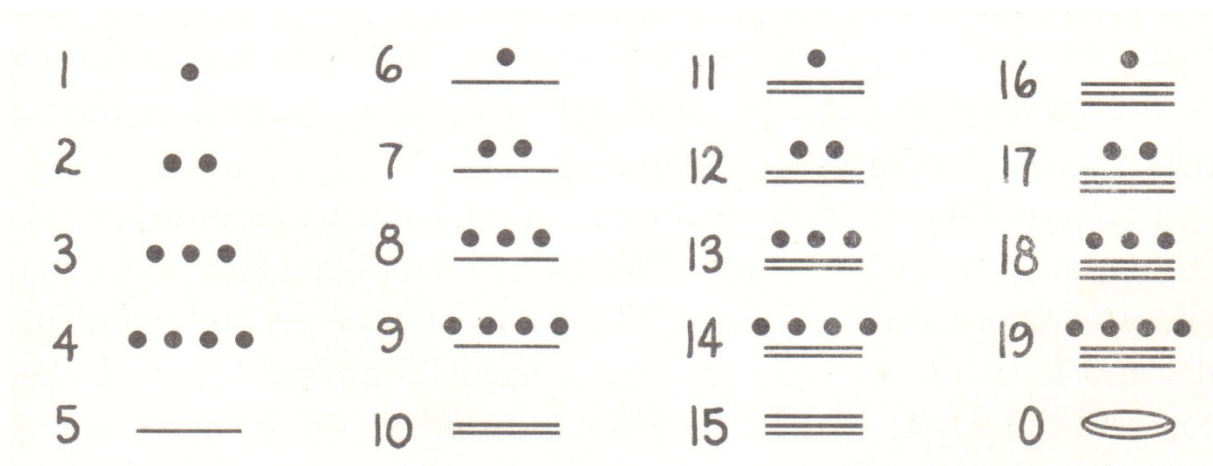
รอบปฏิทินที่ 13

ปฏิทินมายัน 12.0.0.0.0 ถึง 12.19.19.17.19

อยู่ในช่วง ค.ศ.1606-ค.ศ.2012 เป็นช่วงปลายรัชกาลสมเด็จพระเอกาทศรถจนถึงปี 2012

จะเห็นว่า ณ เวลาปัจจุบัน ถือว่าเป็นช่วงต้นของ baktun ที่ 14 ของปฏิทินมายัน ทั้งนี้นับเวลา
ตั้งแต่อาณาจักรมายันเริ่มต้นจนถึงบัดนี้ยังไม่ครบเวลา 1 pictun ตามที่ได้กำหนดไว้แต่อย่างใด เหตุที่
กล่าวถึงระบบปฏิทินมายันเสียยืดยาวเนื่องจากมีความเกี่ยวข้องกับระบบตัวเลขมายัน ดังที่จะกล่าวถึง
ต่อไป

ตัวเลขพื้นฐานของชาวมายันมีทั้งหมด 20 ตัว เท่ากับจำนวนวันใน 1 เดือน และนอกจากนี้ยัง
สมมูลกันด้วยเนื่องจากเริ่มจากเลข 0 จนถึงเลข 19 ดังแสดงในรูปที่ 4.1.2



รูปที่ 4.1.2 ตัวเลขมายัน
ที่มา : Howard (1969, p15)

ตัวเลขของมายัน โดยทั่วไปเขียนเป็นหลัก ๆ ในแนวตั้ง แต่ก็มีเขียนในแนวนอนบ้าง แต่ละหลัก
เว้นระยะห่างออกจากกัน ค่าของตัวเลขมายันจะหาได้ตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4.1.4



เป็นตัวเลขมายัน 5 หลัก ซึ่งแปลออกมาเป็นตัวเลขฮินดู-อารบิกได้เป็น

12 10 13 11 3 จากบนลงล่าง

ทั้งนี้ตัวเลขในแต่ละหลักจะมีค่าประจำหลักเรียงตามลำดับคือ

$18 \times 20 \times 20 \times 20 = 18 \times 20^3 = 144,000$ เท่ากับจำนวนวันใน 1 baktun

$18 \times 20 \times 20 = 18 \times 20^2 = 7,200$ เท่ากับจำนวนวันใน 1 catun

$18 \times 20 = 18 \times 20^1 = 360$ เท่ากับจำนวนวันใน 1 tun

$20 = 20^1$ เท่ากับจำนวนวันใน 1 เดือน

และ $1 = 20^0$ คือ 1 วันตามลำดับ

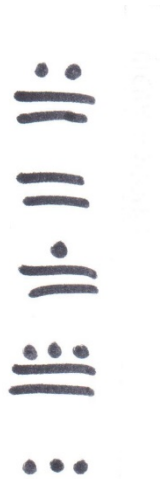
เมื่อนำตัวเลขในแต่ละหลักไปคูณกับค่าประจำหลักนั้น ๆ แล้วนำผลคูณมาหาผลรวมจะได้เป็นค่าของเลขมายัน ซึ่งในที่นี้เท่ากับ

$$\begin{aligned} & (12 \times 144,000) + (10 \times 7,200) + (13 \times 360) + (11 \times 20) + 3 \\ & = 1,728,000 + 72,000 + 4,680 + 220 + 3 \\ & = 1,804,903 \end{aligned}$$

© 2011

ตัวเลขมายันก็ถือว่าเป็นเลขในระบบตำแหน่ง เนื่องจากการสลับตำแหน่งของตัวเลขมายันจะทำให้ค่าของตัวเลขเปลี่ยนไปดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4.1.5



เป็นตัวเลขมายัน 5 หลัก ซึ่งแปลงออกมาเป็นตัวเลขฮินดู-อารบิกได้เป็น

12 10 11 13 3 จากบนลงล่าง

เมื่อนำตัวเลขในแต่ละหลักไปคูณกับค่าประจำหลักนั้น ๆ แล้วนำผลคูณมาหาผลรวมจะได้เป็นค่าของเลขมายัน ซึ่งในที่นี้เท่ากับ

$$\begin{aligned} & (12 \times 144,000) + (10 \times 7,200) + (11 \times 360) + (13 \times 20) + 3 \\ & = 1,728,000 + 72,000 + 3,960 + 260 + 3 \\ & = 1,804,223 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัด 4.1

1. จงหาค่าของเลขบาบิโลนต่อไปนี้

- 1.1 <<<VVV <<VVV <<<VVVVVV <<<<VVVVVV
- 1.2 <V VVVV <<<VVVVVV <VVVVV
- 1.3 << VVVVV <<<<V <<<VVVV VVV
- 1.4 VVV VVVVV <VVVV <<<<<V <<VVV <<<<VV
- 1.5 <<<VVV <<<VVV <VVVVVV <<<<VVVVV <<<<<VVV

2. จงหาค่าของเลขมายันต่อไปนี้

2.1	2.2	2.3	2.4	2.5

4.2 ฐานเลข

(Number Bases)

ระบบฐานเลข เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงถึงการเขียนแทนจำนวนต่าง ๆ ด้วยระบบเลขซึ่งแต่ละระบบมีจำนวนตัวเลขที่ใช้เหมือนกับชื่อของระบบฐานเลขนั้น เช่น เลขฐานสอง เลขฐานสาม เลขฐานแปด เลขฐานสิบ เลขฐานสิบหก

เลขฐานสอง เป็นเลขฐานที่ประกอบด้วยตัวเลข 2 ตัว คือ 0 และ 1 ซึ่งเลข 0 กับ 1 เป็นเลขที่นิยมใช้กับคอมพิวเตอร์ในการประมวลผลการทำงาน การเก็บข้อมูล หรือโปรแกรมที่เกี่ยวข้องกับสถานะทางไฟฟ้า

เลขฐานสาม หมายถึง ระบบเลขที่มีสัญลักษณ์เพียงสามตัวคือ 0, 1 และ 2 บางครั้งอาจหมายถึงการที่มีโอกาสจะเลือกได้เพียง 3 ทาง เช่นการเลือกเปิดเข้า เปิดออก หรือ ไม่เปิดอย่างใดอย่างหนึ่ง

เลขฐานสี่ หมายถึง ระบบเลขที่มีสัญลักษณ์สี่ตัวคือ 0, 1, 2 และ 3 โดยอาศัยแนวคิดนี้เราจึงสามารถนิยามระบบเลขฐานจำนวนเต็มบวกค่าไม่ต่ำกว่า 2 ค่าใด ๆ ก็ได้นอกจากนี้เช่น เลขฐานแปด เป็นระบบเลขที่ประกอบด้วยเลข 8 ตัวคือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 รวมแปดตัว

เลขฐานสิบ เป็นเลขฐานที่ประกอบด้วยเลข 10 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ซึ่งเลขฐาน 10 เป็นระบบเลขที่มนุษย์ทั่วไปสามารถเข้าใจได้ง่ายมากที่สุด เพราะว่าเป็นตัวเลขที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

เลขฐานสิบหก เป็นเลขฐานที่ประกอบด้วยเลข 10 ตัวและตัวอักษร 6 ตัว คือตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, และตัวอักษร A แทน 10, B แทน 11, C แทน 12, D แทน 13, E แทน 14, F แทน 15 ซึ่งรวมกันแล้วได้ 16 ตัว

ตัวอย่าง 4.2.1 การเขียนเลขต่าง ๆ จะเขียนตัวเลขที่เป็นสมาชิกในฐานนั้นแล้วเขียนฐานกำกับไว้เช่น

12034_8 เป็นเลขฐานแปด

12034_{16} เป็นเลขฐานสิบหก

12034_3 ไม่เป็นเลขฐานสาม เนื่องจากเลขฐานสาม มีสัญลักษณ์เพียงสามตัวคือ 0, 1 และ 2

กรณีที่ไม่เขียนตัวเลขระบบฐานกำกับไว้ จะถือว่าเป็นเลขฐานสิบ เช่น $12034 = 12034_{10}$

©

4.2.1 การหาค่าของเลขฐานต่าง ๆ

พิจารณาการกระจายเลขจากตัวอย่าง 4.1.1

$$\begin{aligned} 34,526 &= (3 \times 10,000) + (4 \times 1,000) + (5 \times 100) + (2 \times 10) + (6 \times 1) \\ &= (3 \times 10^4) + (4 \times 10^3) + (5 \times 10^2) + (2 \times 10^1) + (6 \times 10^0) \end{aligned}$$

เนื่องจากค่าประจำหลักของเลขในแต่ละตำแหน่งอยู่ในรูป 10^n เมื่อ $n = 0, 1, 2, \dots$ และเราเรียกเลขนี้ว่า เลขฐานสิบ โดยอาศัยหลักการเดียวกันนี้ จึงนำไปขยายเพื่อหาค่าของเลขฐานต่าง ๆ ได้

ตัวอย่าง 4.2.2 จงหาค่าของ 12034_8

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 12034_8 &= (1 \times 8^4) + (2 \times 8^3) + (0 \times 8^2) + (3 \times 8^1) + (4 \times 8^0) \\ &= 4,096 + 1,024 + 0 + 24 + 4 \\ &= 5,148 \end{aligned}$$

©mm

ตัวอย่าง 4.2.3 จงหาค่าของ 12034_{16}

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 12034_{16} &= (1 \times 16^4) + (2 \times 16^3) + (0 \times 16^2) + (3 \times 16^1) + (4 \times 16^0) \\ &= 65,536 + 8,192 + 0 + 48 + 4 \\ &= 73,780 \end{aligned}$$

©mm

ตัวอย่าง 4.2.3 จงหาค่าของ $AE2C_{16}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} AE2C_{16} &= (A \times 16^3) + (E \times 16^2) + (2 \times 16^1) + (C \times 16^0) \\ &= (10 \times 16^3) + (14 \times 16^2) + (2 \times 16^1) + (12 \times 16^0) \\ &= 40,960 + 3,584 + 32 + 12 \\ &= 44,588 \end{aligned}$$

©mm

4.2.2 การเขียนเลขฐานสิบให้เป็นฐานอื่น

การเขียนเลขฐานสิบ ให้เป็นฐานอื่นนั้น จะขอยกตัวอย่างให้เห็นเป็นรูปธรรม เช่น ถ้ามีดอกบัวจำนวน 400 ดอก นำมามัดเป็นกำ กำละ 3 ดอก เมื่อครบ 3 กำก็ให้มัดเป็นกำใหญ่ขึ้นอีก 1 กำ เมื่อได้กำใหญ่ขนาดเดียวกันครบ 3 กำก็ให้มัดเป็นกำใหญ่ขึ้นไปอีก ผลลัพธ์ก็คือบางดอกไม่ได้มัดเป็นกำ บางกำก็มี 3 ดอก บางกำก็มี 9 ดอก กำใหญ่กว่านั้นก็มี 27 ดอก ใหญ่กว่านั้นก็ 81 ดอก และกำที่ใหญ่ที่สุดมี 243

ดอก คำถามก็คือจะมีดอกบัวเป็นเศษไม้ได้มัดจำนวนกี่ดอก ดอกบัวขนาดกำละ 3 ดอก 9 ดอก 27 ดอก 81 ดอกต่ออย่างละเท่าไร นี่คือการแปลงเลข 400 ฐานสิบ ให้เป็นเลขฐานสาม แนวคิดในการหาคำตอบก็คือ

- (1) เราหยิบดอกบัวออกมามัดเป็นกำที่ละ 3 ดอก ได้ทั้งหมด 133 กำ เรียกว่า “กำสาม” ซึ่งใช้ดอกบัวไป 399 ดอก เหลือเศษ 1 ดอก
 - (2) เรานำดอกบัวกำสามมาที่ละ 3 กำ มัดรวมกันให้ได้กำละ 9 ดอก ได้ทั้งหมด 44 เรียกว่า “กำเก้า” ในการนี้ ใช้กำสามไป 132 กำ เหลือกำสาม 1 กำ
 - (3) เรานำดอกบัวกำเก้าซึ่งมี 44 กำ มาที่ละ 3 กำ มัดรวมกันให้ได้กำใหญ่ขึ้น เรียกว่า “กำยี่สิบเจ็ด” ได้ทั้งหมด 14 กำยี่สิบเจ็ด ใช้กำเก้าไป 42 กำ เหลือกำเก้า 2 กำ
 - (4) เรานำดอกบัวกำยี่สิบเจ็ดซึ่งมี 14 กำ มาที่ละ 3 กำ มัดรวมกันให้ได้กำใหญ่ขึ้น เรียกว่า “กำแปดสิบเอ็ด” ได้ทั้งหมด 4 กำแปดสิบเอ็ด ใช้กำยี่สิบเจ็ดไป 12 กำ เหลือกำยี่สิบเจ็ดจำนวน 2 กำ
 - (4) เรานำดอกบัวกำแปดสิบเอ็ดซึ่งมี 4 กำ มาที่ละ 3 กำ มัดรวมกันให้ได้กำใหญ่ขึ้น เรียกว่า “กำสองร้อยสี่สิบสาม” ได้กำเดียว ใช้กำแปดสิบเอ็ดไป 3 กำ เหลือกำแปดสิบเอ็ดจำนวน 1 กำ
- สุดท้ายผลลัพธ์ตามนี้คือ

กำสองร้อยสี่สิบสาม	1 กำ
กำแปดสิบเอ็ด	1 กำ
กำยี่สิบเจ็ด	2 กำ
กำเก้า	2 กำ
กำสาม	1 กำ
เศษที่ไม่ได้กำ	1 ดอก

ในกระบวนการคัดออกที่ละเท่า ๆ กันนั้นคือการหาร ได้ผลลัพธ์และเศษเหลือจากการหาร กรรมวิธีนี้นำมาใช้เปลี่ยนฐานเลขให้เป็นฐานสาม ก็คือการหาร 400 ด้วย 3 แล้วเก็บเศษมาเขียนเป็นเลขฐานที่ต้องการ เป็น 1 1 2 2 1 1

ตัวอย่าง 4.2.4 จงแปลง 400 ให้เป็นเลขฐานสาม

วิธีทำ	3)400	
	3)133	เศษ 1
	3)44	เศษ 1
	3)14	เศษ 2
	3)4	เศษ 2
	1	เศษ 1

เมื่อนำผลจากการหารตั้งแต่ข้างล่างสุดย้อนไปข้างบนจึงได้ว่า $400 = 112211_3$

ทำนองเดียวกัน เราสามารถใช้วิธีเดียวกันนี้แปลงเลขฐานสิบให้เป็นฐาน b โดยการหารเลขฐานสิบนั้นด้วย b ตามตัวอย่าง 4.2.4 ได้เช่นกัน

ตัวอย่าง 4.2.5 จงแปลง 40,000 ให้เป็นเลขฐานสิบหก

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 16) \underline{40,000} \\
 16) \underline{2,500} \quad \text{เศษ 0} \\
 16) \underline{156} \quad \text{เศษ 4} \\
 9 \quad \text{เศษ 12} \quad \text{ซึ่งแทนด้วย C ในระบบเลขฐาน 16}
 \end{array}$$

เมื่อนำผลจากการหารตั้งแต่ข้างล่างสุดย้อนไปข้างบนจึงได้ว่า $40,000 = 9C40_{16}$

๓๗๗

ตัวอย่าง 4.2.6 จงแปลง 2,521 ให้เป็นเลขฐานสอง

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 2) \underline{2,521} \\
 2) \underline{1,260} \quad \text{เศษ 1} \\
 2) \underline{630} \quad \text{เศษ 0} \\
 2) \underline{315} \quad \text{เศษ 0} \\
 2) \underline{157} \quad \text{เศษ 1} \\
 2) \underline{78} \quad \text{เศษ 1} \\
 2) \underline{39} \quad \text{เศษ 0} \\
 2) \underline{19} \quad \text{เศษ 1} \\
 2) \underline{9} \quad \text{เศษ 1} \\
 2) \underline{4} \quad \text{เศษ 1} \\
 2) \underline{2} \quad \text{เศษ 0} \\
 1 \quad \text{เศษ 0}
 \end{array}$$

เมื่อนำผลจากการหารตั้งแต่ข้างล่างสุดย้อนไปข้างบนจึงได้ว่า $2,521 = 100\ 111\ 011\ 001_2$

๓๗๗

4.2.3 การแปลงเลขฐาน a ให้เป็นเลขฐาน b

ในหัวข้อที่ผ่านมาได้กล่าวถึงการแปลงเลขฐานสิบ ให้เป็นฐานอื่น ๆ และการแปลงเลขฐานอื่น ๆ ให้เป็นเลขฐานสิบ มาแล้ว ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการแปลงเลขฐานซึ่งไม่เป็นฐานสิบ ให้เป็นอีกฐานหนึ่งที่ต่างกัน

ในการแปลงเลขฐานหนึ่งไปยังอีกฐานหนึ่งอาจมีวิธีเฉพาะเจาะจง เช่น การแปลงเลขฐานสอง ให้เป็นฐานสี่หรือฐานแปด หรือ ฐานสิบหก ซึ่งไม่ได้ยุ่งยากและซับซ้อน ดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4.2.6 การแปลงค่าเลขฐานสองให้เป็นเลขฐานสี่ สามารถคำนวณได้จากการแบ่งกลุ่มเลขฐานสองออกเป็นกลุ่ม ๆ กลุ่มละ 2 หลักจากด้านขวามาด้านซ้าย แล้วหาค่าปกติของเลขแต่ละกลุ่ม (แปลงเลขฐานสองแต่ละกลุ่มให้เป็นเลขฐานสิบ) จากนั้นจึงนำตัวเลข

ที่ได้มาเรียงต่อ เช่น ต้องการเปลี่ยน 11011001110_2 ให้เป็นเลขฐานสี่

ทำการแบ่งกลุ่ม 11011001110

ออกเป็น

1 10 11 00 11 10

ซึ่งเลขฐานสองในแต่ละกลุ่มจะมีค่าในฐานสิบเรียงตามลำดับเป็น

1 2 3 0 3 2

จึงได้ว่า $11011001110_2 = 123032_4$

ซึ่งสามารถตรวจสอบได้ว่าผลลัพธ์นั้นเป็นจริง

©

ตัวอย่าง 4.2.7 การแปลงค่าเลขฐานสองให้เป็นเลขฐานแปด สามารถคำนวณได้จากการแบ่งกลุ่มเลขฐานสองออกเป็นกลุ่ม ๆ กลุ่มละ 3 หลักจากด้านขวามาด้านซ้าย แล้วหาค่าปกติของเลขแต่ละกลุ่ม (แปลงเลขฐานสองแต่ละกลุ่มให้เป็นเลขฐานสิบ) จากนั้นจึงนำตัวเลข

ที่ได้มาเรียงต่อ เช่น ต้องการเปลี่ยน 11011001110_2 ให้เป็นเลขฐานแปด

ทำการแบ่งกลุ่ม 11011001110

ออกเป็น

11 011 001 110

ซึ่งเลขฐานสองในแต่ละกลุ่มจะมีค่าในฐานสิบเรียงตามลำดับเป็น

3 3 1 6

จึงได้ว่า $11011001110_2 = 3316_8$

ซึ่งสามารถตรวจสอบได้ว่าผลลัพธ์นั้นเป็นจริง

©

ตัวอย่าง 4.2.8 การแปลงค่าเลขฐานสองให้เป็นเลขฐานสิบหก สามารถคำนวณได้จากการแบ่งกลุ่มเลขฐานสองออกเป็นกลุ่ม ๆ กลุ่มละ 4 หลักจากด้านขวามาด้านซ้าย แล้วหาค่าปกติของเลขแต่ละกลุ่ม (แปลงเลขฐานสองแต่ละกลุ่มให้เป็นเลขฐานสิบ) จากนั้นจึงนำตัวเลข

ที่ได้มาเรียงต่อ เช่น ต้องการเปลี่ยน 11011001110_2 ให้เป็นเลขฐานสิบหก

ทำการแบ่งกลุ่ม 11011001110

ออกเป็น

$110 \ 1100 \ 1110$

ซึ่งเลขฐานสองในแต่ละกลุ่มจะมีค่าในฐานสิบเรียงตามลำดับเป็น

$6 \ 12 \ 14$ หรือ $6 \ C \ E$ ในสัญลักษณ์ของเลขฐานสิบหก

จึงได้ว่า

$$11011001110_2 = 6CE_{16}$$

ซึ่งสามารถตรวจสอบได้ว่าผลลัพธ์นั้นเป็นจริง

©

จากตัวอย่างที่แสดงให้ดู แท้ที่จริงเป็นการเปลี่ยนเลขฐานหนึ่งไปยังอีกฐานหนึ่งโดยการแปลงผ่านเลขฐานสิบ ดังนั้นจึงไม่มีความจำเป็นในการจดจำวิธีแปลงเลขฐานแบบเฉพาะเจาะจงเหล่านี้แต่อย่างใด หากผู้เรียนทราบวิธีหาค่าเลขฐานเหล่านั้นในระบบฐานสิบและทราบวิธีแปลงเลขฐานสิบให้เป็นฐานที่ต้องการได้ก็สามารถแปลงเลขฐานต่าง ๆ ให้เป็นฐานใด ๆ ก็ได้ อุปมาเหมือนกับการเดินทางไปต่างประเทศที่ไม่จำเป็นต้องแลกเงินตราในทุกสกุลเงินที่ทำอาภาศยานสุวรรณภูมิ เพียงแต่เรามีเงินบาทไปแลกเงินสกุลหลัก เช่น เงินเหรียญสหรัฐอเมริกา เงินยูโร เช่นนี้ ย่อมสามารถแลกเป็นเงินสกุลใดก็ได้เมื่อเดินทางไปถึงท่าอากาศยานของประเทศที่เป็นจุดหมาย เงินสกุลหลักที่วาก็เปรียบได้กับเลขในระบบฐานสิบนั่นเอง

ตัวอย่าง 4.2.9 จงแปลง 210020_3 ให้เป็นเลขฐานห้า

วิธีทำ

ขั้นตอนแรก เราเปลี่ยน 210020_3 ให้เป็นเลขฐานสิบ จะได้ว่า

$$210020_3 = (2 \times 3^5) + (1 \times 3^4) + (2 \times 3^1) = 486 + 81 + 6 = 573$$

ขั้นตอนที่ 2 เราเปลี่ยน 573 ให้เป็นเลขฐานห้า ในที่นี้ สามารถแสดงได้ว่า

$$573 = 4243_5$$

นั่นคือ

$$210020_3 = 4243_5$$

©

แบบฝึกหัด 4.2

1. จงหาค่าของเลขฐานต่อไปนี้
 - 1.1 10110100111_2
 - 1.2 133202_4
 - 1.3 120124_5
 - 1.4 5612_8
 - 1.5 $13A2F_{16}$
2. จงแปลงเลขฐานสิบให้เป็นเลขฐานอื่นที่ระบุ
 - 2.1 แปลง 12589 ให้เป็นฐานสอง
 - 2.2 แปลง 236987 ให้เป็นฐานห้า
 - 2.3 แปลง 6748950 ให้เป็นฐานหก
 - 2.4 แปลง 21547 ให้เป็นฐานแปด
 - 2.5 แปลง 212458652 ให้เป็นฐานสิบหก
3. จงแปลงเลขฐานต่อไปนี้ให้เป็นฐานที่ระบุโดยวิธีใดก็ได้
 - 3.1 10111100100111_2 ให้เป็นฐานสี่
 - 3.2 10100100111_2 ให้เป็นฐานแปด
 - 3.3 1011110101001011_2 ให้เป็นฐานสิบหก
 - 3.4 24032_7 ให้เป็นฐานห้า
 - 3.5 24032_5 ให้เป็นฐานสาม

4.3 การคำนวณระบบตำแหน่ง

(Computation in Positional Systems)

การคำนวณ คือการกระทำโดยใช้ตัวกระทำที่นิยามมาอย่างรัดกุมภายใต้ข้อตกลงในระบบหนึ่ง ๆ ดังนั้น การคำนวณในระบบตำแหน่งย่อมหมายถึงการกระทำเพื่อให้ได้มาซึ่งตัวเลขตัวใหม่โดยใช้ตัวเลขเดิมที่มีอยู่แล้วภายใต้ระบบตำแหน่งนั้น ๆ ตัวกระทำในระบบตำแหน่งที่จะกล่าวถึงในที่นี้เริ่มต้นมาจากการบวกปกติ จากนั้นเราจึงนิยามการลบโดยให้การลบเป็นการบวกเพิ่มด้วยจำนวนตรงข้าม (ตัวผกผันสำหรับการบวก) ของจำนวนที่จะนำมาลบนั้น ๆ กล่าวคือ

$$x - y = x + (-y) \text{ ซึ่งในที่นี้ } -y \text{ หมายถึงจำนวนตรงข้ามของ } y$$

จากนั้นเรานิยามการคูณ โดยให้การคูณเป็นการบวกจำนวนจำนวนหนึ่งด้วยตัวมันเองไปเป็นจำนวนครั้งที่แน่นอน เช่น

$$5 \times 3 = 5 + 5 + 5 = 15$$

หรือ

$$\begin{aligned} 5 \times 3\frac{1}{2} &= 5 + 5 + 5 + \text{ครึ่งหนึ่งของ } 5 \\ &= 5 + 5 + 5 + 2\frac{1}{2} \\ &= 17\frac{1}{2} \end{aligned}$$

ในทางกลับกัน

$$3 \times 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$$

ตรงนี้เป็นนิยามการคูณที่เป็นที่ถกเถียงกันอย่างดุเดือดเผด็จกษัตริย์จากคนที่ไม่เข้าใจในระเบียบวิธีทางคณิตศาสตร์ในโลกอินเทอร์เน็ตอยู่ช่วงหนึ่ง

ต่อจากนี้เราจึงนิยามการหาร โดยกำหนดว่าการหาร a ด้วย b คือการเอา a เป็นที่ตั้งแล้วหักค่า a ออกครั้งละ b ($a - b - b - b - b \dots$) ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งไม่เหลืออะไรเลย หรือเหลือน้อยจนหักต่อไปไม่ได้แล้ว เรียกจำนวนครั้งที่ทำการหักออกว่า ผลหาร เรียกสิ่งที่เหลือจากการหักออกซึ่งหักต่อไปไม่ได้แล้วว่าเศษเหลือจากการหาร ถ้าหักได้หมดพอดีก็เรียกว่าหารลงตัว เรียก a ว่าตัวตั้งและเรียก b ว่าตัวหาร เช่น

ในการหาร 10 ด้วย 2 เราจะได้ว่า $10 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 = 0$ จะเห็นว่าการหักออกจำนวน 5 ครั้งจนหมดพอดี จึงสรุปว่า ในการหาร 10 ด้วย 2 ได้ผลลัพธ์เป็น 5 และเป็นการหารลงตัว การนิยามการหารเช่นนี้เราสามารถกล่าวได้ว่า ในการหารแต่ละครั้ง ถ้าตัวตั้งไม่เป็นศูนย์แล้วตัวหารจะเป็นศูนย์ไม่ได้เนื่องจาก $a - 0 - 0 - 0 - 0 - 0$ จะไม่มีวันหมดไป จึงไม่มีการหารด้วยศูนย์ ในทางตรงข้าม ถ้าตัวตั้งเป็นศูนย์และตัวหารก็เป็นศูนย์ การหารนั้นอาจบังเกิดผลก็ได้ หรือเราอาจให้มันเป็นอะไรก็ได้ตามใจ เช่นที่เราเรียกว่ารูปแบบยังไม่กำหนด (indeterminate form) นั่นเอง ถ้าเราเข้าใจการหารว่าเป็น

อะไรเช่นนี้ จะทำให้เราสามารถหาผลหารได้อย่างง่ายและเข้าใจเองแท้โดยไม่ต้องท่องจำหลักหรือกฎเกณฑ์ใด ๆ เช่น ต้องการหาร 0.8 ด้วย 0.2 เราสามารถพิจารณาได้ว่า

$$0.8 - 0.2 - 0.2 - 0.2 - 0.2 = 0$$

ต้องทำการลบออกทั้งหมด 4 ครั้ง จึงหมดไปพอดี ดังนั้น 0.8 ด้วย 0.2 จึงมีผลลัพธ์เป็น 4 เป็นต้น
ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการคำนวณในระบบตำแหน่งเฉพาะการบวก การลบ การคูณและการหารเท่านั้น

4.3.1 การบวกในระบบตำแหน่ง

เพื่อให้เห็นภาพที่เป็นรูปธรรม จะยกตัวอย่างการบวกเลขในระบบตำแหน่ง หรือการบวกเลขฐานเหมือนกับที่เคยยกตัวอย่างในเรื่องการมัดดอกบัวเป็นกำ ในฐานเจ็ดก็คือการมัดรวมให้ได้กำละเจ็ดดอก ถ้าได้กำละเจ็ดครบเจ็ดกำก็ให้มัดรวมเป็นกำใหญ่ต่อไปอีกเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ กรณีที่มีดอกบัว 2 กลุ่ม กลุ่มแรกมี 1 กำกับ 6 ดอก อีกกลุ่มมี 2 กำ กับ 4 ดอก เมื่อนำมารวมกันก็จะได้ 3 กำกับ 11 ดอก ซึ่งสามารถนำมามัดรวมได้เป็นอีกกำหนึ่ง กลายเป็นดอกบัวทั้งหมด 4 กำและเหลือดอกบัวที่ไม่ได้มัดอีก 3 ดอก ในที่นี้เราเทียบให้เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์คือ

$$16_7 + 24_7 = 43_7$$

พจน์แรกทางซ้ายมือของสมการแสดงถึงจำนวนดอกบัวกลุ่มแรก พจน์หลังแสดงจำนวนดอกบัวกลุ่มที่สอง และพจน์ทางขวาของสมการก็คือผลจากการรวมดอกบัวทั้งหมดเข้าด้วยกัน อันที่จริงการบวกนี้ถือเป็นการบวกปกติ เราทำการบวกตัวเลขในหลักที่ตรงกัน กล่าวคือ เมื่อนำ 6 มาบวกกับ 4 จะได้ผลลัพธ์เป็น 10 ซึ่งเท่ากับ 13_7 จึงเขียน 3 ไว้ในผลบวกแล้วนำ 1 ไปทดในหลักต่อไปและทำการบวกอีกครั้งหนึ่ง

$$\begin{array}{r} 1 \\ 16 \\ 24^+ \\ \hline 43 \end{array}$$

ตัวอย่าง 4.3.1 จงใช้แนวคิดดังที่อธิบาย หาผลบวก

$$143_5 + 344_5$$

วิธีทำ

ในหลักหน่วย $3+4=7=12_5$ ได้ผลลัพธ์เป็น 2 ทด 1

ในหลักสิบ $4+4=8$ รวมกับที่ทดอีก 1 เป็น $9=14_5$ ได้ผลลัพธ์เป็น 4 ทด 1

ในหลักร้อย $1+3=4$ รวมกับที่ทดอีก 1 เป็น $5=10_5$ ไม่มีการทดอีกต่อไป ดังนั้น

$$\begin{array}{r} 1\ 1 \\ 1\ 4\ 3 \\ 3\ 4\ 4^+ \\ \hline 1\ 0\ 4\ 2 \end{array}$$

จึงตอบว่า

$$143_5 + 344_5 = 1042_5$$

©

ตัวอย่าง 4.3.2 จงหาผลบวก

$$B5AF_{16} + 8FAC_{16}$$

วิธีทำ

ในหลักหน่วย $F+C=15+12=27=1B_{16}$ ได้ผลลัพธ์เป็น B ทด 1

ในหลักสิบ $A+A=10+10=20$ รวมกับที่ทดอีก 1 เป็น $21=15_{16}$ ได้ผลลัพธ์เป็น 5 ทด 1

ในหลักร้อย $5+F=5+15=20$ รวมกับที่ทดอีก 1 เป็น $21=16_{16}$ ได้ผลลัพธ์เป็น 6 ทด 1

ในหลักพัน $B+8=11+8=19$ รวมกับที่ทดอีก 1 เป็น $20=14_{16}$ ไม่มีการทดอีกต่อไป ดังนั้น

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ B\ 5\ A\ F \\ 8\ F\ A\ C^+ \\ \hline 1\ 4\ 6\ 5\ B \end{array}$$

จึงตอบว่า

$$B5AF_{16} + 8FAC_{16} = 1465B_{16}$$

©

4.3.2 การลบในระบบตำแหน่ง

เพื่อให้เห็นแนวคิดที่เป็นจริงและง่ายต่อการทำความเข้าใจวิธีการลบเลขในระบบตำแหน่ง จะกล่าวถึงการลบที่ตั้งมีค่ามากกว่าตัวลบเท่านั้น ในการลบก็จะทำการลบตัวเลขในหลักเดียวกับ ถ้าตัวตั้งมีค่าน้อยกว่าก็ต้องมีการยืมค่าของจำนวนมาจากหลักข้างหน้าเช่นการลบเลขฐานสิบทั่วไป ดังแสดงในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4.3.3 จงหาผลลบ

$$7\ 4\ 3_8 - 3\ 2\ 4_8$$

วิธีทำ

ในหลักหน่วยลบ 4 ออกจาก 3 ไม่ได้ ต้องยืมหลักข้างหน้ามา 1 ซึ่งในเลขฐาน 8 เลข 1 ในหลักหน้ามีค่าเป็น 8 (เช่นการยืมดอกบัวกำละแปดมากำหนึ่ง มาแกะมัดดอก ได้ดอกบัวจำนวนทั้งสิ้น 8 ดอก) รวม

กับ 3 ที่มีอยู่กลายเป็น 11 จึงได้ว่า $11 - 4 = 7$ เขียนแสดงผลลัพธ์ไว้

ในหลักสิบ 4 ถูกยืมไป 1 เหลือ 3 $3 - 2 = 1$ เขียนแสดงผลลัพธ์ไว้

ในหลักร้อย 7 ไม่ได้ถูกยืมจึงคงค่าเดิม $7 - 3 = 4$ เขียนแสดงผลลัพธ์ไว้

ดังนั้น

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 3 \\ - 3\ 2\ 4 \\ \hline 4\ 1\ 7 \end{array}$$

จึงตอบว่า

$$7\ 4\ 3_8 - 3\ 2\ 4_8 = 4\ 1\ 7_8$$

©mm

ตัวอย่าง 4.3.4 จงหาผลลบ

$$B\ 5\ A\ F_{16} - 8\ F\ A\ C_{16}$$

วิธีทำ

ในหลักหน่วย $F - C = 15 - 12 = 3_{16}$ เขียนแสดงผลลัพธ์ไว้

ในหลักสิบ $A - A = 0$ เขียนแสดงผลลัพธ์ไว้

ในหลักร้อย $5 - F$ ไม่ได้ผล ต้องยืมจากหลักพันมา 1 ซึ่งมีค่าเท่ากับ 16 ในหลักร้อย 16 เมื่อนำมา

รวมกับ 5 เป็น 21 จึงได้ว่า $21 - F = 21 - 15 = 6_{16}$ เขียนแสดงผลลัพธ์ไว้

ในหลักพัน B ถูกยืมไป 1 เหลือ A จึงได้ว่า $A - 8 = 10 - 8 = 2_{16}$ เขียนแสดงผลลัพธ์ไว้

ดังนั้น

$$\begin{array}{r} B\ 5\ A\ F \\ - 8\ F\ A\ C \\ \hline 2\ 6\ 0\ 3 \end{array}$$

จึงตอบว่า

$$B\ 5\ A\ F_{16} - 8\ F\ A\ C_{16} = 2\ 6\ 0\ 3_{16}$$

©mm

4.3.3 การคูณในระบบตำแหน่ง

เมื่อเราคำนวณเคยกับการบวกแล้ว การคำนวณหาผลคูณของเลขในระบบตำแหน่งก็ไม่ใช่เรื่องยากอีกต่อไป อย่างไรก็ตาม จะเริ่มหาผลคูณของจำนวนในระบบตำแหน่งกับตัวคูณซึ่งมีหลักเดียวก่อน

ตัวอย่าง 4.3.5 จงหาผลคูณ

$$7\ 4\ 3_8 \times 5_8$$

วิธีทำ

จะเริ่มคูณเช่นเดียวกับการคูณเลขฐานสิบตามปกติ โดยการคูณหลักหน่วยกับตัวคูณก่อน

ในอันดับแรก จะได้ว่า $3 \times 5 = 15 = 1\ 7_8$ เขียนแสดงผลลัพธ์ 7 แล้วทด 1 ไว้เหนือหลักถัดไป

จากนั้นจึงคูณหลักสิบกับตัวคูณ จะได้ว่า $4 \times 5 = 20$ รวมกับ 1 ที่ทดไว้ กลายเป็น $21 = 2\ 5_8$ เขียนแสดงผลลัพธ์ 5 แล้วทด 2 ไว้เหนือหลักถัดไป

ในหลักจะได้ว่า $7 \times 5 = 35$ รวมกับ 2 ที่ทดไว้ กลายเป็น $37 = 4\ 5_8$ จึงเขียนแสดงผลลัพธ์ 4 5 โดยไม่ทดอีกเนื่องจากการคูณจบสิ้นแล้ว

ดังนั้น

$$\begin{array}{r} 2\ 1 \\ \hline 7\ 4\ 3 \\ \times 5 \\ \hline 4\ 5\ 5\ 7 \end{array}$$

จึงตอบว่า

$$7\ 4\ 3_8 \times 5_8 = 4\ 5\ 5\ 7_8$$

ทั้งนี้สามารถตรวจสอบได้ว่าผลคูณเป็นจริงเนื่องจาก

$$7\ 4\ 3_8 \times 5_8 = 483 \times 5 = 2415 = 4\ 5\ 5\ 7_8$$

©

ตัวอย่าง 4.3.6 จงหาผลคูณ

$$B\ 5\ A\ F_{16} \times C_{16}$$

วิธีทำ

ในหลักหน่วย $F \times C = 15 \times 12 = 180 = B\ 4_{16}$ เขียนแสดงผลลัพธ์ 4 ทด B ไว้เหนือหลักสิบ

ในหลักสิบ $A \times C = 10 \times 12 = 120$ รวมกับ B ที่ทดไว้ ได้ $120 + B = 120 + 11 = 131 = 8\ 3_{16}$

เขียนแสดงผลลัพธ์ 3 ทด 8 ไว้เหนือหลักร้อย

ในหลักร้อย $5 \times C = 5 \times 12 = 60$ รวมกับ 8 ที่ทดไว้ ได้ $60 + 8 = 68 = 4\ 4_{16}$ เขียนแสดงผลลัพธ์ 4 ทด 4 ไว้เหนือหลักพัน

ในหลักพัน $B \times C = 11 \times 12 = 132$ รวมกับ 4 ที่ทดไว้ ได้ $132 + 4 = 136 = 88_{16}$ เขียนแสดงผลลัพธ์ 8 8 ไว้โดยไม่ทดอีกเนื่องจากการคูณจบสิ้นแล้ว

ดังนั้น

$$\begin{array}{r} 4 \ 8 \ B \\ B \ 5 \ A \ F \\ \hline C \\ \hline 8 \ 8 \ 4 \ 3 \ 4 \end{array} \times$$

จึงตอบว่า

$$B \ 5 \ A \ F_{16} \times C_{16} = 8 \ 8 \ 4 \ 3 \ 4_{16}$$

ทั้งนี้สามารถตรวจสอบได้ว่าผลคูณเป็นจริงเนื่องจาก

$$B \ 5 \ A \ F_{16} \times C_{16} = 46511 \times 12 = 558132 = 8 \ 8 \ 4 \ 3 \ 4_{16}$$

๐๗๗

การคูณผลคูณของเลขฐานกับตัวคูณที่มีมากกว่าหนึ่งหลักก็ใช้วิธีเดียวกับการคูณเลขฐานสิบที่มีตัวคูณมากกว่าหนึ่งหลัก นั่นคือหาผลคูณของตัวตั้งกับแต่ละหลักของตัวคูณแล้วนำผลลัพธ์มาบวกกันในระบบตำแหน่งนั้น ๆ

ตัวอย่าง 4.3.7 จงหาผลคูณ

$$3 \ 4 \ 3_5 \times 42_5$$

วิธีทำ

(1) โดยการหาผลคูณ $3 \ 4 \ 3_5 \times 2_5$

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 3 \ 4 \ 3 \\ \hline 2 \\ \hline 1 \ 2 \ 4 \ 1 \end{array} \times$$

จะได้ว่า

$$3 \ 4 \ 3_5 \times 2_5 = 1 \ 2 \ 4 \ 1_5$$

(2) โดยการหาผลคูณ $3 \ 4 \ 3_5 \times 4_5$

$$\begin{array}{r} 3 \ 2 \\ 3 \ 4 \ 3 \\ \hline 4 \\ \hline 3 \ 0 \ 3 \ 2 \end{array} \times$$

จะได้ว่า

$$343_5 \times 4_5 = 3032_5$$

(3) จึงได้ว่า

$$\begin{array}{r} 343 \\ \times 42 \\ \hline 1241 \\ 3032+ \\ \hline 32111 \end{array}$$

จึงตอบว่า

$$343_5 \times 42_5 = 32111_5$$

ทั้งนี้สามารถตรวจสอบได้ว่าผลคูณเป็นจริงเนื่องจาก

$$343_5 \times 42_5 = 98 \times 22 = 2156 = 32111_5$$

©

ตัวอย่าง 4.3.8

จงหาผลคูณ

$$A24B_{16} \times E8D_{16}$$

วิธีทำ

(1) โดยการหาผลคูณ

$$\begin{array}{r} A24B \\ \times E8D \\ \hline 138 \\ A24B \\ \hline 83DC F \end{array}$$

จะได้ว่า

$$A24B_{16} \times E8D_{16} = 83DC F_{16}$$

(2) โดยการหาผลคูณ

$$\begin{array}{r} A24B \\ \times 8 \\ \hline 125 \\ A24B \\ \hline 51258 \end{array}$$

จะได้ว่า

$$A24B_{16} \times 8_{16} = 51258_{16}$$

(3) โดยการหาผลคูณ

$$\begin{array}{r}
 A \ 2 \ 4 \ B_{16} \times E_{16} \\
 \hline
 2 \ 4 \ 9 \\
 \hline
 A \ 2 \ 4 \ B \\
 E \times \\
 \hline
 8 \ E \ 0 \ 1 \ A
 \end{array}$$

จะได้ว่า

$$A \ 2 \ 4 \ B_{16} \times E_{16} = 8 \ E \ 0 \ 1 \ A_{16}$$

(4) จึงได้ว่า

$$\begin{array}{r}
 A \ 2 \ 4 \ B \\
 E \ 8 \ D \\
 \hline
 8 \ 3 \ D \ C \ F \\
 5 \ 1 \ 2 \ 5 \ 8 \ + \\
 \hline
 8 \ E \ 0 \ 1 \ A \\
 \hline
 9 \ 3 \ 9 \ 7 \ D \ 4 \ F
 \end{array}$$

จึงตอบว่า

$$A \ 2 \ 4 \ B_{16} \times E \ 8 \ D_{16} = 9 \ 3 \ 9 \ 7 \ D \ 4 \ F_{16}$$

ทั้งนี้สามารถตรวจสอบได้ว่าผลคูณเป็นจริงเนื่องจาก

$$A \ 2 \ 4 \ B_{16} \times E \ 8 \ D_{16} = 41547 \times 3725 = 154762575 = 9 \ 3 \ 9 \ 7 \ D \ 4 \ F_{16}$$

©

4.3.4 การหารในระบบตำแหน่ง

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า การหารนั้นคือการลบจำนวนที่เป็นตัวตั้งด้วยค่าเดิมซ้ำไปเรื่อย ๆ จนกว่าค่าของตัวตั้งจะกลายเป็นศูนย์ หรือมีเศษนั้นก็เหลือค่าที่ไม่สามารถลบต่อไปได้อีก จำนวนครั้งที่นำไปลบออกคือผลหาร ในกรณีที่ตัวหารเป็นจำนวนเต็มบวก เราสามารถให้ความหมายของการหารที่สมมูลกับความหมายดังที่กล่าวมาแล้ว การหารคือการแบ่งค่าของจำนวนที่เป็นตัวตั้งออกเป็นกลุ่ม ๆ กลุ่มละเท่า ๆ กัน เช่น การหารจำนวนเต็มใด ๆ ด้วยจำนวนเต็มบวก n คือการแบ่งจำนวนนั้นให้ได้ผลลัพธ์ออกมาเป็นจำนวนเต็ม n กลุ่ม กลุ่มละเท่า ๆ กันโดยอาจจะเหลือเศษหรือไม่ก็ได้ เช่นการหาร 60 ด้วย 2 จะหมายถึงการแบ่ง 60 ออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 30 หรือ การหาร 50 ด้วย 3 ก็คือการแบ่ง 50 ออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละเท่า ๆ กัน ก็จะได้กลุ่มละ 16 เหลือเศษ 2 เป็นต้น ในการหาผลหารของตัวเลขในระบบตำแหน่งสามารถอธิบายให้เป็นรูปธรรมได้โดยใช้ตัวอย่างของมัดดอกบัวเช่นเดิม

สมมติว่าเรามีดอกบัวมัดเล็ก มัดละ 7 ดอกอยู่ 4 มัด เศษของดอกบัวที่ไม่ครบมัด อีก 6 ดอก เราจะมีดอกบัวทั้งหมด 34 ดอก ในที่นี้เราอาจแทนจำนวนดอกบัวได้โดยใช้เลขฐานเจ็ดคือ 46 ,

ถ้าเราต้องการแบ่งดอกบัวออกเป็น 3 กลุ่มเท่า ๆ กัน เราก็จะทำการแยกดอกบัว 4 มัดออกเป็น 3 กลุ่ม ได้กลุ่มละหนึ่งมัด ที่เหลืออีก 1 มัดก็นำมาแกะได้ 7 ดอก รวมกับดอกที่ไม่ได้มัดเดิมอีก 6 ดอก รวมเป็น 13 ดอก แบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กันนำไปใส่รวมกับกลุ่มทั้ง 3 ที่ได้แบ่งไว้แล้ว ก็จะได้ส่วนละ 4 ดอก เหลือเศษ 1 ดอก และเราจะเห็นว่า หลังจากการแบ่งดังนี้ จะได้ดอกบัว 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 มัด กับ 4 ดอก เหลือเศษ 1 ดอก ในทางคณิตศาสตร์ก็คือการหาร 46_7 ด้วย 3 ซึ่งให้ผลลัพธ์เป็น 14_7 เศษ 1

ที่กล่าวมานี้เป็นความหมายของการหารเลขในระบบตำแหน่ง ทั้งนี้การหารตัวเลขระบบตำแหน่ง เราจะเขียนพหุคูณของตัวหารไว้เพื่อป้องกันความสับสนที่อาจเกิดขึ้น ทั้งนี้วิธีการหารก็อาศัยหลักการเดียวกับการหารยาวในระบบเลขฐานสิบ ให้พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4.3.9 จงหาผลหาร

$$4851_9 \div 7_9$$

วิธีทำ

เราจะหมายเหตุไว้ว่า ในระบบฐาน 9 พหุคูณของ 7 คือ

$7 \times 1 = 7_9$	$7 \times 2 = 14 = 15_9$	$7 \times 3 = 21 = 23_9$
$7 \times 4 = 28 = 31_9$	$7 \times 5 = 35 = 38_9$	$7 \times 6 = 42 = 46_9$
$7 \times 7 = 49 = 54_9$	$7 \times 8 = 56 = 62_9$	$7 \times 9 = 63 = 70_9$

ดังนั้น โดยการตั้งหารยาว

$$\begin{array}{r} 6 \ 3 \ 2 \\ 7 \overline{) 4 \ 8 \ 5 \ 1} \end{array}$$

เนื่องจาก 4 หารด้วย 7 ไม่ได้ จึงพิจารณา 48 แทน จะได้ว่า 7 คูณ 6 ได้ 42 ดังนั้น 48 หาร 7 ได้ 6 จึงเขียน 6 ไว้ข้างบน $48 - 46$ ได้ 2 ดึง 5 ลงมา

$$\begin{array}{r} 4 \ 6 \quad - \\ 2 \ 5 \end{array}$$

เนื่องจาก 7 คูณ 3 ได้ 23 ดังนั้น 25 หารด้วย 7 ได้ 3 จึงเขียน 3 ไว้ข้างบน $25 - 23$ ได้ 2 ดึง 1 ลงมา

$$\begin{array}{r} 2 \ 3 \quad - \\ 0 \ 2 \ 1 \end{array}$$

เนื่องจาก 7 คูณ 2 ได้ 15 ดังนั้น 21 หารด้วย 7 ได้ 2 จึงเขียน 2 ไว้ข้างบน $21 - 15$ ในฐานเก้าได้ 5 เป็นเศษเหลือจากการหาร

$$\begin{array}{r} - \ 1 \ 5 \\ \hline 5 \end{array}$$

นั่นคือ

$$4851_9 \div 7_9 = 632_9 \quad \text{เหลือเศษ } 5$$

ทั้งนี้สามารถตรวจสอบได้ว่า $4851_9 \div 7_9 = 3610 \div 7 = 515 = 632_9$ เศษ 5

ตัวอย่าง 4.3.10

จงหาผลหาร

$$743_8 \div 5_8$$

วิธีทำ

เราจะหมายเหตุไว้ว่า ในระบบฐาน 8 พหุคูณของ 8 คือ

$$5 \times 1 = 5_8$$

$$5 \times 2 = 10 = 12_8$$

$$5 \times 3 = 15 = 17_8$$

$$5 \times 4 = 20 = 24_8$$

$$5 \times 5 = 25 = 31_8$$

$$5 \times 6 = 30 = 36_8$$

$$5 \times 7 = 35 = 43_8$$

$$5 \times 8 = 40 = 50_8$$

ดังนั้น โดยการตั้งหารยาว

$$\begin{array}{r} 140 \\ 5 \overline{) 743} \end{array}$$

เนื่องจาก 7 หารด้วย 5 ได้ 1 เศษ 2 ดึง 4 ลงมา

$$\begin{array}{r} 5 - \\ 24 \end{array}$$

เนื่องจาก 5 คูณ 4 ได้ 24 ดังนั้น 24 หารด้วย 5 ได้ 4

$$\begin{array}{r} 24 - \\ 003 \end{array}$$

แล้วจึงเติมเลขศูนย์ไว้ตรงผลหารเนื่องจากไม่มีการหารครั้ง
สุดท้ายแล้ว และเนื่องจาก 5 หาร 3 ไม่ได้แล้ว จึงตอบว่า

$$743_8 \div 5_8 = 140_8 \text{ เหลือเศษ } 3$$

ตัวอย่าง 4.3.9

จงหาผลหาร

$$4042_5 \div 14_5$$

วิธีทำ

เราจะหมายเหตุไว้ว่า ในระบบฐาน 5 พหุคูณของ 14 คือ

$$14 \times 1 = 14_5$$

$$14 \times 2 = 33_5$$

$$14 \times 3 = 102_5$$

$$14 \times 4 = 121_5$$

$$14 \times 5 = 140_5$$

ดังนั้น โดยการตั้งหารยาว

$$\begin{array}{r} 2 \ 1 \ 3 \\ 14 \overline{) 4 \ 0 \ 4 \ 2} \end{array}$$

เนื่องจาก 4หารด้วย 14 ไม่ได้ จึงพิจารณา 40 แทน ได้ว่า 14 คูณ 2 ได้ 33
 ดังนั้น 40 หาร 14 ได้ 2 จึงเขียน 6 ไว้ข้างบน $40 - 33$ ในฐานห้า ได้ 2
 ดึง 4 ลงมา

$$\begin{array}{r} 3 \ 3 \ - \\ 2 \ 4 \end{array}$$

เนื่องจาก 14 คูณ 1 ได้ 14 ดังนั้น 24 หารด้วย 14 ได้ 1 จึงเขียน 1 ไว้ข้างบน
 $24 - 14$ ในฐานห้า ได้ 10 ดึง 2 ลงมา

$$\begin{array}{r} 1 \ 4 \ - \\ 1 \ 0 \ 2 \end{array}$$

เนื่องจาก 14 คูณ 3 ได้ 102 ดังนั้น 102 หารด้วย 14 ได้ 3 ลงตัว จึง
 เขียน 3 ไว้ข้างบน $102 - 102 = 0$ ไม่มีเศษเหลือจากการหาร

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

จึงตอบว่า

$$4042_5 \div 14_5 = 213_5$$

ทั้งนี้สามารถตรวจสอบได้ว่า $4042_5 \div 14_5 = 522 \div 9 = 58 = 213_5$

๐๙๙

แบบฝึกหัด 4.3

1. จงหาผลบวก
 - 1.1 $1011001_2 + 1001001_2$
 - 1.2 $202310_4 + 21131_4$
 - 1.3 $532014_6 + 231542_6$
 - 1.4 $75164_8 + 23654_8$
 - 1.5 $13AB2_{16} + CF4E3_{16}$
2. จงหาผลลบ
 - 2.1 $211012_3 - 21101_3$
 - 2.2 $1432014_5 - 231042_5$
 - 2.3 $1652344_7 - 631542_7$
 - 2.4 $751086_9 - 287604_9$
 - 2.5 $1A23C2_{16} - D45E3_{16}$
3. จงหาผลคูณ
 - 3.1 $1011001_2 \times 1011_2$
 - 3.2 $211012_3 \times 211_3$
 - 3.3 $2014_5 \times 234_5$
 - 3.4 $754_8 \times 234_8$
 - 3.5 $1AC2_{16} \times D3E_{16}$
4. จงหาผลหาร
 - 4.1 $211012_3 \div 12_3$
 - 4.2 $202310_4 \div 13_4$
 - 4.3 $1414_5 \div 42_5$
 - 4.4 $1652344_7 \div 62_7$
 - 4.5 $A28C2_{16} \div E_{16}$

4.4 ระบบการคณานับยุคก่อน

(Early Numeration Systems)

ในหัวข้อ 4.1 กล่าวถึงระบบตำแหน่งยุคก่อนที่สำคัญไปแล้ว และในหัวข้อนั้นเราได้เห็นการกล่าวถึงรายละเอียดบางอย่างไป แต่เนื่องจากหัวข้อ 4.2 เราได้กล่าวถึงระบบเลขฐานต่าง ๆ เพิ่มเข้ามา ในหัวข้อนี้จึงจะกลับมาเก็บรายละเอียดของระบบเลขที่ได้ข้ามไปให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

4.4.1 ระบบตัวเลขบาบิโลน

จากหัวข้อ 4.1.2 เราจะเห็นว่าระบบตัวเลขบาบิโลนนั้นเป็นระบบเลขฐานหกสิบ กล่าวคือการเขียนเลขบาบิโลนเป็นหลัก ๆ แต่ละหลักจะมีค่าประจำหลักเป็น

$$\dots \quad 60 \times 60 \times 60 = 60^3 \quad \quad 60 \times 60 = 60^2 \quad \quad 60 = 60^1 \quad \quad 1 = 60^0$$

ในที่นี้ ระบบเลขบาบิโลนที่ไม่มีสัญลักษณ์ของเลขศูนย์ กระนั้นชาวบาบิโลนก็มีการแก้ปัญหาโดยใช้การเว้นระยะห่างแทนเลขศูนย์ ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการแปลงเลขฐานสิบให้เป็นสัญลักษณ์บาบิโลน

การแปลงเลขฐานสิบให้เป็นสัญลักษณ์บาบิโลนนั้น มี 2 ขั้นตอน ขั้นตอนแรกจะแปลงเลขฐานสิบให้เป็นฐานหกสิบแล้วจึงเขียนสัญลักษณ์บาบิโลนแทนเลขฐานหกสิบแต่ละหลักที่หามาได้

ตัวอย่าง 4.4.1 จงแปลง 4,531,234 ให้เป็นสัญลักษณ์บาบิโลน

วิธีทำ

ขั้นตอนที่ 1 แปลง 4,531,234 ให้เป็นเลขฮินดู-อารบิกฐานหกสิบ ในที่นี้รายละเอียดของการแปลงได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อที่ผ่านมา

$$\text{เราได้ว่า} \quad 4,531,234 = \quad 20 \quad 58 \quad 40 \quad 34$$

ขั้นตอนที่ 2 ใช้ตารางที่ 4.1.1 เขียนสัญลักษณ์บาบิโลน จะได้ว่า

$$4,531,234 = \quad << \quad <<<<VVVVVVV \quad <<<< \quad <<<VVV$$

©

ตัวอย่าง 4.4.2 จงแปลง 6,847,224 ให้เป็นสัญลักษณ์บาบิโลน

วิธีทำ

ขั้นตอนที่ 1 แปลง 6,847,224 ให้เป็นเลขฮินดู-อารบิกฐานหกสิบ

$$\text{เราได้ว่า} \quad 6,847,224 = \quad 31 \quad 42 \quad 0 \quad 24$$

ขั้นตอนที่ 2 ใช้ตารางที่ 4.1.1 เขียนสัญลักษณ์บาปิโน และเนื่องจากใช้การเว้นระยะห่างแทนเลข 0 จะได้ว่า

$$6,847,224 = <<<V \quad <<<<VV \quad <<VVVV$$

๐๙๙๙

4.4.2 ระบบตัวเลขมายัน

จากหัวข้อ 4.1.3 เราจะเห็นว่าระบบตัวเลขมายันนั้นเป็นระบบเลขฐานยี่สิบก็ไม่ใช่ ฐานสิบแปดก็ไม่เชิง เนื่องจากการเขียนเลขมายันเป็นหลัก ๆ แต่ละหลักจะมีค่าประจำหลักเป็น

$$\dots 18 \times 20^3 \quad 18 \times 20^2 \quad 18 \times 20 \quad 20 \quad 1$$

อย่างไรก็ตามเราจะอ้างว่าเลขมายันเป็นระบบเลขฐานปฏิทินมายัน ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการแปลงเลขฐานสิบให้เป็นสัญลักษณ์มายัน

การแปลงเลขฐานสิบให้เป็นสัญลักษณ์มายันนั้น มี 2 ขั้นตอนเช่นกัน ขั้นตอนแรกจะแปลงเลขฐานสิบให้เป็นฮินดู-อารบิกฐานปฏิทินมายันเสียก่อน แล้วจึงเขียนสัญลักษณ์บาปิโนแทนเลขแต่ละหลักที่หามาได้

ในการแปลงเลขฐานสิบให้เป็นฮินดู-อารบิกฐานปฏิทินมายันนั้นสามารถทำได้เช่นการแปลงเลขฐานต่าง ๆ นั่นคือเราจะทำการหารแล้วเก็บเศษที่ได้จากการหารมาเขียนเป็นเลขฐานใหม่ ในการนี้จะสังเกตเห็นว่าในการเขียนปฏิทินแบบมายันนั้นจะเขียนเป็น 5 หลัก คือ

pp.qq.rr.ss.tt

โดยที่ หลักแรกนับจากขวามือแสดงวันที่ในแต่ละเดือน	กำหนดโดยตัวเลข 0-19
หลักที่ 2 แสดงเดือนที่ในแต่ละ tun	กำหนดโดยตัวเลข 0-17
หลักที่ 3 แสดงลำดับของ tun ในแต่ละ catun	กำหนดโดยตัวเลข 0-19
หลักที่ 4 แสดงลำดับของ catun ในแต่ละ baktun	กำหนดโดยตัวเลข 0-19
และหลักที่ 5 แสดงลำดับของ baktun ในแต่ละ pictun	กำหนดโดยตัวเลข 0-19 เช่นกัน

ทำนองเดียวกัน การเขียนเลขแบบมายันจะมีหลักหน่วยที่กำหนดโดยตัวเลข 0-19 หลักสิบที่กำหนดโดยตัวเลข 0-17 และหลักอื่น ๆ หลังจากนั้นกำหนดโดยตัวเลข 0-19 เหมือนกันหมด ทั้งนี้ในการหารเพื่อเก็บเศษ การหารครั้งแรกจะได้เศษสำหรับเป็นตัวเลขในหลักหน่วย จึงต้องหารเลขฐานสิบด้วย 20 เพื่อให้ได้ตัวเลข 0-19 ตามต้องการ แต่ในขั้นที่ 2 เพื่อให้ได้ตัวเลข 0-17 จะต้องหารด้วย 18 และในขั้นตอนหลังจากนี้จึงสามารถหารด้วย 20 ต่อไปเรื่อย ๆ ขอให้ดูตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4.4.3 จงแปลง 4,531,234 ให้เป็นสัญลักษณ์มายัน

วิธีทำ

ขั้นตอนที่ 1 แปลง 4,531,234 ให้เป็นเลขฮินดู-อารบิกฐานมายัน

(1)	4,531,234	หารด้วย 20	ได้ 226,561	เศษ 14
(2)	226,561	หารด้วย 18	ได้ 12,586	เศษ 13
(3)	12,586	หารด้วย 20	ได้ 629	เศษ 6
(4)	629	หารด้วย 20	ได้ 31	เศษ 9
(5)	31	หารด้วย 20	ได้ 1	เศษ 11

จึงได้เลขฐานมายันเรียงลำดับจากหลักค่าสูงไปหลักหน่วยเป็น

1 11 9 6 13 14

ขั้นตอนที่ 2 เขียนสัญลักษณ์มายันโดยให้หลักค่าสูงอยู่บน หลักหน่วยอยู่ล่างสุด ได้เป็น



©mm

ตัวอย่าง 4.4.4 จงแปลง 1,874,862 ให้เป็นสัญลักษณ์มายัน

วิธีทำ

ขั้นตอนที่ 1 แปลง 1,874,862 ให้เป็นเลขฮินดู-อารบิกฐานมายัน

(1)	1,874,862	หารด้วย 20	ได้ 93,743	เศษ 2
(2)	93,743	หารด้วย 18	ได้ 5,207	เศษ 17
(3)	5,207	หารด้วย 20	ได้ 260	เศษ 7
(4)	260	หารด้วย 20	ได้ 13	เศษ 0

จึงได้เลขฐานมายันเรียงลำดับจากหลักค่าสูงไปหลักหน่วยเป็น

13 0 7 17 2

ขั้นตอนที่ 2 เขียนสัญลักษณ์มายันโดยให้หลักค่าสูงอยู่บน หลักหน่วยอยู่ล่างสุด ได้เป็น



๐๗๗

4.4.3 ระบบตัวเลขโรมัน

ประวัติศาสตร์ได้บันทึกไว้ว่าในราว 753 ปีก่อนคริสต์ศักราช ได้มีชนเผ่าหนึ่งเข้ามาตั้งถิ่นฐานในดินแดนแถบลุ่มแม่น้ำไทเบอร์บริเวณแหลมอิตาลีในปัจจุบัน โดยเรียกหมู่บ้านของพวกเขาว่า “โรม” ตามชื่อของผู้นำชนเผ่าคือ “โรมิวลุส” และ “เรมุส” สองพี่น้อง และต่อมาชนเผ่านี้ก็ถูกเรียกว่า “โรมัน” ตามชื่อหมู่บ้านที่พวกเขาปักหลักอยู่ ทั้งนี้ไม่มีหลักฐานแน่นอนว่าอพยพมาจากที่ใด ซึ่งในสถานที่เดียวกันนี้ก็มีชนเผ่าอีกชนเผ่าหนึ่งอพยพมาปักหลักอยู่ที่นี้และแผ่นอิทธิพลสร้างอาณาจักรของตนอยู่ก่อนล่วงหน้าแล้วเป็นเวลาเกือบ 300 ปี คือชาวอีทรัสกัน โดยมีการสถาปนาอาณาจักรอีทรัสกันอยู่ทางทิศเหนือของโรม ซึ่งดินแดนศูนย์กลางของชาวอีทรัสกันนี้ก็คือตรงที่เป็นแคว้นทัสคานี (Tuscany) ในปัจจุบัน ส่วนทางด้านทิศใต้ของแหลมอิตาลีนั้นก็มีชนเผ่าชาวกรีกได้มาตั้งถิ่นฐานอยู่ก่อนอีกเช่นกัน โดยมีศูนย์กลางอยู่ที่เมืองเนเปิล (Naples) และที่เกาะซิซิลี ชาวอีทรัสกันนั้นเป็นชนเผ่าขยันขันแข็งและช่างเรียนรู้ สามารถสร้างถาวรวัตถุ ศาสนสถาน และอาคารบ้านเรือน พร้อมทั้งวางระบบสาธารณูปโภคต่าง ๆ ที่ทำให้ดินแดนแห่งนี้กลายเป็นอาณาจักรที่มีอารยธรรมเจริญรุ่งเรืองขึ้นเป็นอย่างมากในแถบทะเลเมดิเตอร์เรเนียน เมื่อชนเผ่าชาวโรมันได้อพยพเข้ามาในดินแดนนี้ก็สามารถปรับตัวอยู่อาศัยกลมกลืนเข้ากับสังคมทั้งของชาวอีทรัสกันและชาวกรีกได้เป็นอย่างดี แรกเริ่มทีเดียวนั้นชาวโรมันก็ยังคงอยู่ภายใต้อิทธิพลของกษัตริย์แห่งอีทรัสกัน ชาวโรมันนั้นประกอบอาชีพเกษตรกรรมและค้าขายอยู่กึ่งระหว่างชาวอีทรัสกันและชาวกรีก ต่อมาก็ประสบช่องทางในการสร้างสังคมของตนเองให้เจริญรุ่งเรืองขึ้นทัดเทียมอีทรัสกันและกรีก เนื่องจากที่ตั้งของชาวโรมันอยู่กึ่งกลางระหว่างชาวอีทรัสกันและชาวกรีก ทำให้โรมกลายเป็นศูนย์กลางของการเดินทางติดต่อทำการค้ากันระหว่างชนชาติทั้งสามจนกระทั่งในที่สุดจากหมู่บ้านเล็ก ๆ ก็ขยายอาณาบริเวณออกไปเรื่อย ๆ ประกอบกับชาวโรมันเองก็ขยายเผ่าพันธุ์ของตนขึ้น

อย่างรวดเร็วด้วยเช่นกัน จึงทำให้โรมันนั้นได้กลายสภาพเป็นเมืองใหญ่ขึ้นเรื่อยมา ในที่สุดเมื่อชาวโรมันสามารถสร้างชาติของตนเองขึ้นมาทัดเทียมชนชาติอื่นได้แล้ว ในราว 510 ปีก่อนคริสต์ศักราช ชาวโรมันก็ได้เริ่มยึดอำนาจชาวอีทรัสกันและกรีก แล้วสถาปนาอาณาจักรของตนเองด้วยการปกครองในแบบสาธารณรัฐขึ้นแทน ประมาณ 300 – 100 ปีก่อนคริสต์ศักราช ชาวโรมันนำตัวหนังสือกรีกตามทีแสดงในตาราง 4.4.1 มาดัดแปลงเป็นตัวเลขโรมัน ได้เป็นสัญลักษณ์พื้นฐานเจ็ดตัวตามตารางที่ 4.4.2

Alpha	A	α	Nu	N	ν
Beta	B	β	Xi	Ξ	ξ
Gamma	Γ	γ	Omicron	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	E	ϵ	Rho	P	ρ
Zeta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Theta	Θ	θ	Upsilon	Υ	ϑ
Iota	I	ι	Phi	Φ	ϕ
Kappa	K	κ	Chi	X	χ
lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Mu	M	μ	Omega	Ω	ω

ตารางที่ 4.4.1 ตัวอักษรกรีกทั้งพิมพ์ใหญ่และพิมพ์เล็ก 24 ชุด

ตัวเลขโรมัน	I	V	X	L	C	D	M
ตัวเลขฮินดู-อารบิก	1	5	10	50	100	500	1000

ตารางที่ 4.4.2 ตัวเลขพื้นฐานของโรมัน

หลักการเขียนตัวเลขโรมันแทนจำนวนนั้นมีการกำหนดหลักเกณฑ์ที่เกี่ยวข้องกับตำแหน่งของตัวเลขพอจะถือได้ว่าเป็นตัวเลขระบบตำแหน่งได้ หลักการดังกล่าวคือ

- (1) สัญลักษณ์แต่ละตัวจะเขียนติดกันได้ไม่เกิน 3 ตัว ยกเว้นตัว M

- (2) เขียนโดยใช้หลักการนับจำนวนตัวเลขปกติ โดยให้เขียนและอ่านสัญลักษณ์เรียงลำดับค่าจากมากไปน้อย เช่น

$$III = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$XXII = 10 + 10 + 1 + 1 = 22$$

$$DDCCCLXVII = 500 + 500 + 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 + 1 = 1,367$$

- (3) ถ้าสามารถเขียนได้มากกว่า 1 แบบ ให้เขียนแบบที่ใช้สัญลักษณ์จำนวนน้อยที่สุด เช่น

$$VVV = 15 \text{ และ } XV = 15 \text{ ให้ใช้แบบหลังเนื่องจากใช้สัญลักษณ์เพียง 2 ตัว}$$

- (4) เพื่อหลีกเลี่ยงกฎข้อแรก ให้เขียนตัวเลขที่มีค่าน้อยไว้หน้าตัวเลขที่มีค่ามากได้เป็นกรณีพิเศษ โดยไม่ถือว่าขัดกับข้อที่ 2 ตัวเลขพิเศษที่อนุญาตมีเพียง 6 ตัวเท่านั้น คือ

$$IV = 4$$

$$IX = 9$$

$$XL = 40$$

$$XC = 90$$

$$CD = 400$$

$$CM = 900$$

หมายเหตุ

- (1) หลักการเขียนตัวเลขที่มีค่าน้อยไว้หน้าตัวเลขที่มีค่ามาก ไม่ได้ถือว่าการลบแต่อย่างใด แต่เป็นสัญลักษณ์พิเศษสำหรับเลข 6 ตัวนี้เท่านั้น การเขียนแบบอื่นให้ถือว่าเป็นการบวกทั้งสิ้น เช่น IM ไม่ได้ถือว่าเป็น $1000 - 1 = 999$ แต่อย่างใด การเขียนสัญลักษณ์ IM ก็ยังคงมีค่าเป็น $1 + 1000 = 1001$ เพียงแต่ต้องจัดรูปใหม่ให้ถูกต้องเป็น MI

- (2) การใช้เครื่องหมายขีด (-) เขียนบนสัญลักษณ์พื้นฐาน 6 ตัว คือ V, X, L, C, D และ M โดยสัญลักษณ์ใหม่นี้จะมีค่าเป็น 1,000 เท่าของตัวเลขเดิม เพื่อให้เขียนตัวเลขแทนจำนวนค่าสูงขึ้น กล่าวคือ

$\overline{V}$	แทนจำนวน	5,000	$\overline{C}$	แทนจำนวน	100,000
$\overline{X}$	แทนจำนวน	10,000	$\overline{D}$	แทนจำนวน	500,000
$\overline{L}$	แทนจำนวน	50,000	$\overline{M}$	แทนจำนวน	1,000,000

เช่น เขียน 15,442 เป็นเลขโรมัน ได้เป็น $\overline{XVCDXLII}$ นั้นมิได้มีแต่เดิมของชาวโรมัน หากเป็นหลักการที่สร้างขึ้นใหม่โดยคนยุคปัจจุบัน

ตัวอย่าง 4.4.5 จงหาค่าของเลขโรมัน $MCDXXXIV$

วิธีทำ ในการอ่านค่าเลขโรมัน ถ้ามีสัญลักษณ์พิเศษ 6 ตัวเลข จะทำการตัดแยกออกมาก่อน ทั้งนี้ จะเห็นว่ามีสัญลักษณ์ $CD = 400$ และ $IV = 4$ ปรากฏอยู่ดังนั้น

$$MCDXXXIV = M (CD) XXX (IV) = M + CD + XXX + IV = 1000 + 400 + 30 + 4 = 1434$$

ตัวอย่าง 4.4.6 จงหาค่าของเลขโรมัน *DDDDDDXLVII*

วิธีทำ ในการอ่านค่าเลขโรมัน ถ้ามีสัญลักษณ์พิเศษ 6 ตัวเลข จะทำการตัดแยกออกมาก่อน
ทั้งนี้ จะเห็นว่ามีสัญลักษณ์ $XL = 40$ ปรากฏอยู่ดังนั้น

$$DDDDDDXLVII = DDDDDD(XL)VII = DDDDDD + XL + V + II = 3000 + 40 + 5 + 2 = 3047$$

แต่ทั้งนี้ การเขียน *DDDDDD* นั้นผิดหลักการ จึงต้องเขียนใหม่เป็น *MMM* ซึ่งให้ค่า 3000 เช่นเดิม
จึงได้ว่า $DDDDDDXLVII = 3047 = MMMXLVII$ ในรูปแบบที่ถูกต้อง

©mm

โดยอาศัยหลักการเดียวกัน เราสามารถแปลงเลขอารบิกฐานสิบให้เป็นเลขโรมันโดยพิจารณา
ตัวเลขพิเศษทั้ง 6 ก่อนเป็นอันดับแรก

ตัวอย่าง 4.4.7 จงเขียน 3,549 เป็นสัญลักษณ์โรมัน

วิธีทำ 3,549 มีตัวเลขที่ต้องใช้สัญลักษณ์พิเศษคือ 40 และ 9

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad 3,549 &= 3,000 + 500 + 40 + 9 \\ &= MMM + D + XL + IX \\ &= MMMDXLIX \end{aligned}$$

©mm

ตัวอย่าง 4.4.8 จงเขียน 6,974 เป็นสัญลักษณ์โรมัน

วิธีทำ 6,974 มีตัวเลขที่ต้องใช้สัญลักษณ์พิเศษคือ 900 และ 4

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad 6,974 &= 6,000 + 900 + 70 + 4 \\ &= 6,000 + 900 + 50 + 20 + 4 \\ &= MMMMMMM + CM + L + XX + IV \\ &= MMMMMMMCMLXXIV \end{aligned}$$

©mm

4.4.4 ระบบเลขอียิปต์

ราชอาณาจักรอียิปต์ได้รับการก่อตั้งขึ้นเมื่อหลายพันปีก่อนคริสตศักราช มีอายุยาวนานตลอดช่วง 3
รอบปฏิทินมายันจนต้องแบ่งยุคของประวัติศาสตร์ออกเป็น 3 ยุคได้แก่ราชอาณาจักรอียิปต์ยุคต้น ยุค
กลางและยุคปลาย มีอาณาเขตครอบคลุมที่ราบลุ่มแม่น้ำไนล์จากเมืองแอสวานจนจรดชายฝั่งทะเลเมดิ
เตอร์เรเนียนของประเทศอียิปต์ปัจจุบัน อียิปต์โบราณเป็นอารยธรรมหนึ่งที่เก่าแก่ที่สุดในโลก และเป็น
อารยธรรมแรก ๆ ที่ให้ความสำคัญอย่างมากกับการจดบันทึก งานศิลปะและการสื่อสาร จึงได้ประดิษฐ์
กระดาษปาปิรุส (papyrus) ขึ้นจากต้นกกที่พบได้ทั่วไปในแถบลุ่มแม่น้ำไนล์ ชาวอียิปต์โบราณมีอักษร
ภาพและตัวเลขที่เรียกว่า ไฮโรกลิฟ (Hieroglyph) อักษรภาพแทนตัวเลขต่างๆ ดังแสดงในตารางที่ 4.4.3

							
1	10	100	1000	10,000	100,000	1,000,000	10,000,000
vertical stroke	heel-bone arch	coil of rope	lotus flower	pointing finger	burbot fish or tadpole	astonished man	rising sun

ตารางที่ 4.4.3 ตัวเลขโบราณของอียิปต์

ที่มา : <https://ammetcalf2014.wordpress.com/author/ammetcalf2014/page/2/>

สัญลักษณ์แต่ละตัวมีความหมาย และใช้แทนค่าของจำนวนดังต่อไปนี้

ขีด	ความหมายคือมนุษย์	มีค่าเท่ากับหนึ่ง
ประตูโค้ง	ความหมายคือแท่นบูชา	มีค่าเท่ากับสิบ
เชือกขดเป็นวง	ความหมายคือการสำรวจดินแดน	มีค่าเท่ากับหนึ่งร้อย
ดอกไม้	ความหมายคือพระอาทิตย์ขึ้นหรือการมีชีวิตใหม่	มีค่าเท่ากับหนึ่งพัน
นิ้วชี้	ความหมายคืองานหัตถกรรมหรือการนับ	มีค่าเท่ากับหนึ่งหมื่น
ลูกอ๊อดหรือกบ	ความหมายคืออาการเกิดหรือการงอก	มีค่าเท่ากับหนึ่งแสน
คนยกมือขึ้นเหนือศีรษะ	ความหมายคือจุดกำเนิดของสรรพสิ่งต่าง ๆ	มีค่าเท่ากับหนึ่งหนึ่งล้าน
รูปดวงอาทิตย์กำลังขึ้น	ความหมายคือการนับถือเทพเจ้าองค์สูงสุด	มีค่าเท่ากับสิบล้าน



รูปที่ 4.4.1 ตัวเลขโบราณของอียิปต์

ที่มา : <http://discoveringegypt.com/egyptian-hieroglyphic-writing/egyptian-mathematics-numbers-hieroglyphs/>

อย่างไรก็ตามอักษรภาพดังกล่าวอาจมีการกลับจากซ้ายเป็นขวา ซึ่งก็ถือว่ามีความหมายเดียวกัน จากการสังเกตค่าทางจำนวนของสัญลักษณ์ทั้งหมด จะเห็นว่าชาวอียิปต์ใช้เลขฐานสิบนั่นเอง แต่เป็นเลขฐานสิบในรูปสัญลักษณ์ของภาพวาดไม่ใช่เลขฐานสิบที่เป็นระบบตำแหน่ง การเขียนและอ่าน

สัญลักษณ์แทนจำนวนของชาวอียิปต์ ใช้วิธีรวมค่าของสัญลักษณ์เหล่านั้น ไม่คำนึงถึงตำแหน่งของสัญลักษณ์ ดังนั้น จำนวนเดียวกัน อาจจะเขียนสัญลักษณ์สลับที่เป็นแบบต่างๆ ได้ เช่นการอ่านและการเขียนเลขอียิปต์จะนำเสนอในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4.4.9

สัญลักษณ์	I	แทนจำนวน 1		แทนจำนวน 6
	II	แทนจำนวน 2		แทนจำนวน 7
	III	แทนจำนวน 3		แทนจำนวน 8
	IIII	แทนจำนวน 4		แทนจำนวน 9
	IIII	แทนจำนวน 5	⌒	แทนจำนวน 10

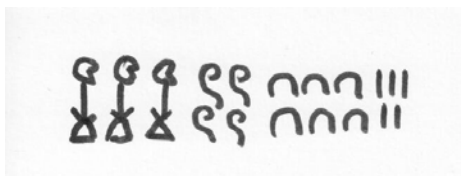
©mm

ตัวอย่าง 4.4.10

สัญลักษณ์	⌒⌒	แทนจำนวน 20
	⌒⌒⌒	แทนจำนวน 30
	⌒⌒⌒⌒	แทนจำนวน 40
	⌒⌒⌒⌒⌒	แทนจำนวน 50
	⌒⌒⌒⌒⌒⌒	แทนจำนวน 60
	⌒⌒⌒⌒⌒⌒⌒	แทนจำนวน 70
	⌒⌒⌒⌒⌒⌒⌒⌒	แทนจำนวน 80
	⌒⌒⌒⌒⌒⌒⌒⌒⌒	แทนจำนวน 90

©mm

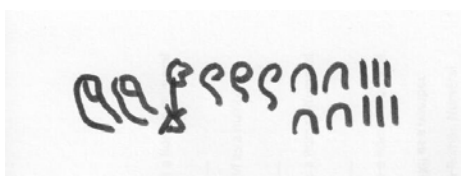
ตัวอย่าง 4.4.11



เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวน 3,465

©mm

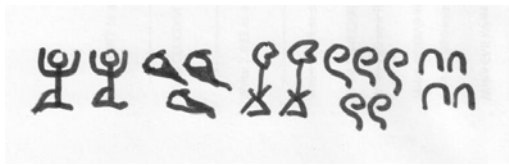
ตัวอย่าง 4.4.12



เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวน 21,346

©mm

ตัวอย่าง 4.4.13



เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวน 1,302,540

©

ตัวอย่าง 4.4.14



เนื่องจากตัวเลขอียิปต์ไม่ได้อยู่ในระบบตำแหน่งสัญลักษณ์ทั้งสองกลุ่มเป็นสัญลักษณ์แทนจำนวน 2,001,000 เช่นเดียวกัน

©



รูปที่ 4.4.2 ดวงตาแห่งเทพเจ้าโฮรัส

ที่มา : <http://discoveringegypt.com/egyptian-hieroglyphic-writing/egyptian-mathematics-numbers-hieroglyphs/>

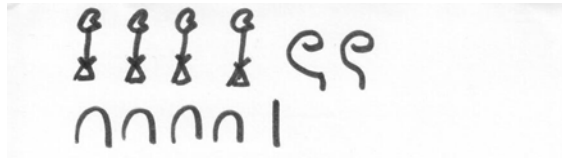
เมื่อประมาณ 300 ปีที่ผ่านมา นักสำรวจชาวอังกฤษคนหนึ่งได้ค้นพบเอกสารประหลาดในอียิปต์ซึ่งทราบต่อมาว่าเป็นเอกสารที่เขียนขึ้นโดยนักคณิตศาสตร์ชาวอียิปต์โบราณชื่ออาเมส (Ames) ในเอกสารนั้นปรากฏการเขียนสัญลักษณ์แทนเศษส่วนแบบตัวเลขอียิปต์ไว้ด้วย นอกจากนี้มีเทพนิยายอียิปต์โบราณเล่าว่า ครั้งที่เทพเจ้าเซธ (God Seth) ทำร้ายเทพเจ้าโฮรัส (God Horus) ผู้เป็นน้องชายของตนเอง ครั้นนั้น เซธควักตาของโฮรัสออกแล้วฉีกเป็นชิ้น ๆ แต่ภายหลังโฮรัสก็สามารถนำชิ้นส่วนของดวงตากลับมารวมกันและรักษาให้ดีเหมือนเดิม จากเทพนิยายเรื่องนี้ ชาวอียิปต์โบราณได้ถือโอกาสใช้ชิ้นส่วนดวงตาของโฮรัสที่จะอธิบายเรื่องเศษส่วนดังรูปที่ 4.4.2 ในรูปนั้นซึ่งขอบตาเป็นสัญลักษณ์ที่ใช้เขียนเศษส่วนทั่วไป ลูกตาเป็นสัญลักษณ์พิเศษแทน $1/4$ ตาขาวทางด้านขวาเป็นสัญลักษณ์พิเศษแทน $1/2$ ตาขาวทางด้านซ้ายเป็นสัญลักษณ์พิเศษแทน $1/16$ คิ้วที่อยู่เหนือดวงตาเป็นสัญลักษณ์พิเศษแทน $1/8$ รอยขีดแผลเป็นที่ปลายม้วนโค้งเป็นสัญลักษณ์พิเศษแทน $1/32$ และสุดท้ายย่น้ำตาที่ไหลลงมาเป็นสัญลักษณ์พิเศษแทน $1/64$ อย่างไรก็ตามรายละเอียดเรื่องเศษส่วนของชาวอียิปต์จะไม่นำมากล่าวไว้ในที่นี้ ผู้เรียนสามารถค้นคว้าเรื่องการเขียนเศษส่วนของชาวอียิปต์ได้ด้วยตัวเอง

แบบฝึกหัด 4.4

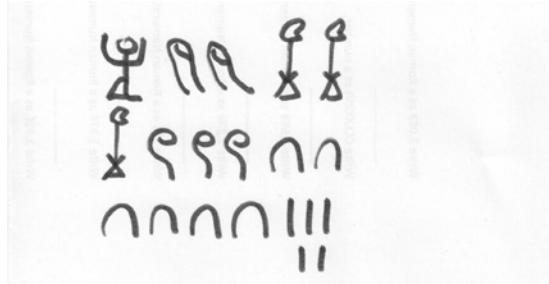
1. จงแปลงเลขอารบิกฐานสิบต่อไปนี้ให้เป็นสัญลักษณ์บาบิโลน
 - 1.1 256987
 - 1.2 15698775
 - 1.3 2657489
 - 1.4 2136542
 - 1.5 1236587
2. จงแปลงเลขอารบิกฐานสิบต่อไปนี้ให้เป็นสัญลักษณ์มายัน
 - 2.1 256987
 - 2.2 5698775
 - 2.3 2136542
 - 2.4 1236587
 - 2.5 2657489
3. จงแปลงเลขอารบิกฐานสิบต่อไปนี้ให้เป็นสัญลักษณ์โรมัน
 - 3.1 5964
 - 3.2 9449
 - 3.3 4444
 - 3.4 3985
 - 3.5 1999
4. จงแปลงเลขอารบิกฐานสิบต่อไปนี้ให้เป็นสัญลักษณ์ฮียิปต์
 - 4.1 298
 - 4.2 6958
 - 4.3 85269
 - 4.4 853665
 - 4.5 3625962
5. จงหาค่าของเลขโรมันต่อไปนี้
 - 5.1 MDCCCXXXVI
 - 5.2 MCDLXXXIX
 - 5.3 CMLXV
 - 5.4 MMCCXXII
 - 5.5 MMDCCCLXXII

6. จงหาค่าของเลขฮียิปต์ต่อไปนี้

6.1



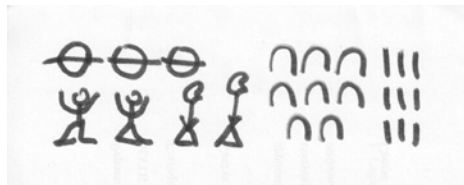
6.2



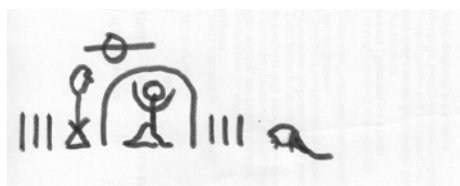
6.3



6.4



6.5



เอกสารอ้างอิงบทที่ 4

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา (สกอ.), และสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.). (2552). เอกสารสำหรับผู้ให้การอบรมคณิตศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลาย หลักสูตรที่ 3. ไม่ทราบเมืองที่พิมพ์: ไม่ทราบชื่อผู้รับผิดชอบในการพิมพ์.

อัจจนา ullanuwait (2552). คณิตพบอารยธรรมโลก กรีกโบราณ. กรุงเทพฯ : เอเชนส์พับลิชชิง.

อัจจนา ullanuwait (2552). คณิตพบอารยธรรมโลก จักรวรรดิโรมัน. กรุงเทพฯ : เอเชนส์พับลิชชิง.

อัจจนา ullanuwait (2552). คณิตพบอารยธรรมโลก ยุคกลาง. กรุงเทพฯ : เอเชนส์พับลิชชิง.

อัจจนา ullanuwait (2552). คณิตพบอารยธรรมโลก อารยธรรมแรก. กรุงเทพฯ : เอเชนส์พับลิชชิง.

Boyer, C. (1968). A History of Mathematics. New York: John Wiley & Sons.

Howard, E. (1969). An Introduction to the History of Mathematics. New York: Holts, Rinehart and Winston, Inc.

Kahn, C. and Osborne, K. (2005). World History: Societies of the Past. Manitoba: Portage & Main Press.

Katz V. (2007). The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam: A Sourcebook. New Jersey: Princeton University Press.

Thomas, C. (2007). Mayan Calendar Systems. Massachusetts: Harvard University Press.

บทที่ 6

คณิตศาสตร์สำหรับผู้บริโภคและการจัดการทางการเงิน

(Consumer Mathematics and Financial Management)

การจัดการทางการเงินคือการกระทำต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับการจัดหาแหล่งเงินทุนของผู้บริโภค เช่น การกู้ยืมเงิน หรือ การควบคุมการใช้จ่ายเงิน ซึ่งมีจุดประสงค์ดังต่อไปนี้ คือ การบริหารเงินเพื่อให้แน่ใจว่าจะมีเงินเพียงพอที่จะดำเนินธุรกิจหรือดำรงชีวิตได้อย่างต่อเนื่องในระยะยาว การบริหารเงินเพื่อให้แน่ใจว่าผลตอบแทนที่จะได้รับจากการลงทุนในโครงการต่าง ๆ หรือกิจกรรมต่าง ๆ เช่นการฝากเงิน การให้กู้ยืมให้ผลตอบแทนที่เพียงพอและคุ้มค่ากับการลงทุน และได้ผลตอบแทนตามที่กำหนดไว้ล่วงหน้า

คณิตศาสตร์สำหรับผู้บริโภคเป็นคณิตศาสตร์สาขาหนึ่งซึ่งแสดงให้เห็นวิธีการใช้ทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ต่อสถานการณ์ในชีวิตจริงโดยเฉพาะเรื่องการจัดการทางการเงิน เช่นการซื้อรถแบบผ่อนส่ง การค้า การฝากเงินแบบต่าง ๆ การลงทุนทางการเงินง่าย ๆ เป็นต้น ในต่างประเทศคณิตศาสตร์ผู้บริโภคมักจะถูกนำเสนอให้จัดการเรียนการสอนในชั้นมัธยมศึกษา การเตรียมความรู้เพื่อเรียนเรื่องคณิตศาสตร์ของผู้บริโภคอาจจะต้องมีการความรู้ถึงเรื่องที่เคยเรียนมาตั้งแต่ระดับประถมศึกษา เช่นเรื่อง เศษส่วน ทศนิยมและเปอร์เซ็นต์

6.1 เปอร์เซ็นต์

(Percent)

เปอร์เซ็นต์หรือร้อยละ เป็นอัตราส่วนที่แสดงการเปรียบเทียบ จำนวนใดจำนวนหนึ่ง กับ 100 โดยมีตัวส่วนเป็น 100 ใช้สัญลักษณ์ % โดยทั่วไปในชีวิตประจำวันมักจะเกี่ยวข้องกับร้อยละอยู่เสมอ เช่นภาษีมูลค่าเพิ่ม (VAT) การซื้อของในระบบผ่อนชำระ เป็นต้น ร้อยละ เศษส่วน และทศนิยม สามารถเปลี่ยนรูปให้อยู่ในรูปอื่น ๆ ที่สมมูลกันได้

ตัวอย่าง 6.1.1 การเขียนเปอร์เซ็นต์หรือร้อยละในรูปแบบต่าง ๆ

(1)	$\frac{25}{100}$	เขียนแทนด้วย ร้อยละ 25	หรือ 25 %	หรือ 0.25
(2)	$\frac{0.16}{100}$	เขียนแทนด้วย ร้อยละ 0.16	หรือ 0.16 %	หรือ 0.0016
(3)	$\frac{6}{100}$	เขียนแทนด้วย ร้อย 6	หรือ 6 %	หรือ 0.06

©m-

การเขียนร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ให้อยู่ในรูปของเศษส่วน ทำได้โดยการเปลี่ยนร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ให้เป็นเศษส่วนที่มีส่วนเป็น 100 หลังจากนั้นจึงทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

ตัวอย่าง 6.1.2

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \text{ร้อยละ } 45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20} \\
 (2) \quad & 12 \% = \frac{12}{100} = \frac{3}{25} \\
 (3) \quad & 0.30 \% = \frac{0.30}{100} = \frac{3}{1,000}
 \end{aligned}$$

©mm

การเขียนร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ของเลขจำนวนเต็มหรือทศนิยมสามารถทำให้เป็นเศษส่วนที่มีส่วนเป็น 100 แล้วจึงเลื่อนจุดทศนิยมไปทางซ้ายอีก 2 ตำแหน่ง

ตัวอย่าง 6.1.3

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 35 \% = \frac{35}{100} = 0.35 \\
 (2) \quad & 8 \% = \frac{8}{100} = 0.08 \\
 (3) \quad & 200 \% = \frac{200}{100} = 2.00 \\
 (4) \quad & 2.5 \% = \frac{2.5}{100} = 0.025 \\
 (5) \quad & 0.045 \% = \frac{0.045}{100} = 0.00045
 \end{aligned}$$

©mm

การเขียนเศษส่วนหรือทศนิยมให้อยู่ในรูปร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ทำได้โดยการเปลี่ยนทศนิยมให้เป็นเศษส่วนก่อน แล้วทำตัวส่วนให้เป็น 100 แล้ว จึงเปลี่ยนให้เป็นร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์

ตัวอย่าง 6.1.4

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 0.45 = \frac{45}{100} = 45 \% \\
 (2) \quad & 0.5 = \frac{5}{10} = \frac{5 \times 10}{10 \times 10} = \frac{50}{100} = 50 \% \\
 (3) \quad & 2.75 = \frac{275}{100} = 275 \% \\
 (4) \quad & 0.00025 = \frac{25}{100,000} = \frac{25 \div 100}{100,000 \div 100} = \frac{0.25}{100} = 0.25 \%
 \end{aligned}$$

©mm

เนื่องจาก 100 % ก็คือ $\frac{100}{100} = 1$ การเขียนเศษส่วนหรือทศนิยมให้อยู่ในรูปร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์อาจทำได้โดยการ นำ 100 % คูณกับจำนวนทศนิยม แล้วหาผลคูณของตัวเลขโดยคงเครื่องหมาย % ไว้ที่เดิม

ตัวอย่าง 6.1.5

- | | | | | | | | |
|-----|-------|---|--------------------|---|---|------|---|
| (1) | 0.257 | = | 0.257×100 | % | = | 25.7 | % |
| (2) | 0.06 | = | 0.06×100 | % | = | 6 | % |
| (3) | 0.85 | = | 0.85×100 | % | = | 85 | % |
| (4) | 3.50 | = | 3.50×100 | % | = | 350 | % |
| (5) | 0.003 | = | 0.003×100 | % | = | 0.3 | % |

©

การเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปของร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ ให้นำเศษส่วนคูณกับจำนวนคงค่าเดียวกันทั้งเศษและส่วน เพื่อทำตัวส่วนให้เป็น 100 แล้วจึงเปลี่ยนเป็นร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ภายหลัง

ตัวอย่าง 6.1.6

- | | | | | | | |
|-----|-----------------|---|--|---|----|---|
| (1) | $\frac{4}{5}$ | = | $\frac{4 \times 20}{5 \times 20} = \frac{80}{100}$ | = | 80 | % |
| (2) | $\frac{15}{20}$ | = | $\frac{15 \times 5}{20 \times 5} = \frac{75}{100}$ | = | 75 | % |
| (3) | $\frac{2}{25}$ | = | $\frac{2 \times 4}{25 \times 4} = \frac{8}{100}$ | = | 8 | % |

©

การเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปของร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ โดยการทำเช่นเดียวกับตัวอย่าง 6.1.5 คือการนำ 100 % คูณกับเศษส่วน แล้วหาผลคูณของตัวเลขโดยคงเครื่องหมาย % ไว้ที่เดิม

ตัวอย่าง 6.1.6

- | | | | | | | | | | | |
|-----|-----------------|---|----------------------------|---|---|--------------------|---|---|--------|---|
| (1) | $\frac{1}{3}$ | = | $\frac{1}{3} \times 100$ | % | = | $\frac{100}{3}$ | % | = | 33.33 | % |
| (2) | $\frac{5}{12}$ | = | $\frac{5}{12} \times 100$ | % | = | $\frac{500}{12}$ | % | = | 41.67 | % |
| (3) | $\frac{10}{31}$ | = | $\frac{10}{31} \times 100$ | % | = | $\frac{1,000}{31}$ | % | = | 32.36 | % |
| (4) | $\frac{23}{12}$ | = | $\frac{23}{12} \times 100$ | % | = | $\frac{2,300}{12}$ | % | = | 191.67 | % |

©

กิจการทางการเงินในชีวิตประจำวันมีความเกี่ยวข้องกับร้อยละอยู่เสมอ เช่น การซื้อขาย กำไรขาดทุน การลดหรือการเพิ่มที่คิดเป็นร้อยละ การคิดภาษีมูลค่าเพิ่ม ฯลฯ ต่อไปนี้จะเป็นการนำความรู้เรื่องเศษส่วนมาใช้ในการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละ ซึ่งจะพบดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 6.1.7 จงหาว่า 20% ของ 70 มีค่าเท่ากับเท่าไร

วิธีทำ สมมติให้ 20% ของ 70 มีค่าเท่ากับ x เขียนเป็นเศษส่วนได้ว่า

$$\frac{x}{70} = \frac{20}{100}$$

จะได้

$$x \times 100 = 70 \times 20 = 1400$$

$$x = \frac{1,400}{100} = 14$$

นั่นคือ

20% ของ 70 เท่ากับ 14

๓๓๓

ตัวอย่าง 6.1.8 จงหาว่า 12 เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของ 45

วิธีทำ สมมติให้ 12 เป็น x % ของ 45 เขียนเป็นเศษส่วนได้ว่า

$$\frac{x}{100} = \frac{12}{45}$$

จะได้

$$x \times 45 = 12 \times 100 = 1,200$$

$$x = \frac{1,200}{45} = 26.67$$

นั่นคือ

12 เป็น 26.67 เปอร์เซ็นต์ของ 45

๓๓๓

ตัวอย่าง 6.1.9 จงหาว่า 8 เป็น 25% ของจำนวนใด

วิธีทำ ให้ 8 เป็น 25% ของ x เขียนเป็นเศษส่วนได้ว่า

$$\frac{25}{100} = \frac{8}{x}$$

จะได้

$$x \times 25 = 8 \times 100 = 800$$

$$x = \frac{800}{25} = 32$$

นั่นคือ

ให้ 8 เป็น 25% ของ 32

๓๓๓

ตัวอย่างต่อไปจะเป็นการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละโดยใช้เศษส่วนต่อไปนี้

ตัวอย่าง 6.1.10 ในหมู่บ้านแห่งหนึ่งมีคนอาศัยอยู่ 500 คน 12% ของจำนวนคนทั้งหมดที่อยู่ในหมู่บ้านนี้ทำงานในโรงงานลำไยกระป๋อง จงหาจำนวนคนที่ทำงานในโรงงานลำไยกระป๋อง

วิธีทำ สมมติให้จำนวนคนที่ทำงานในโรงงานลำไยกระป๋องเป็น x เขียนเป็นเศษส่วนได้ว่า

$$\frac{x}{500} = \frac{12}{100}$$

จะได้

$$x \times 100 = 12 \times 500 = 6,000$$

$$x = \frac{6,000}{100} = 60$$

นั่นคือจำนวนคนงานที่ทำงานในโรงงานลำไยกระป๋องคือ 60 คน

๓๓๓

ตัวอย่าง 6.1.11 โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียน 2,800 คน นักเรียนที่หนักเกิน 70 กิโลกรัมมีอยู่ 84 คน จงหาว่าจำนวนนักเรียนที่หนักเกิน 70 กิโลกรัมเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีทำ สมมติให้จำนวนนักเรียนที่หนักเกิน 70 กิโลกรัมเป็น x เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด เขียนเป็นเศษส่วนได้ว่า

$$\frac{x}{100} = \frac{84}{2,800}$$

จะได้

$$x \times 2,800 = 84 \times 100 = 8,400$$

$$x = \frac{8,400}{2,800} = 3$$

ดังนั้นจำนวนนักเรียนที่หนักเกิน 70 กิโลกรัมเป็น 3 เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด 

ตัวอย่าง 6.1.12 นายสุนทรขายรถยนต์คันหนึ่งในราคา 550,000 บาท ปรากฏว่าได้กำไร 32 % ของราคาทุน จงหาราคาทุนของรถยนต์

วิธีทำ สมมติว่าราคาทุนของรถยนต์เป็น x บาท

นายสุนทรขายรถยนต์ได้กำไร 32 % ของราคาทุนหมายความว่า ถ้าทุน 100 บาท นายสุนทรได้กำไร 32 บาท นั่นคือนายสุนทรต้องขายในราคา 132 บาท แต่โจทย์กำหนดว่า นายสุนทรขายรถยนต์ราคา 550,000 บาทเขียนเป็นเศษส่วนได้ว่า

$$\frac{132}{100} = \frac{550,000}{x}$$

จะได้

$$x \times 132 = 550,000 \times 100 = 55,000,000$$

$$x = \frac{55,000,000}{132} = 416,666.67$$

ดังนั้น ราคาทุนของรถยนต์เป็น 416,666.67 บาท 

ตัวอย่าง 6.1.13 นิทราขายตู้เย็นไปราคา 4,500 บาท ปรากฏว่าขาดทุน 10 % ถ้าย้อนเวลากลับไปได้และนิทราต้องการกำไร 500 บาท นิทราจะต้องขายตู้เย็นในราคาเท่าไร

วิธีทำ สมมติว่าราคาทุนของตู้เย็นเป็น x บาท นิทราขายตู้เย็นขาดทุน 10 % ของราคาทุนหมายความว่า ถ้าทุน 100 บาท นิทราขาดทุน 10 บาท นั่นคือนิทราขายไปในราคา 90 บาท แต่โจทย์บอกว่า นิทราขายตู้เย็นในราคา 4,500 บาท เขียนเป็นเศษส่วนได้ว่า

$$\frac{90}{100} = \frac{4,500}{x}$$

จะได้

$$x \times 90 = 4,500 \times 100 = 450,000$$

$$x = \frac{450,000}{90} = 5,000$$

ดังนั้น ราคาทุนของตู้เย็นเป็น 5,000 บาท และถ้าย่นเวลากลับไปได้และนิทราต้องการกำไร 500 บาท นิทราจะต้องขายตู้เย็นในราคา 5,500 บาท

๐๓๓

ตัวอย่างที่ 6.1.14 ร้านต้นตรารณประกาศลดราคาสินค้าทุกชนิด 15% ถ้าสมศรีได้ส่วนลดจากการซื้อพัดลม 300 บาท จงหาราคาขายพัดลมก่อนให้ส่วนลด

วิธีทำ สมมติว่าราคาขายก่อนให้ส่วนลดเป็น x บาท ลดราคาสินค้าทุกชนิด 15% หมายความว่า ถ้าร้านค้าปัดราคาไว้ 100 บาท จะได้ส่วนลด 15 บาท แต่สมศรีได้ส่วนลดจากการซื้อพัดลม 300 บาท เขียนเป็นเศษส่วนได้ว่า

$$\frac{15}{100} = \frac{300}{x}$$

จะได้

$$x \times 15 = 300 \times 100 = 30,000$$

$$x = \frac{30,000}{15} = 2,000$$

ดังนั้น ราคาขายของพัดลมก่อนให้ส่วนลดเป็น 2,000 บาท

๐๓๓

ตัวอย่างที่ 6.1.15 โรงเรียนบ้านเวียงบัวมีนักเรียนชาย 42% ของนักเรียนทั้งหมด ถ้านักเรียนหญิงทั้งหมดมี 540 คน จงหาว่าโรงเรียนนี้มีนักเรียนทั้งหมดกี่คน

วิธีทำ สมมติว่าโรงเรียนนี้มีนักเรียนทั้งหมด x โจทย์กำหนดว่ามีนักเรียนชาย 42% ของนักเรียนทั้งหมด หมายความว่า ถ้ามีนักเรียนทั้งหมด 100 คน จะเป็นนักเรียนชาย 42 คน นั่นคือโรงเรียนบ้านเวียงบัวมีนักเรียนหญิง 58 คน แต่เนื่องจากโจทย์บอกว่า นักเรียนหญิงทั้งหมดมี 540 คน เขียนเป็นเศษส่วนได้ว่า

$$\frac{58}{100} = \frac{540}{x}$$

จะได้

$$x \times 58 = 540 \times 100 = 54,000$$

$$x = \frac{54,000}{58} = 931.03$$

เนื่องจากจำนวนนักเรียนจะต้องเป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น โรงเรียนบ้านเวียงบัวมีนักเรียนทั้งหมด 931 คน และมีนักเรียนชายจำนวน 391 คน

๐๓๓

แบบฝึกหัด 6.1

1. จงเขียนเศษส่วนต่อไปนี้ให้อยู่เป็นรูปของร้อยละ
 - 1.1 $\frac{7}{8}$
 - 1.2 $\frac{1}{2}$
 - 1.3 $\frac{10}{2}$
 - 1.4 $\frac{25}{600}$
 - 1.5 $\frac{18}{12}$
2. จงเขียนร้อยละต่อไปนี้ให้อยู่เป็นรูปของเศษส่วน
 - 2.1 72 %
 - 2.2 125 %
 - 2.3 0.75 %
 - 2.4 2.5 %
 - 2.5 12 %
3. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปร้อยละ
 - 3.1 0.36
 - 3.2 0.529
 - 3.3 3.03
 - 3.4 2
 - 3.5 0.0005
4. จงตอบคำถามต่อไปนี้
 - 4.1 25 % ของ 60 เท่ากับเท่าไร
 - 4.2 32 % ของ 450 เท่ากับเท่าไร
 - 4.3 33 เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของ 44
 - 4.4 360 เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของ 180,000
 - 4.5 250 เป็น 40 % ของจำนวนใด
5. จงตอบคำถามต่อไปนี้
 - 5.1 5 % ของ 20% ของ 800 มีค่าเท่าใด
 - 5.2 20 % ของ 4000 เป็น 15 % ของจำนวนใด
 - 5.3 5 % ของ 250 เท่ากับ กี่เปอร์เซ็นต์ของ 360
 - 5.4 12 % ของจำนวนใด เท่ากับ 40 % เปอร์เซ็นต์ของ 120

6. เบนสอบวิชาภาษาอังกฤษได้คะแนน 35 คะแนนจากคะแนนเต็ม 150 คะแนน จงหาว่าเบนสอบวิชาภาษาอังกฤษได้ร้อยละเท่าใด
7. ช่างรับเหมาก่อสร้างทำสัญญากับเจ้าของบ้านว่าจะรับเงินงวดแรก 25 % ของราคาบ้าน ถ้าบ้านราคา 3.5 ล้านบาท อยากทราบว่าผู้รับเหมาก่อสร้างจะได้รับเงินงวดแรกเท่าใด
8. ร้านสยามโทรทัศน์ปิดราคาขายเครื่องเสียงไว้ 7,990 บาท และประกาศลดราคาอีก 15 % ของราคาที่ปิดป้ายไว้ และหากผู้ซื้อเป็นสมาชิกวีไอพีของร้านจะได้รับส่วนลดอีก 300 บาท อยากทราบว่าผู้ซื้อที่เป็นสมาชิกวีไอพีของร้านจะต้องจ่ายเงินเท่าไร
9. ลาวัลย์ออมเงินได้ 24,000 บาท เงินจำนวนนี้เป็นเพียง 25 % ของเงินทั้งหมดที่ลาวัลย์ต้องการออม จงหาว่าลาวัลย์หวังว่าจะออมเงินทั้งหมดกี่บาท
10. โฉมฉายมีเงินในธนาคารจำนวน 125,000 บาท มีเหตุให้ต้องใช้จ่ายไปเหลือเพียง 75,000 บาท จงหาโฉมฉายใช้เงินไปกี่เปอร์เซ็นต์ของเงินทั้งหมด

6.2 ดอกเบี้ยคงต้น

(Simple Interest)

ในฐานะผู้บริโภค โดยเฉพาะเรื่องการจัดการทางการเงิน ความรู้เบื้องต้นทางเศรษฐศาสตร์เป็นสิ่งใกล้ตัวที่ควรทราบ ในการผลิตสินค้าและบริการเราทราบกันดีว่า มีปัจจัยการผลิต 4 ประเภท คือ ที่ดิน แรงงาน ทุน และ ผู้ประกอบการ

ที่ดิน หมายถึง ที่ดินและทรัพยากรธรรมชาติทั้งหมด เช่น ป่าไม้ น้ำฝน เป็นต้น สิ่งเหล่านี้จะมีอยู่ตามธรรมชาติ มนุษย์สร้างขึ้นเองไม่ได้ แต่สามารถพัฒนา ปรับปรุงคุณภาพของทรัพยากรธรรมชาติได้บ้าง เช่น การปรับปรุงที่ดินให้อุดมสมบูรณ์ขึ้น เป็นต้น ผลตอบแทนจากการใช้ที่ดิน เราเรียกว่า ค่าเช่า

แรงงาน หรือ ทรัพยากรมนุษย์ หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ทุนมนุษย์ ได้แก่ แรงกาย แรงใจ ความรู้ สติปัญญา และความคิด ที่มนุษย์ทุ่มเทให้แก่การผลิตสินค้าและ ผลตอบแทนของแรงงาน เรียกว่า ค่าจ้างและเงินเดือน

ทุน คือ สิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นเพื่อใช้ร่วมกับปัจจัยการผลิตอื่นๆ ในการผลิตสินค้าและบริการ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ สิ่งก่อสร้างและอุปกรณ์การผลิต ส่วนการลงทุนหมายถึง การใช้จ่ายลงทุนโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้การผลิตสินค้าและบริการเพิ่มขึ้นในอนาคต เงินทุนนั้นเป็นเพียงตัวกลางให้เกิดสินทรัพย์ประเภททุน สินทรัพย์ประเภททุนจะสะท้อนถึงกำลังการผลิตที่มีอยู่ในหน่วยผลิตหรือระบบเศรษฐกิจที่เป็นจริงได้ดีกว่าจำนวนเงินทุน ดังนั้นสินค้าทุนจึงมีความสำคัญในเชิงเศรษฐกิจมากกว่าเงินทุน แต่เนื่องจากการวัดผลตอบแทนจากปัจจัยทุนมีความยุ่งยาก โดยทั่วไปเราจึงใช้ผลตอบแทนของเงินทุนอันได้แก่ ดอกเบี้ย

ผู้ประกอบการ คือ ผู้ทำหน้าที่รวบรวมปัจจัยการผลิต 3 ประเภท ที่กล่าวมาข้างต้น เพื่อทำการผลิตสินค้าและบริการ ค่าตอบแทนของผู้ประกอบการ เรียกว่า กำไร

6.2.1 ดอกเบี้ยและอัตราดอกเบี้ย

นิยาม 6.2.1 ดอกเบี้ย (Interest) คือเงินที่ได้รับเพิ่มขึ้นจากการลงทุนด้วยเงินทุน

ในทางเศรษฐศาสตร์ดอกเบี้ยเป็นเครื่องควบคุมอัตราเงินเฟ้อ คือ เมื่อใดที่เกิดอัตราเงินเฟ้อขึ้น แสดงว่า มีปริมาณเงินในตลาด (หมายถึงเงินในมือประชาชน) จำนวนมาก และสินค้าจะราคาแพงขึ้น การขึ้นดอกเบี้ยทั้งเงินฝากและเงินกู้ ทำให้เงินได้ออกจากตลาดไป ปริมาณเงินจะลดลง เงินเฟ้อก็จะลดลง เชิงเศรษฐศาสตร์สามารถตีความออกมาได้หลายทาง แต่ในคนส่วนใหญ่มักจะเข้าใจตรงกันว่า ดอกเบี้ย คือ เงินที่จะได้เพิ่มขึ้นในลักษณะของค่าตอบแทนที่ผู้ปล่อยกู้ได้จากผู้ชื้อกู้ ซึ่งในทางกลับกันผู้ชื้อกู้ก็จำเป็นต้องจ่ายเงินในส่วนนี้ (ดอกเบี้ย) กับผู้ให้กู้นอกเหนือจากในส่วนของเงินต้นที่ผู้ชื้อมาด้วย ซึ่ง

จำนวนค่าตอบแทนในลักษณะของดอกเบี้ยจะมีการคิดในรูปแบบร้อยละเป็นหลัก เช่น ร้อยละ 3, ร้อยละ 5, ร้อยละ 20 ฯลฯ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับข้อตกลงที่ทั้งสอง ฝ่ายยินยอมร่วมกันก่อนจะทำสัญญา แต่จะต้องไม่เกินที่กฎหมายระบุไว้มิเช่นนั้นจะมีความผิด ซึ่งอัตราดอกเบี้ยอย่างเป็นทางการจะถูกกำหนดจากคณะกรรมการนโยบายการเงิน (กนง.) ในการกำกับดูแลของธนาคารแห่งประเทศไทย

นิยาม 6.2.2 อัตราดอกเบี้ย (interest rate) หมายถึง ผลตอบแทนหรือจำนวนเงินตามนิยาม 6.2.1 ที่ผู้กู้ต้องจ่ายชำระให้แก่ผู้ให้กู้ โดยสัญญาว่าจะชำระคืนเต็มมูลค่าในวันที่ครบกำหนดในขนาดตามที่ตกลงกันได้ ในการกล่าวถึง อัตราดอกเบี้ยเป็น ต่อหน่วยเวลา หมายความว่าค่าตอบแทนดังกล่าวจะมีค่าหน่วยเงินต่อเงินกู้หนึ่งหน่วยเงินต่อช่วงเวลาหนึ่งหน่วยเวลา

ตัวอย่าง 6.2.3 อัตราดอกเบี้ย 0.04 ต่อปี หมายความว่า ในช่วงเวลา 1 ปี สำหรับเงินกู้แต่ละบาท จะต้องจ่ายดอกเบี้ย 0.04 บาท อัตราดอกเบี้ย 2% ต่อเดือนหมายความว่า ในช่วงเวลา 1 เดือน สำหรับเงินกู้แต่ละบาทจะต้องจ่ายดอกเบี้ย 0.02 บาท และอัตราดอกเบี้ย 5% ต่อวันหมายความว่า ในช่วงเวลา 1 วัน สำหรับเงินกู้แต่ละบาทจะต้องจ่ายดอกเบี้ย 0.05 บาท เป็นต้น ๑๓๓

6.2.2 การนับวันเพื่อคิดดอกเบี้ย

ในบางครั้งมีการคิดดอกเบี้ยเป็นจำนวนวัน ถ้าอัตราดอกเบี้ยถูกกำหนดเป็นเดือนหรือเป็นปีก็จะต้องหาสัดส่วนของเวลาให้ถูกต้องและเป็นที่ยอมรับ ทั้งนี้หลักการเบื้องต้นของการนับวันก็ย่อมก็คือให้นับวันแรกหรือวันสุดท้ายอย่างใดอย่างหนึ่งเพียงอย่างเดียว

6.2.2.1 การกำหนดจำนวนวันใน 1 ปี

6.2.2.1.1 กำหนดให้ 1 ปี มีจำนวนวันตามจริงคือ 365 วัน หรือ 366 วันในปีอธิกสุรทิน เรียกการคิดดอกเบี้ยโดยกำหนดจำนวนวันทั้งปีแบบนี้ว่า การคิดดอกเบี้ยจริง (exact interest)

6.2.2.1.2 กำหนดให้ 1 ปี มี 360 วันเสมอ เรียกการคิดดอกเบี้ยโดยกำหนดจำนวนวันทั้งปีแบบนี้ว่าการคิดดอกเบี้ยสามัญ (ordinary interest)

6.2.2.2 การนับวันในแต่ละเดือน

6.2.2.2.1 การนับจำนวนวันตามที่เป็นจริง โดยรวมวันแรกหรือวันสุดท้ายวันใดวันหนึ่งในที่จะใช้วิธีนับวันสุดท้าย เรียกการนับวันแบบนี้ว่า การนับวันแบบเวลาจริง (exact time)

6.2.2.2.2 การนับจำนวนวัน โดยการประมาณว่า 1 เดือนมี 30 วันเท่ากันทุกเดือน เรียกการนับวันแบบนี้ว่า การนับวันแบบเวลาประมาณ (approximate time)

ตัวอย่าง 6.2.4 จำนวนวันในการกู้ยืมเมื่อวันที่ 10 มกราคม 2559 ใช้คืนเมื่อวันที่ 22 มิถุนายน 2559

เดือน	เวลาจริง	เวลาประมาณ
มกราคม	$31-10=21$	$30-10=20$
กุมภาพันธ์	29	30
มีนาคม	31	30
เมษายน	30	30
พฤษภาคม	31	30
มิถุนายน	22	22
จำนวนวันรวม	164	162

จากที่มีการกำหนดวันได้ 2 แบบใน 1 ปี และ การนับวัน 2 แบบ ทำให้การคิดดอกเบี้ยมีวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมด 4 วิธีได้แก่

วิธีที่ 1 การคิดดอกเบี้ยจริง เวลาจริง

วิธีที่ 2 การคิดดอกเบี้ยสามัญ เวลาจริง

วิธีที่ 3 การคิดดอกเบี้ยจริง เวลาประมาณ

วิธีที่ 4 การคิดดอกเบี้ยสามัญ เวลาประมาณ

วิธีที่ 2 เป็นวิธีที่ให้ประโยชน์แก่เจ้าหนี้มากที่สุดเพราะจำนวนวันที่เป็นหนี้มากที่สุดแต่ตัวหารคือจำนวนวันที่กำหนดใน 1 ปีมีน้อย เป็นวิธีที่ใช้กันทั่วไปยกเว้นแต่จะกำหนดเป็นอย่างอื่น เรียกว่ากฎของนายธนาคาร (bankers' rule) ในทางกลับกัน วิธีที่ 3 เป็นวิธีที่ให้ประโยชน์แก่ลูกหนี้มากที่สุดเพราะจำนวนวันที่เป็นหนี้มีน้อยแต่ตัวหารคือจำนวนวันที่กำหนดใน 1 ปีมีมากตามจริง จึงไม่นิยมใช้ในทางปฏิบัติ



6.2.3 ดอกเบี้ยคงต้น

ดอกเบี้ยคงต้น หมายถึง ดอกเบี้ยที่คิดจากเงินต้นเริ่มแรกซึ่งจะคงที่เสมอ

ถ้ากำหนดให้ I คือ จำนวนดอกเบี้ย

P คือ เงินต้น

r คือ อัตราดอกเบี้ยต่อหนึ่งหน่วยเวลา

และ t คือ จำนวนหน่วยระยะเวลาที่คิดดอกเบี้ย

โดยนิยามของดอกเบี้ย จะเห็นว่า

ใน 1 หน่วยเวลา ถ้ากู้เงิน 1 หน่วยเงิน แล้วจะมีดอกเบี้ย r หน่วยเงิน

ถ้ากู้เงิน P หน่วยเงิน แล้วจึงมีดอกเบี้ย pr หน่วยเงิน โดยเทียบสัดส่วน

นั่นคือสำหรับ t หน่วยเวลาในการกู้เงิน P หน่วยเงิน จึงมีดอกเบี้ย prt หน่วยเงินโดยเทียบสัดส่วน

$$\text{ดังนั้นจึงได้ว่า} \quad I = Prt$$

ตัวอย่าง 6.2.5 คุณชายธรรกรู้เงินเพื่อนมา 10,000 บาท เป็นเวลา 9 เดือน โดยที่เพื่อนคิดอัตราดอกเบี้ย 15% ต่อปี จึงมีดอกเบี้ย $I = Prt = 10,000 \times 0.15 \times \frac{9}{12} = 1,125$ บาท เมื่อครบกำหนดชำระจะต้องชำระทั้งเงินต้นทั้งดอกเบี้ย 11,125 บาท สังเกตว่าหน่วยของเวลาเป็นหน่วยเดียวกันในอัตราดอกเบี้ยและระยะเวลาการกู้ยืม

๐๓๓

ตัวอย่าง 6.2.6 คุณชายปวรรู้เงินเพื่อนมา 10,000 บาท เป็นเวลา 3 ปี 6 เดือนมาแล้ว โดยที่เพื่อนคิดดอกเบี้ยคงต้นในอัตรา 12% จึงมีดอกเบี้ย $I = Prt = 10,000 \times 0.12 \times \frac{42}{12} = 4,200$ บาท เมื่อครบกำหนดชำระจะต้องชำระทั้งเงินต้นทั้งดอกเบี้ย 14,200 บาท

๐๓๓

ตัวอย่าง 6.2.7 คุณชายพุฒิภัทรขอยืมเงิน 20,000 บาท จากเพื่อนเพื่อนำไปลงทุนค้าขาย เมื่อวันที่ 10 มกราคม 2559 โดยสัญญาว่าจะใช้คืนในวันที่ 22 มิถุนายน 2559 และจุลินคิดดอกเบี้ยจากคุณชายพุฒิภัทรแบบคงต้นในอัตรา 12% ต่อปี จงคำนวณหาจำนวนดอกเบี้ยซึ่งคิดโดยวิธี

- (1) คิดดอกเบี้ยสามัญและนับวันแบบเวลาจริง
- (2) คิดดอกเบี้ยสามัญและนับวันแบบเวลาประมาณ
- (3) คิดดอกเบี้ยจริงและนับวันแบบเวลาจริง
- (4) คิดดอกเบี้ยจริงและนับวันแบบเวลาโดยประมาณ

วิธีทำ ปี 2559 เป็นปีอธิกสุรทิน มีจำนวนวัน 366 วันในการคิดดอกเบี้ยจริง และ 360 วันในการคิดดอกเบี้ยสามัญ จากตัวอย่าง 6.2.4 นับวันยืมแบบจริงได้ 164 วัน นับวันยืมแบบประมาณได้ 162 วัน ดังนั้นดอกเบี้ยที่คำนวณได้คือ

- (1) คิดดอกเบี้ยสามัญ นับวันกู้แบบเวลาจริง

$$I = prt = 20,000 \times 0.12 \times \frac{164}{360} = 1,093.33 \text{ บาท}$$

- (2) คิดดอกเบี้ยสามัญ นับวันกู้แบบเวลาประมาณ

$$I = prt = 20,000 \times 0.12 \times \frac{162}{360} = 1,080.00 \text{ บาท}$$

- (3) คิดดอกเบี้ยจริง นับวันกู้แบบเวลาจริง

$$I = prt = 20,000 \times 0.12 \times \frac{164}{366} = 1,075.41 \text{ บาท}$$

- (4) คิดดอกเบี้ยจริง นับวันกู้แบบเวลาประมาณ

$$I = prt = 20,000 \times 0.12 \times \frac{162}{366} = 1,062.30 \text{ บาท}$$

๓๓๓

ตัวอย่าง 6.2.8 คุณชายรัชชานนท์กู้เงินจากสหกรณ์แห่งหนึ่งเป็นจำนวนเงิน 260,000 บาท เป็นเวลา 3 เดือน พอครบกำหนดเวลามัลลิกาต้องจ่ายดอกเบี้ยไปเป็นจำนวนเงิน 5,200 บาท อยากทราบว่าสหกรณ์แห่งนั้นคิดอัตราดอกเบี้ยเงินกู้นี้เป็นแบบคงต้นอัตราเท่าใดต่อปี

วิธีทำ จาก $I = prt$

จึงได้ว่า $5,200 = 260,000 \times r \times \frac{3}{12} = 65,000r$

ดังนั้น $r = \frac{5,200}{65,000} = 0.08$

ได้ว่าอัตราดอกเบี้ยคือ ร้อยละ 8 หรือ 8% ต่อปี

๓๓๓

ตัวอย่าง 6.2.9 คุณชายรณพีร์กู้เงินธนาคารเป็นจำนวนเงิน 480,000 บาทโดยธนาคารคิดดอกเบี้ย 7.5% ต่อปี เมื่อเวลาผ่านไประยะหนึ่งคุณชายรณพีร์ไปตรวจสอบบัญชีธนาคาร ปรากฏว่าธนาคารแจ้งว่าคุณชายรณพีร์เป็นหนี้ธนาคารเป็นจำนวนเงินทั้งสิ้น 498,000 บาทคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น อยากทราบว่า คุณชายรณพีร์ได้กู้เงินจากธนาคารเป็นเวลานานเท่าใด

วิธีทำ เนื่องจากดอกเบี้ย = เงินรวม – เงินต้น

$$= 498,000 - 480,000$$

$$= 18,000 \text{ บาท}$$

จาก $I = prt$

จึงได้ว่า $18,000 = 480,000 \times 0.075 \times t = 36,000t$

ดังนั้น $t = \frac{18,000}{36,000} = 0.5$

ได้ว่า เวลา คือ 0.5 ปี หรือ 6 เดือนนั่นเอง

๓๓๓

ตัวอย่าง 6.2.10 จงคำนวณหาเงินต้นที่คุณชายธราธรกู้มาเมื่อจำนวนดอกเบี้ยที่จ่ายคือ 18,000 บาท โดยเจ้าหนี้คิดอัตราดอกเบี้ย 12% ต่อปีและระยะเวลาในการกู้คือ 2 เดือน

วิธีทำ จาก $I = prt$

จึงได้ว่า $18,000 = p \times 0.12 \times \frac{2}{12} = 0.02p$

$$\text{ดังนั้น} \quad p = \frac{18,000}{0.02} = 900,000$$

ได้ว่า คุณชายธราธรกู้เงินมา 900,000 บาท

๐๓๓

การคิดดอกเบี้ยแบบคงต้นนี้ใช้กับการกู้ยืมที่ระยะเวลากู้ยืมไม่เกินงวดการคิดดอกเบี้ย โดยทางปฏิบัติ ในการชำระหนี้ ทุกๆครั้งที่มีการคิดดอกเบี้ยตามสัญญาและลูกหนี้มีหน้าที่ที่จะต้องชำระดอกเบี้ยก่อน นั่นคือจำนวนเงินที่ลูกหนี้ชำระจะถูกตั้งไปชำระดอกเบี้ยก่อนเป็นอันดับแรก ส่วนที่เหลือจะนำไปชำระเงินต้นให้ลดลงต่อไป (ดูตัวอย่าง 6.2.11) กรณีที่ครบกำหนดชำระ หรือครบกำหนดวันคิดดอกเบี้ยแล้ว ถ้าดอกเบี้ยที่เกิดขึ้นที่ยังไม่ได้ชำระ ดอกเบี้ยจำนวนนั้นจะถูกนำไปรวมเป็นเงินต้นสำหรับการคิดดอกเบี้ยครั้งต่อไป เรียกว่าดอกเบี้ยทบต้น ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

ตัวอย่าง 6.2.11 คุณชายปวรจุยืมเงินเพื่อนมา 15,000 บาท เมื่อวันที่ 10 มกราคม 2559 กำหนดใช้คืนให้หมดในวันที่ 22 มิถุนายน 2559 อัตราดอกเบี้ย 12% ต่อปี นับเวลากู้โดยการนับวันคืนเงิน (นับวันชำระ) เมื่อยืมไปแล้ว คุณชายปวรจุย ทຍຍ នាំเงินไปคืนทุกวันสิ้นเดือนของแต่ละเดือน ครั้งละ 2,000 บาท ยกเว้นในเดือนสุดท้ายมีการชำระทั้งหมด จงเขียนตารางการชำระหนี้ รายการชำระดอกเบี้ย รายการชำระเงินต้น พร้อมยอดหนี้คงเหลือในแต่ละงวด ถ้าเพื่อนคิดดอกเบี้ยตามกฎหมายของนายธนาคาร (ดอกเบี้ยสามัญ เวลาจริง)

วิธีทำ ตามกฎหมายของนายธนาคาร (ดอกเบี้ยสามัญ เวลาจริง) บั้วันใน 1 ปี ได้ 360 วัน

อัตราดอกเบี้ย 0.12 ต่อปี

(1) ในการชำระครั้งแรก วันที่ 31 มกราคม 2559 นับเวลากู้ได้ 21 วัน

จาก $I = prt$

$$\text{จึงได้ว่า} \quad I = 15,000 \times 0.12 \times \frac{21}{360} = 105.00$$

ในวันนี้ ชำระดอกเบี้ย 105.00 บาท ดังนั้นเป็นการชำระเงินต้น $2,000.00 - 105.00 = 1,895.00$

เงินต้นคงเหลือ $15,000.00 - 1,895.00 = 13,105.00$

(2) ในการชำระครั้งที่สอง วันที่ 29 กุมภาพันธ์ 2559 นับเวลากู้ได้ 29 วัน

จาก $I = prt$

$$\text{จึงได้ว่า} \quad I = 13,105 \times 0.12 \times \frac{29}{360} = 126.69 \text{ (ปัดเศษทศนิยมขึ้น)}$$

ในวันนี้ ชำระดอกเบี้ย 126.69 บาท ดังนั้นเป็นการชำระเงินต้น $2,000.00 - 126.69 = 1,873.31$

เงินต้นคงเหลือ $13,105.00 - 1,873.31 = 11,231.69$

(3) ในการชำระครั้งที่สาม วันที่ 31 มีนาคม 2559 นับเวลากู้ได้ 31 วัน

จาก $I = prt$

จึงได้ว่า $I = 11,231.69 \times 0.12 \times \frac{31}{360} = 116.07$ (ปัดเศษทศนิยมขึ้น)

ในวันนี้ ชำระดอกเบี้ย 116.07 บาท ดังนั้นเป็นการชำระเงินต้น $2,000.00 - 116.07 = 1,883.93$

เงินต้นคงเหลือ $11,231.69 - 1,883.93 = 9,347.76$

(4) ในการชำระครั้งที่สี่ วันที่ 30 เมษายน 2559 นับเวลาได้ 30 วัน

จาก $I = prt$

จึงได้ว่า $I = 9,347.76 \times 0.12 \times \frac{30}{360} = 93.48$ (ปัดเศษทศนิยมขึ้น)

ในวันนี้ ชำระดอกเบี้ย 93.48 บาท ดังนั้นเป็นการชำระเงินต้น $2,000.00 - 93.48 = 1,906.52$

เงินต้นคงเหลือ $9,347.76 - 1,906.52 = 7,441.24$

(5) ในการชำระครั้งที่ห้า วันที่ 31 พฤษภาคม 2559 นับเวลาได้ 31 วัน

จาก $I = prt$

จึงได้ว่า $I = 7,441.24 \times 0.12 \times \frac{31}{360} = 76.90$ (ปัดเศษทศนิยมขึ้น)

ในวันนี้ ชำระดอกเบี้ย 76.90 บาท ดังนั้นเป็นการชำระเงินต้น $2,000.00 - 76.90 = 1,923.10$

เงินต้นคงเหลือ $7,441.24 - 1,923.10 = 5,518.14$

(6) ในการชำระครั้งสุดท้าย วันที่ 22 มิถุนายน 2559 นับเวลาได้ 22 วัน

จาก $I = prt$

จึงได้ว่า $I = 5,518.14 \times 0.12 \times \frac{22}{360} = 40.47$ (ปัดเศษทศนิยมขึ้น)

ในวันนี้ ชำระดอกเบี้ย 40.47 บาท และเนื่องจากเป็นการชำระหนี้ทั้งหมดตามสัญญา จึงต้องชำระเงินต้นที่เหลือทั้งหมดด้วย ดังนั้นเป็นการชำระเงินทั้งสิ้น $5,518.14 + 40.47 = 5,558.61$ บาท เป็นอันหักลบกลบหนี้ เมื่อนำมาเขียนตารางการผ่อนชำระ จะได้ดังนี้

วันที่ชำระ	เงินต้น	ชำระดอกเบี้ย	ชำระเงินต้น	ชำระรวม	เงินต้นคงเหลือ
31-01-59	15,000.00	105.00	1,895.00	2,000.00	13,105.00
29-02-59	13,105.00	126.69	1,873.31	2,000.00	11,231.69
31-03-59	11,231.69	116.07	1,883.93	2,000.00	9,347.76
30-04-59	9,347.76	93.48	1,906.52	2,000.00	7,441.24
31-05-59	7,441.24	76.90	1,923.10	2,000.00	5,518.14
22-06-59	5,518.14	40.47	5,518.14	5,558.61	0.00

ตารางที่ 6.2.1 การผ่อนชำระหนี้ของคุณชายปวรรุจ

แบบฝึกหัด 6.2

1. จงหาดอกเบี้ยของเงินต้น 7500 บาท อัตราดอกเบี้ย 7% เวลา 4 เดือน
2. จงหาดอกเบี้ยและเงินรวม (เงินต้นรวมกับดอกเบี้ย) ของเงินต้น 11,250 บาท อัตราดอกเบี้ย 12% เวลา 7 เดือน
3. คุณชายพุดธิภัทรกู้เงิน 1,500 บาท เวลา 2 เดือน ต้องจ่ายคืนพร้อมดอกเบี้ย 1,590 บาท จงหาอัตราดอกเบี้ย
4. คุณชายรัชชานนท์นำเงินไปฝากธนาคาร 8,400 บาท อัตราดอกเบี้ย 7.5% ระยะเวลา 10 เดือน เท่าใด จึงจะได้ ดอกเบี้ย 245 บาท
5. คุณชายรณพีร์กู้เงินมา 30,000 บาท อัตราดอกเบี้ย 10% เมื่อนำเงินไปคืนพร้อมดอกเบี้ย เขาต้องจ่ายดอกเบี้ย 750 บาท จงหาว่าคุณชายรณพีร์ไปนานเท่าใด
6. คุณชายธราธรกู้เงินมาจำนวนหนึ่ง อัตราดอกเบี้ย 7% เวลา 8 เดือน ต้องชำระดอกเบี้ย 105 บาท คุณชายธราธรกู้เงินมาเท่าใด
7. คุณชายปวรจุลลงทุนพิมพ์หนังสือขาย ภายใน 15 เดือน เขาได้กำไร 26,000 บาท ซึ่งคิดเป็นร้อยละได้ร้อยละ 13 ต่อปี จงหาเงินลงทุน
8. คุณชายพุดธิภัทรนำเงินฝากไว้กับธนาคารเป็นเวลา 8 ปี ปรากฏว่าได้ดอกเบี้ยเท่ากับเงินต้น สมมุติว่าธนาคารคิดดอกเบี้ยคงต้น จงหาอัตราดอกเบี้ย
9. คุณชายรัชชานนท์นำเงินฝากไว้กับธนาคารจำนวนหนึ่ง จะใช้เวลานานเท่าใดจึงจะได้เงินรวมเป็น 2 เท่าของเงินต้น ถ้าสมมุติว่าธนาคารคิดดอกเบี้ยคงต้น อัตราดอกเบี้ย 12%
10. คุณชายรณพีร์นำนาฬิกาไปจำนำได้เงินมา 1,200 บาท กำหนดไว้ใน 3 เดือน อัตราดอกเบี้ย 15% คุณชายรณพีร์ต้องไถ่ด้วยเงินเท่าใด
11. คุณชายธราธรกู้เงินมา 200,000 บาท อัตราดอกเบี้ย 12% เพื่อมาซื้อที่ดิน คุณชายธราธรขายที่ดินไปในเวลา 3 เดือนได้เงินมา 250,000 บาท เมื่อใช้หนี้แล้วคุณชายธราธรได้กำไรเท่าไร
12. คุณชายปวรจุลนำเงินฝาก 20,000 บาท ระยะเวลา 6 เดือน อัตราดอกเบี้ย 7.5% จงหาเงินรวม
13. ถ้าธนาคารให้ดอกเบี้ยเงินฝาก 8% แบบคงต้น คุณชายพุดธิภัทรจะต้องนำเงินฝากเท่าใดจึงจะได้เงินรวม 45,000 บาท ในเวลา 9 เดือน
14. เงินต้น 4,500 บาท ได้เงินรวม 5,000 บาท ในเวลา 2 เดือน จงหาอัตราดอกเบี้ย
15. คุณชายรัชชานนท์ซื้อตู้เย็นเครื่องหนึ่งซึ่งมีราคาเงินสด 8,500 บาท ถ้าคุณชายรัชชานนท์ต้องการผ่อน 2 งวด งวดแรกจ่ายเมื่อซื้อ 5,000 บาทและจ่ายอีก 4,000 บาท ในอีก 3 เดือน ถัดไป ผู้ขายคิดอัตราดอกเบี้ยเท่าใด

16. คุณชายรณพีร์ซื้อเครื่องซักผ้าด้วยระบบเงินผ่อน ซึ่งจะจ่ายชำระ 3 งวด งวดละ 3,000 บาท งวดแรกจ่ายเมื่อซื้อ อีก 2 งวดจ่ายในเดือนถัดไป 3,000 บาท และเดือนถัดไปอีก 3,000 บาท ถ้าอัตราดอกเบี้ย 15% จงหาราคาเงินสด
17. คุณชายธราธรซื้อตู้เย็น ผู้ขายเสนอราคาเงินสด 12,000 บาท หรือเอาไปใช้ก่อนแล้วค่อยจ่าย 13,000 บาท ในอีก 6 เดือนถัดไป ถ้าคุณชายธราธรสามารถกู้เงินมาซื้อเงินสด อัตราดอกเบี้ย 10% เขาควรเลือกวิธีใด และจะประหยัดได้เท่าไรในปัจจุบัน
18. คุณชายปวรจุรกู้เงินจากสถาบันการเงินมา 150,000 บาท อัตราดอกเบี้ย 7% ปรากฏว่าเมื่อใช้คืน คุณชายปวรจุรต้องจ่ายเป็นเงิน 175,000 บาท คุณชายปวรจุรกู้เงินมานานเท่าใด
19. จงหาดอกเบี้ยสามัญและดอกเบี้ยจริงของเงินต้น 7,500 บาท เวลา 100 วัน อัตราดอกเบี้ย 6%
20. จงหาดอกเบี้ยสามัญและดอกเบี้ยจริงของเงินต้น 1,200 บาท เวลา 45 วัน อัตราดอกเบี้ย 8%
21. จงหาจำนวนวันจริงและจำนวนวันโดยประมาณจาก 5 มีนาคม ถึง 28 กันยายนปีเดียวกัน
22. จงหาจำนวนวันจริงและจำนวนวันโดยประมาณจากวันที่ 2 มกราคม 2563 ถึงวันที่ 5 ตุลาคม 2563
23. คุณชายพุดทิภัทรกู้เงิน 50,000 บาท เมื่อวันที่ 15 พฤศจิกายน 2559 จนถึงวันที่ 20 กุมภาพันธ์ 2560 ถ้าคิดดอกเบี้ย 6% จงหาดอกเบี้ยโดยวิธีต่าง ๆ ทั้ง 4 แบบ
24. คุณชายรัชชานนท์กู้เงิน 30,000 บาท เมื่อวันที่ 15 ธันวาคม 2558 อัตราดอกเบี้ย 6% จงหาดอกเบี้ยเมื่อถึง วันที่ 8 เมษายน 2559 ตามกฎของนายธนาคาร
25. คุณชายรณพีร์กู้เงิน 30,000 บาท ในวันที่ 15 มีนาคม 2559 จนถึงวันที่ 18 กันยายน 2559 ถ้าอัตราดอกเบี้ย 9% จงหาดอกเบี้ย โดยวิธีต่าง ๆ ทั้ง 4 แบบ
26. คุณชายธราธรนำเงินฝากเดือนละ 1,000 บาท ทุกวันที่ 1 ของเดือน ตั้งแต่เดือนมกราคม 2559 ถึงเดือนมีนาคม 2559 ถ้าธนาคารคิดดอกเบี้ยให้ในวันที่ 31 มีนาคม 2559 ด้วยอัตรา 6% จงหาเงินรวมในวันนั้นตามกฎของนายธนาคาร
27. คุณชายปวรจุนำเงินฝากเดือนละ 1,000 บาท ทุกวันที่ 1 ของเดือน ตั้งแต่เดือนมกราคม 2559 ถึงเดือนมีนาคม 2559 ถ้าธนาคารคิดดอกเบี้ยให้ในวันที่ 31 ธันวาคม 2559 ด้วยอัตรา 6% จงหาเงินรวมในวันนั้นตามกฎของนายธนาคาร
28. คุณชายพุดทิภัทรนำเงินฝากเดือนละ 1,000 บาท ทุกวันที่ 1 ของเดือน ตั้งแต่เดือนมกราคม 2559 ถึงเดือนธันวาคม 2559 ถ้าธนาคารคิดดอกเบี้ยให้ในวันที่ 31 ธันวาคม 2559 ด้วยอัตรา 6% จงหาเงินรวมในวันนั้นตามกฎของนายธนาคาร
29. จงหาอัตราดอกเบี้ยคงต้นต่อปี สำหรับเงินต้น 500 บาท ที่จะเป็นเงินสะสมรวม 1,000 บาท ในเวลา 5 ปี
30. จงหาระยะเวลาสำหรับเงินต้น 500 บาท ที่จะเป็นเงินสะสมรวม 1,000 บาท ด้วยอัตราดอกเบี้ยคงต้น 12%

6.3 ดอกเบี้ยทบต้น

(Compound Interest)

นิยาม 6.3.1 ดอกเบี้ยทบต้น หมายถึง ดอกเบี้ยที่คิดจากเงินต้นเริ่มแรกบวกกับดอกเบี้ยที่ได้รับในแต่ละงวดการคิดดอกเบี้ยที่ผ่าน มาโดยมีแนวคิดว่าได้มีการนำจำนวนดอกเบี้ยที่ได้รับในงวดก่อน ๆ นั้นไปลงทุนต่อ อันจะมีผลให้ดอกเบี้ยที่คำนวณได้เพิ่มขึ้นทุกปีตามเงินต้นที่เพิ่มขึ้นนั้น

การคำนวณดอกเบี้ยทบต้นจะยุ่งยากกว่าการคำนวณดอกเบี้ยเชิง เดียว เพราะเงินต้นที่นำมาคิดดอกเบี้ยในแต่ละปีจะไม่เท่ากันและนอกจากนี้ ในวงการธุรกิจประเภทต่าง ๆ ก็ยังนิยมคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อช่วงเวลาที่แตกต่างกันอีกด้วย เช่น อาจจะคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อปี ต่อครึ่งปี ต่อเดือนจนไปถึงต่อวันก็ได้ อีกทั้งในการลงทุนบางอย่าง ผลตอบแทนกว่าจะได้รับใช้เวลาหลายปีมาก ดังนั้น จึงมีการคิดสูตรทั่วไปในการหาดอกเบี้ยทบต้น ดังนี้

ถ้ากำหนดให้ P คือ เงินต้น

r คือ อัตราดอกเบี้ยต่อหนึ่งหน่วยเวลา ซึ่งต่อจากนี้ไปจะเรียกว่า งวด

และ n คือ จำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ย

ต่อไปจะเป็นตารางแสดงเงินรวม (เงินต้น+ดอกเบี้ย) ในแต่ละงวดหลังจากการคิดดอกเบี้ยและยังไม่มี การชำระดอกเบี้ย

งวดที่	เงินต้น	ดอกเบี้ย	เงินรวม
1	P	Pr	$P + Pr = P(1+r)$
2	$P(1+r)$	$P(1+r)r$	$P(1+r) + P(1+r)r = P(1+r)^2$
3	$P(1+r)^2$	$P(1+r)^2 r$	$P(1+r)^2 + P(1+r)^2 r = P(1+r)^3$
...			
n	$P(1+r)^{n-1}$	$P(1+r)^{n-1} r$	$P(1+r)^{n-1} + P(1+r)^{n-1} r = P(1+r)^n$

นั่นคือถ้า S_n เป็นจำนวนเงินรวมเมื่อสิ้นงวดที่ n แล้ว

$$S_n = P(1+r)^n$$

ตัวอย่าง 6.3.2 คุณชายรัชชานนท์กู้เงิน 3,000 บาท ระยะเวลา 3 ปี อัตราดอกเบี้ย 12% จงหาเงินรวม และดอกเบี้ย ถ้า คิดดอกเบี้ยทบต้นปีละ 4 ครั้ง

วิธีทำ จะเห็นว่าอัตราดอกเบี้ยต่อปีคือ 12 % หรือ 0.12 แต่ในที่นี้มีการคิดดอกเบี้ยปีละ 4 ครั้ง ดังนั้น ในเวลา 3 ปีจึงจะมีการคิดดอกเบี้ยทั้งหมด 12 ครั้ง และแต่ละครั้งจะใช้อัตราดอกเบี้ยเพียง $0.12 / 4$ เท่ากับ 0.03 หรือ 3%

จาก

$$S_n = P(1+r)^n$$

ในข้อนี้จะได้ว่า $n=12$ $r=0.03$ และ $P=3,000$ ดังนั้น

เงินรวมคือ

$$S_{12} = 3,000 \times (1 + 0.03)^{12} = 3,000 \times (1.03)^{12} = 4,277.08$$

และได้ว่าดอกเบี้ยคือ $4,277.08 - 3,000 = 1,277.08$

©

ตัวอย่าง 6.3.3 คุณชายรณพีร์กู้เงิน 6,000 บาท ระยะเวลา 3 ปี อัตราดอกเบี้ย 15%

จงหาเงินรวมและดอกเบี้ย ถ้า

- ก) คิดดอกเบี้ยคงต้น
- ข) คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 12 เดือน
- ค) คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 6 เดือน
- ง) คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 4 เดือน
- จ) คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 3 เดือน
- ฉ) คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 2 เดือน
- ช) คิดดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือน

วิธีทำ (ก) จาก $I = prt$ จึงได้ว่า $I = 6,000 \times 0.15 \times 3 = 2,700$

ดังนั้น เงินรวม = เงินต้น + ดอกเบี้ย = $6,000 + 2,700 = 8,700$ บาท

(ข) คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 12 เดือน คือ ปีละครั้ง ในเวลา 3 ปี จึงมี $n = 3$ ในอัตราครั้งละ

$r=0.15$ จาก $S_n = P(1+r)^n = 6,000(1+0.15)^3 = 9,125.25$

ดังนั้น เงินรวม = 9,125.25 บาท

(ค) คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 6 เดือน เป็นการคิดดอกเบี้ยปีละ 2 ครั้ง ในเวลา 3 ปี จึงมี $n = 6$ ในอัตราครั้งละ $r=0.15 / 2 = 0.075$ จาก $S_n = P(1+r)^n = 6,000(1+0.075)^6 = 9,259.81$

ดังนั้น เงินรวม = 9,259.81 บาท

(ง) คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 4 เดือน เป็นการคิดดอกเบี้ยปีละ 3 ครั้ง ในเวลา 3 ปี จึงมี $n = 9$ ในอัตราครั้งละ $r=0.15 / 3 = 0.05$ จาก $S_n = P(1+r)^n = 6,000(1+0.05)^9 = 9,307.97$

ดังนั้น เงินรวม = 9,307.97 บาท

(จ) คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 3 เดือน เป็นการคิดดอกเบี้ยปีละ 4 ครั้ง ในเวลา 3 ปี จึงมี $n = 12$ ในอัตราครั้งละ $r=0.15 / 4 = 0.0375$

จาก $S_n = P(1+r)^n = 6,000(1+0.0375)^{12} = 9,332.73$

ดังนั้น เงินรวม = 9,332.73 บาท

(ฉ) คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 2 เดือน เป็นการคิดดอกเบี้ยปีละ 6 ครั้ง ในเวลา 3 ปี จึงมี $n = 18$ ในอัตราครั้งละ $r=0.15 / 6 = 0.025$

จาก $S_n = P(1+r)^n = 6,000(1+0.025)^{18} = 9,357.95$ ดังนั้น เงินรวม = 9,357.95 บาท

(ข) คัดดอกเบี้ยยทบต้นทุกเดือน เป็นการคิดดอกเบี้ยปีละ 12 ครั้ง ในเวลา 3 ปี

จึงมี $n = 36$ ในอัตราครึ่งละ $r = 0.15 / 12 = 0.0125$

จาก $S_n = P(1+r)^n = 6,000(1+0.0125)^{36} = 9,383.66$

ดังนั้น เงินรวม = 9,383.66 บาท

จะสังเกตเห็นว่า ในการลงทุนด้วยเงินต้นเท่ากับ อัตราดอกเบี้ยต่อปีอัตราเดียวกัน และ ระยะเวลาลงทุนเท่ากัน ยิ่งมีการคิดดอกเบี้ยทบต้นบ่อยครั้งมากเท่าใดก็จะยิ่งทำให้เงินรวมมากขึ้น

มูลค่าปัจจุบัน (Present Value) นิยามขึ้นตามหลักแนวคิดที่ว่า เงิน 1 บาท หรือ 1 หน่วยในวันนี้ จะมีค่าเท่าไรในอนาคต หรือ เงินจำนวนหนึ่งในอนาคต ถ้าคิดย้อนกลับมาในวันนี้จะมีค่าเท่าไร โดยตามหลักทั่วไปแล้ว เรามักจะกล่าวกันว่า เงิน 1 หน่วยในวันนี้ จะมีค่ามากขึ้นในอนาคต ซึ่งตัวแปรสำคัญที่ทำให้เป็นเช่นนั้น คือ อัตราดอกเบี้ยที่เป็นบวก เงินที่ได้รับในวันนี้ย่อมมีค่ามากกว่าเงินจำนวนเท่ากันที่จะได้รับในอนาคต ตัวอย่างต่อไปนี้จะทำให้เห็นภาพชัดเจนขึ้น

สมมติเรามีเงิน 100 บาทในวันนี้ และนำไปฝากประจำกับธนาคารได้อัตราดอกเบี้ย 4% ทบต้นเป็นเวลา 2 ปี เมื่อครบกำหนดเราจะได้รับเงินคืนทั้งหมดเท่ากับ $100 \times 1.04 \times 1.04 = 108.16$ บาท ในขณะเดียวกัน หากเราคาดว่าจะได้รับเงิน 100 บาทในอนาคตอีก 2 ปีข้างหน้า นั้นหมายความว่า ท่านจะต้องลงทุนเป็นจำนวนเงิน 92.45 บาทในวันนี้ เนื่องจาก $92.45 \times 1.04 \times 1.04 = 100$ ดังนั้นเงิน 100 บาทในอีก 2 ปีข้างหน้าก็จะมีมูลค่าปัจจุบันในวันนี้ของก็คือ 92.45 บาทนั่นเอง นั่นแสดงว่าเงิน 100 บาทในวันนี้มีค่ามากกว่าเงิน 100 บาทในอนาคต แต่ทั้งนี้ จะมาน้อยกว่ากันเท่าใดก็ขึ้นกับอัตราดอกเบี้ย ในกรณีที่อัตราดอกเบี้ยเป็น 0 ก็จะทำให้เงิน 100 บาท ณ เวลาไหน ๆ มีค่าเท่ากันเสมอ

นิยาม 6.3.4 สำหรับเงินต้น P บาท ณ เวลาปัจจุบัน โดยการคิดดอกเบี้ยทบต้นเป็นจำนวน n งวด อัตราดอกเบี้ยทบต้น r ต่องวด จะได้เงินรวมคือ $S = P(1+r)^n$ เรียก P ว่ามูลค่าปัจจุบันของ S จากนิยามจะได้ว่า

$$P = \frac{S}{(1+r)^n}$$

ตัวอย่าง 6.3.5 เงินจำนวน 25,000 บาท ลงทุนในอัตราดอกเบี้ย 12% ทบต้นทุก 6 เดือน เป็นเวลา 4 ปี จะได้เงินรวมในอีก 4 ปีข้างหน้าคือ

$$S = 25,000 \left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^8 = 39,846.20 \text{ บาท}$$

กรณีนี้เรากล่าวได้ว่า 25,000 เป็นค่าปัจจุบันของ 39,846.20 ภายใต้เงื่อนไขระยะเวลาและอัตราดอกเบี้ยดังกล่าว

ตัวอย่าง 6.3.6 จะต้องลงทุนเป็นจำนวนเงินเท่าใด เพื่อให้ได้เงินรวมจำนวน 25,000 บาท ในอัตราดอกเบี้ย 12% ทบต้นทุกเดือน เป็นเวลา 4 ปี

วิธีทำ เราต้องการหาค่าปัจจุบันของเงิน 25,000 ซึ่งก็คือ

$$P = \frac{25,000}{\left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{48}} = 15,506.51 \text{ บาท}$$

©mm

ตัวอย่าง 6.3.7 จงหาว่าเงิน 2,000 บาทในปัจจุบัน เงิน 2,250 บาท ในอีกหนึ่งปีข้างหน้า และเงิน 2,500 บาท ในอีกหนึ่งปีถัดไปมีมูลค่าจริงมากน้อยต่างกันอย่างไรถ้ามีการคิดดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือนในอัตรา 12% ต่อปี

วิธีทำ ให้ P_1 เป็นมูลค่าปัจจุบันของเงิน 2,250 บาทในอีกหนึ่งปีข้างหน้า และ ให้ P_2 เป็นมูลค่าปัจจุบันของเงิน 2,500 บาทในอีกหนึ่งปีถัดไป (2 ปีข้างหน้านับจากปัจจุบัน) เนื่องจากมีการคิดดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือน ในอัตรา 0.12 ต่อปีหรือ $0.12 / 12 = 0.01$ ต่อเดือน จะได้ว่า

$$P_1 = \frac{2,250}{\left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12}} = \frac{2,250}{1.01^{12}} = 1,996.76 \quad \text{และ} \quad P_2 = \frac{2,500}{\left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{24}} = \frac{2,500}{1.01^{24}} = 1,968.92$$

นั่นคือเทียบมูลค่าปัจจุบันแล้ว เงิน 2,000 บาท มีค่าสูงกว่า 2,250 บาทในปีหน้า และสูงกว่าเงิน 2,500 บาทในปีถัดไป

©mm

แบบฝึกหัด 6.3

1. จงหาเงินรวมของเงินต้น 6,500 บาท อัตราดอกเบี้ย 12% เวลา 2 ปี
ก. ทบต้นปีละครั้ง ข. ทบต้นปีละ 2 ครั้ง ค. ทบต้นปีละ 4 ครั้ง
2. หญิงใหญ่กู้เงิน 20,000 บาท ระยะเวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ย 15% ทบต้นเดือนละครั้ง จงหาดอกเบี้ยและเงินรวมที่หญิงใหญ่ต้องจ่าย
3. ชายกลางกู้เงิน 25,000 บาท ระยะเวลา 1 ปี อัตราดอกเบี้ย 12% คิดดอกเบี้ยคงต้น เมื่อได้เงินกู้ ชายกลางนำเงินทั้งหมดไปให้คนอื่นกู้ต่อ อัตราดอกเบี้ย 12% เท่ากัน แต่คิดดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือน จงหาว่าใครที่ชายกลางได้รับเมื่อสิ้นปี
4. จงหาเงินรวมของเงินต้น 3,000 บาท เวลา 12 ปี อัตราดอกเบี้ย 9% คิดทบต้นทุกเดือน
5. เงินต้น 4,000 บาท ระยะเวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ย 12% จงหาดอกเบี้ย
ก. ทบต้นทุกเดือน ข. ทบต้นทุก 3 เดือน
6. จงหาค่าปัจจุบันของเงิน 4,000 บาท ระยะเวลา 2 ปี 6 เดือน อัตราดอกเบี้ย 15% ทบต้นปีละ 4 ครั้ง
7. หญิงเล็กกู้เงินมาจำนวนหนึ่ง ระยะเวลา 4 ปี อัตราดอกเบี้ย 15% ทบต้นทุกครึ่งปี ได้เงินรวม 23,600 บาท หญิงเล็กกู้เงินมาเท่าใด
8. ธนาคารให้ดอกเบี้ย 10% ทบต้นปีละ 2 ครั้ง ชายน้อยจะต้องฝากเงินไว้เท่าไร จึงจะได้ดอกเบี้ย 5,963.94 บาท ในระยะเวลา 3 ปี
9. ธนาคารให้ดอกเบี้ย 6% ทบต้นปีละ 4 ครั้ง จะต้องฝากเงินไว้เท่าไร พจมานจึงจะได้ดอกเบี้ย 2,500 บาท ในระยะเวลา 2 ปี
10. ธนาคารแห่งหนึ่งให้ดอกเบี้ย 9% ทบต้นปีละ 2 ครั้ง อีกธนาคารหนึ่งให้ดอกเบี้ย 8% ทบต้นทุกเดือน ถ้าพจนามีเงิน 50,000 บาท ควรจะฝากธนาคารแห่งใดจึงจะได้ดอกเบี้ยมากกว่า และมากกว่าเป็นจำนวนเงินเท่าไรเมื่อฝากครบ 1 ปี
11. ธนาคารแห่งหนึ่งให้ดอกเบี้ยเงินฝากปีละครั้ง อัตราดอกเบี้ย 9% ธนาคารอีกแห่งหนึ่งให้ดอกเบี้ยทุกเดือน อัตราดอกเบี้ย 7.5% หม่อมพรรณรายควรฝากเงินกับธนาคารแห่งใด
12. นำแพรวจะต้องได้รับเงิน 32,000 บาท ใน 3 ปีข้างหน้า จงหาค่าปัจจุบันของเงินดังกล่าว ถ้าอัตราดอกเบี้ย 12% ทบต้นทุก 6 เดือน
13. จงหาเงินรวมของเงินต้น 5,300 บาท เวลา 4 ปี 3 เดือนอัตราดอกเบี้ย 9% ทบต้นทุกครึ่งปี
14. จงหาเงินรวมของเงินต้น 4,500 บาท เวลา 1 ปี 2 เดือน อัตรา 12% ทบต้นปีละ 4 ครั้ง
15. จงหาค่าปัจจุบันของเงินรวม 8,000 บาท เวลา 3 ปี 7 เดือน อัตรา 6% ทบต้นปีละ 3 ครั้ง
16. จงหาค่าปัจจุบันของเงินรวม 6,500 บาท เวลา 3 ปี 4 เดือน อัตรา 10% ทบต้นปีละ 2 ครั้ง

17. ท่านผู้หญิงโฉโฉมีหนี้ที่จะต้องใช้ในปัจุบัน 20,000 บาท และยังมีหนี้ที่จะต้องใช้ในเวลา 1 ปี 6 เดือนข้างหน้าอีก 40,000 บาท ถ้าท่านผู้หญิงโฉโฉต้องการใช้หนี้ทั้งหมดใน 6 เดือนข้างหน้า ท่านผู้หญิงโฉโฉต้องจ่ายเท่าไร ในอัตราดอกเบี้ย 18% ทบต้นทุกสามเดือน
18. นางสาวใจบุญเงินมา 10,000 บาท อัตราดอกเบี้ย 12% ทบต้นทุกเดือน แต่นางสาวใจบุญตกลงใจที่จะจ่ายเป็น 3 งวด โดยจ่ายเท่า ๆ กันในเดือนที่ 6 และเดือนที่ 12 งวดละ 4,000 บาท และจ่ายที่เหลือทั้งหมดเมื่อสิ้นปีที่ 2 จงหาจำนวนเงินงวดสุดท้ายที่นางสาวใจบุญต้องจ่าย
19. ท่านต่อมขายโทรทัศน์ราคาเงินสด 13,500 บาท ถ้าผู้ซื้อจ่ายโดยเงินผ่อนจะต้องจ่ายเงินดาวน์จำนวนหนึ่งเมื่อซื้อ และจ่ายอีก 2 งวดเท่า ๆ กัน งวดละ 5,000 บาท เมื่อสิ้นเดือนที่ 3 และเมื่อสิ้นปี ถ้าอัตราดอกเบี้ย 15% ทบต้นทุกเดือน จงหาจำนวนเงินดาวน์
20. ก่อนเสียชีวิตคุณตาสุพลได้ฝากเงิน 500,000 บาท ไว้กับธนาคารเพื่อเป็นมรดกให้หลานสามคน ซึ่งปัจจุบันมีอายุ 18 ปี 15 ปี และ 14 ปี โดยมีเงื่อนไขว่า ให้หลานแต่ละคนรับเงินเมื่ออายุครบ 21 ปี เป็นจำนวนเงินเท่า ๆ กัน ถ้าธนาคารให้ดอกเบี้ยด้วยอัตรา 6% ทบต้นทุกครึ่งปี จงหาจำนวนเงินที่หลานแต่ละคนจะได้รับ



รูปที่ 6.3.2 บ้านทรายทอง

ที่มา : <https://pbs.twimg.com/media/CmckrJ5VIAAkQEn.jpg>

6.4 การซื้อผ่อนส่ง

(Installment Buying)

ในหัวข้อที่ผ่านมา เราได้กล่าวถึงการชำระหนี้แบบลดต้นลดดอก และนอกจากนี้ผู้เรียนยังฝึกแก้ปัญหาเกี่ยวกับการซื้อแบบผ่อนส่งมาบ้างแล้วในแบบฝึกหัด 6.3 ซึ่งการซื้อแบบผ่อนส่งที่ได้ทำมาเป็นแบบง่าย ๆ ไม่ได้ผ่อนหลายงวดและไม่มีรูปแบบชัดเจน ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการการซื้อผ่อนส่งที่มีรูปแบบชัดเจนมากขึ้น กล่าวคือ การผ่อนส่งที่มีงวดการผ่อนเท่า ๆ พร้อม ๆ กับงวดการคิดดอกเบี้ย เช่นเป็นรายเดือน เป็นสามเดือน หรือรายปีเหมือน ๆ กัน นอกจากนี้จำนวนเงินที่ผ่อนในแต่ละเดือนก็จะเป็นจำนวนคงที่ หรือที่เรียกกันอีกชื่อหนึ่งว่า การชำระค่ารายงวด หรือการจ่ายค่ารายงวด หรือการจ่ายค่างวด

เนื่องจากเงินรวมของเงินรายงวดเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มีพจน์แรกเป็นค่า R ค่าหนึ่งและพจน์ถัดไปเป็น $R(1+i)^k$ เมื่อ $k = 1, 2, 3, \dots, n$ เป็นจำนวนงวดทั้งหมดจึงสามารถใช้ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตจำกัดหาค่าของเงินรวมนั้นได้ ซึ่งในที่นี้เงินรวม

$$S = R + R(1+i) + R(1+i)^2 + R(1+i)^3 + \dots + R(1+i)^{n-1} = R \left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} \right) = R \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

ทฤษฎีบท 6.4.1 ในการส่งเงินงวดละ R บาท ตอนปลายงวด จำนวน n งวด ในอัตราดอกเบี้ยทบต้น i ต่องวด จะได้เงินรวมหลังจากการส่งงวดสุดท้ายคือ

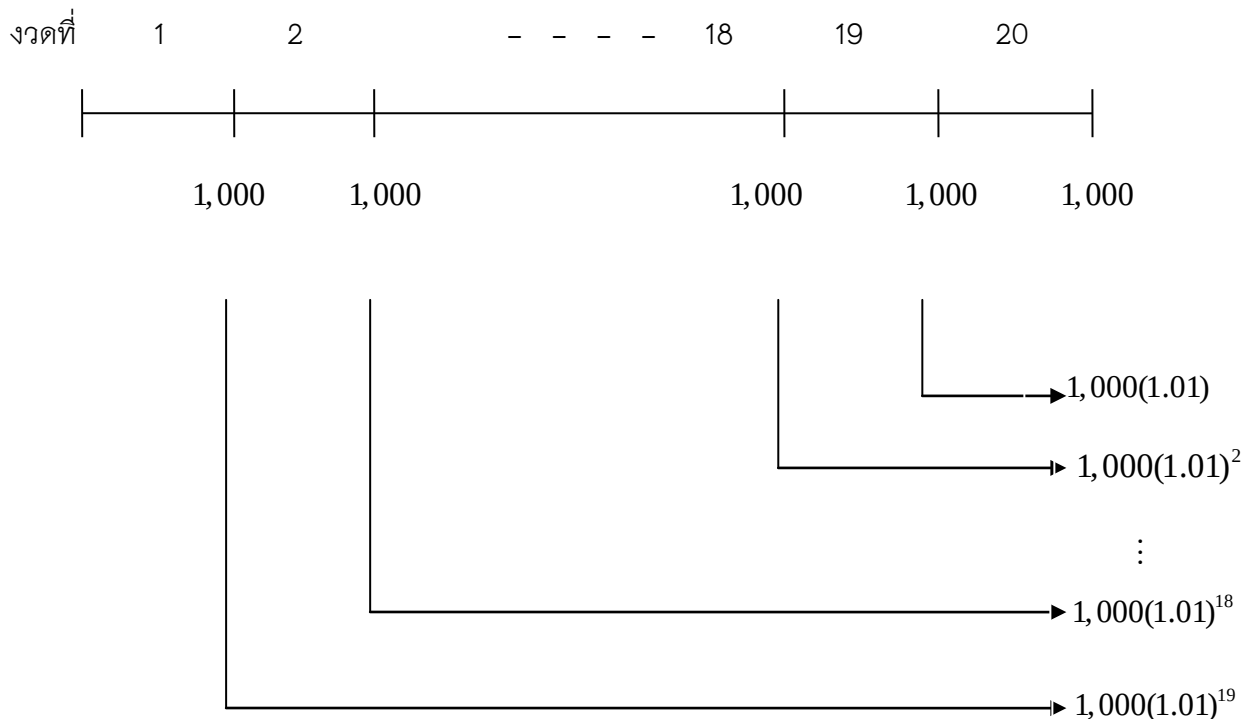
$$S = R \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

รูปที่ 6.4.1 โฆษณาการซื้อผ่อนส่ง

ที่มา : <http://www.jaymart.co.th/images/pay0month/oppo.jpg>

ตัวอย่าง 6.4.2 ส่งเงินเดือนละ 1,000 บาท ทุกสิ้นเดือน อัตราดอกเบี้ย 12%ต่อปี ทบต้นทุกเดือน
 จงหาเงินรวมหลังจากการส่งเงินงวดที่ 20

วิธีทำ พิจารณาผังเวลาแสดงการฝากเงิน



จะเห็นว่า เงินรวมของเงินงวดที่ 1 คือ $1,000(1.01)^{19}$

เงินรวมของเงินงวดที่ 2 คือ $1,000(1.01)^{18}$

เงินรวมของเงินงวดที่ 3 คือ $1,000(1.01)^{17}$

เป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนกระทั่ง

เงินรวมของเงินงวดที่ 19 คือ $1,000(1.01)$

และ เงินรวมของเงินงวดที่ 20 คือ $1,000$ เป็นการฝากครั้งสุดท้ายที่ไม่ได้มีการคิดดอกเบี้ย ดังนั้นเงินรวมทั้งหมดคือ

$$1,000 + 1,000(1.01) + 1,000(1.01)^2 + \dots + 1,000(1.01)^{19} = 1,000 \left(\frac{(1.01)^{20} - 1}{1.01 - 1} \right) = 22,019.00$$

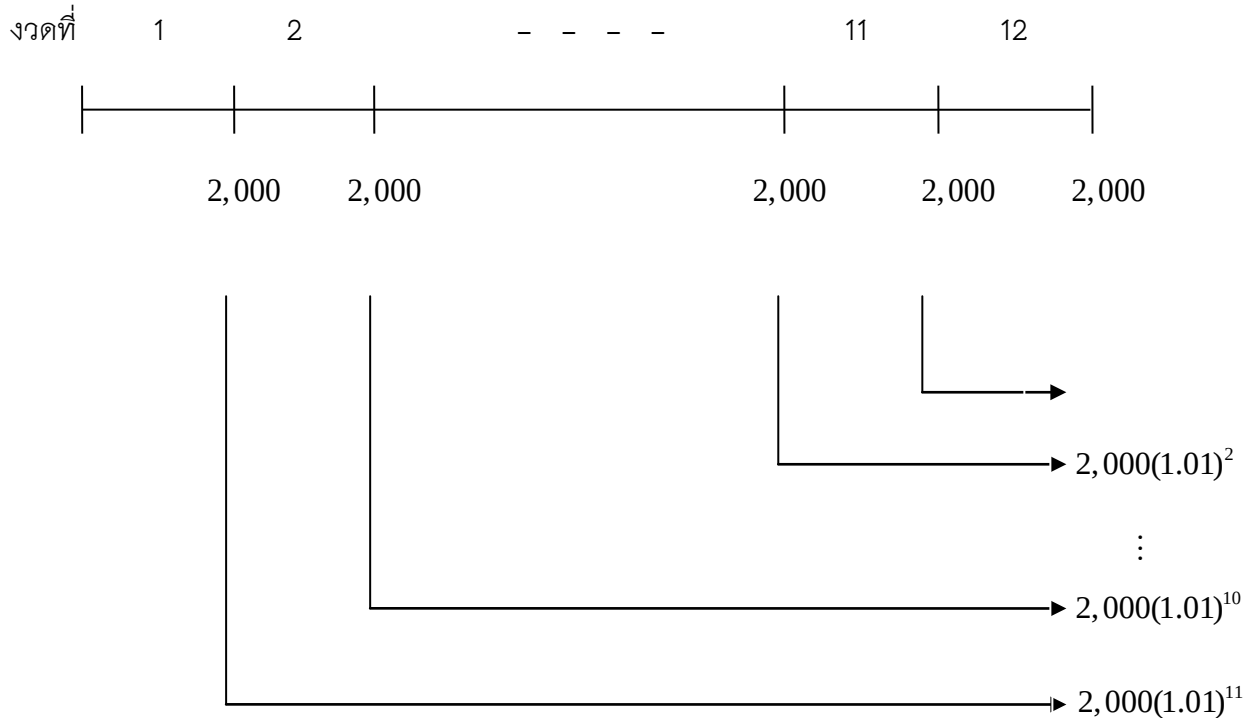
หรือถ้าต้องการใช้สูตรในทฤษฎีบท 6.4.1 ก็จะได้ว่า

$$S = 1,000 \left(\frac{(1 + 0.01)^{20} - 1}{0.01} \right) = 22,019.00$$

ตัวอย่าง 6.4.3 ส่งเงินเดือนละ 2,000 บาท ทุกปลายเดือน อัตราดอกเบี้ย 12% ต่อปี ทบต้นทุกเดือน
จงหาเงินรวมหลังจากการส่งงวดที่ 12

วิธีทำ

พิจารณาผังเวลาแสดงการฝากเงิน



จะเห็นว่าเงินรวมของเงินงวดที่ 1 คือ $2,000(1.01)^{11}$

เงินรวมของเงินงวดที่ 2 คือ $2,000(1.01)^{10}$

เงินรวมของเงินงวดที่ 3 คือ $2,000(1.01)^9$

เป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนกระทั่ง

เงินรวมของเงินงวดที่ 10 คือ $2,000(1.01)^2$

เงินรวมของเงินงวดที่ 11 คือ $2,000(1.01)$

และ เงินรวมของเงินงวดที่ 12 คือ 2,000 เป็นการฝากครั้งสุดท้ายที่ไม่ได้มีการคิด

ดอกเบี้ย ดังนั้นเงินรวมทั้งหมดคือ

$$2,000 + 2,000(1.01) + 2,000(1.01)^2 + \dots + 2,000(1.01)^{11} = 2,000 \left(\frac{(1.01)^{12} - 1}{1.01 - 1} \right) = 25,365.01$$

หรือถ้าต้องการใช้สูตรในทฤษฎีบท 6.4.1 ก็จะได้ค่าเดียวกัน

จากทฤษฎี 6.4.1 $S = R \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$ เป็นมูลค่ารวมของเงินทุก ๆ งวดที่ทยอยส่ง เงินก้อนนี้ ถ้า P เป็นมูลค่าปัจจุบันของเงินก้อนนี้ จะได้ว่า

$$P = \frac{S}{(1+i)^n}$$

แต่เนื่องจาก

$$S = R + R(1+i) + R(1+i)^2 + R(1+i)^3 + \dots + R(1+i)^{n-1}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} P &= \frac{R + R(1+i) + R(1+i)^2 + R(1+i)^3 + \dots + R(1+i)^{n-1}}{(1+i)^n} \\ &= R \left(\frac{1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{n-1}}{(1+i)^n} \right) \\ &= R \left(\frac{1}{(1+i)^n} + \dots + \frac{1}{(1+i)^3} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)} \right) \\ &= R(v^n + v^{n-1} + \dots + v^3 + v^2 + v) \quad \text{เมื่อ } v = \frac{1}{1+i} \\ &= Rv(1 + v + v^2 + v^3 + \dots + v^{n-1}) \\ &= Rv \left(\frac{1-v^n}{1-v} \right) = R \left(\frac{v}{1-v} \right) (1-v^n) = R \frac{1-v^n}{i} \end{aligned}$$

เนื่องจาก

$$\frac{v}{1-v} = \frac{\left(\frac{1}{1+i} \right)}{\left(1 - \frac{1}{1+i} \right)} = \frac{\left(\frac{1}{1+i} \right)}{\left(\frac{1+i}{1+i} - \frac{1}{1+i} \right)} = \frac{\left(\frac{1}{1+i} \right)}{\left(\frac{1+i-1}{1+i} \right)} = \frac{\left(\frac{1}{1+i} \right)}{\left(\frac{i}{1+i} \right)} = \frac{\left(\frac{1}{1+i} \right) \times (1+i)}{\left(\frac{i}{1+i} \right) \times (1+i)} = \frac{1}{i}$$

ในการจ่ายค่างวด ความหมายของมูลค่าปัจจุบันก็คือจำนวนเงินที่เราทำการกู้ยืม หรือในการซื้อผ่อนส่ง ความหมายของมูลค่าปัจจุบันก็คือภาระหนี้ที่ยังคงต้องชำระเป็นค่าสินค้า ซึ่งก็คือราคาเงินสดของสินค้านั้นๆ กรณีที่ไม่มีเงินดาวน์ หรือราคาเงินสดหักเงินดาวน์แล้วนั่นเอง สรุปเป็นทฤษฎีบทได้ดังนี้

ทฤษฎีบท 6.4.4 ในการซื้อสินค้าที่มีราคาค่างชำระ P บาท ถ้าผ่อนส่งสินค้างวดละ R บาท ตอนปลายงวด จำนวน n งวด ในอัตราดอกเบี้ยทบต้น i ต่องวด จะได้สูตรความสัมพันธ์คือ

$$P = R \left(\frac{1-v^n}{i} \right) \quad \text{เมื่อ } v = \frac{1}{1+i}$$

ตัวอย่าง 6.4.5 ซื้อตู้เย็นโดยไม่มีดาวน์ แล้วผ่อนส่งเดือนละ 1,500 บาท เป็นเวลา 1 ปี ถ้าอัตราดอกเบี้ย 12% ทบต้นทุกเดือน จงหาราคาเงินสด

วิธีทำ ในการผ่อนชำระ 12 เดือน อัตรา 12% ทบต้นทุกเดือน เดือนละ 1,500 บาท จะได้ว่า

$$i = \frac{0.12}{12} = 0.01 ; n = 12; R = 1,500$$

จากสูตรในทฤษฎีบท 6.4.4 จะได้ว่า

$$P = 1,500 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1+0.01} \right)^{12}}{0.01} \right) = 1,500 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1.01} \right)^{12}}{0.01} \right) = 1,500 \times 11.2550 = 16,882.62$$

นั่นคือราคาเงินสดเท่ากับ 16,882.62

๐๓๓

ตัวอย่าง 6.4.6 ซื้อบ้านหลังหนึ่ง จ่ายเงินสด 230,000 บาท แล้วจ่ายผ่อนส่งอีกเดือนละ 12,500 บาทเป็นเวลา 2 ปี บ้านหลังนี้ราคาเงินสดเท่าใด ถ้าอัตราดอกเบี้ย 12% ทบต้นทุกเดือน

วิธีทำ ในการผ่อนชำระ 24 เดือน อัตรา 12% ทบต้นทุกเดือน เดือนละ 12,500 บาท จะได้ว่า

$$i = \frac{0.12}{12} = 0.01 ; n = 24; R = 12,500$$

จากสูตรในทฤษฎีบท 6.4.4 จะได้ว่า

$$P = 12,500 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1+0.01} \right)^{24}}{0.01} \right) = 12,500 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1.01} \right)^{24}}{0.01} \right) = 12,500 \times 78.7566 = 984,457.66$$

เงินจำนวนนี้คือหนี้สินในการผ่อนส่งทั้งหมด แต่เนื่องจากวางเงินสดไปแล้ว 230,000 บาท ดังนั้นราคาเงินสดของบ้านจึงเท่ากับ เท่ากับ $984,457.66 + 230,000.00 = 1,214,457.66$ บาท

๐๓๓

ตัวอย่าง 6.4.7 ซื้อสินค้าชิ้นหนึ่งในราคาเงินสด 30,000 บาท แต่ถ้าจะผ่อนต้องวางเงินสดวันที่ 5,000 บาทแล้วชำระเป็นรายเดือน ๆ ละเท่า ๆ กัน ถ้าอัตราดอกเบี้ย 24 % ต่อปี ทบต้นทุกเดือน จงหาเงินชำระรายเดือนที่มีมูลค่ารวมเท่ากับการซื้อเงินสด ในการผ่อน 6 งวด

วิธีทำ ซื้อสินค้าชิ้นหนึ่งในราคาเงินสด 30,000 บาท แต่ถ้าจะผ่อนต้องวางเงินสดวันที่ 5,000 บาท แสดงว่าเป็นหนี้ที่ต้องผ่อน 25,000 บาท ในการผ่อนชำระ 6 เดือน อัตรา 24% ทบต้นทุกเดือนดังนั้น

$$i = \frac{0.24}{12} = 0.02 ; n = 6 ; P = 25,000$$

จากสูตรในทฤษฎีบท 6.4.4 จะได้ว่า

$$25,000 = R \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1+0.02} \right)^6}{0.02} \right) = R \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1.02} \right)^6}{0.02} \right) = 5.6014R$$

นั่นคือ

$$R = \frac{25,000}{5.6014} = 4,463.17$$

เงินชำระรายเดือนคือ 4,463.17 บาท

๓๓๓

ตัวอย่าง 6.4.8 รถจักรยานยนต์ราคาเงินสด 79,999 บาท ดอกเบี้ย 0% แล้วชำระเป็นรายเดือน ๆ ละเท่า ๆ กัน ในอัตราดอกเบี้ย 36 % ต่อปี ทบต้นทุกเดือน จงหาเงินชำระรายเดือนในการผ่อน 24 งวด
วิธีทำ ราคาเงินสด 79,999 บาท เป็นหนี้ที่ต้องผ่อนทั้งหมด ในการผ่อนชำระ 24 เดือน อัตรา 36% ต่อเดือนทบต้นทุกเดือนดังนี้

$$i = \frac{0.36}{12} = 0.03 ; n = 24 ; P = 79,999$$

จากสูตรในทฤษฎีบท 6.4.4 จะได้ว่า

$$79,999 = R \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1+0.03} \right)^{24}}{0.03} \right) = R \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1.03} \right)^{24}}{0.03} \right) = 16.9355R$$

นั่นคือ

$$R = \frac{79,999}{16.9355} = 4,723.75$$

เงินชำระรายเดือนคือ 4,723.75 บาท

๓๓๓

แบบฝึกหัด 6.4

1. ซื้อตู้เย็นโดยไม่มีดาวน์ แล้วผ่อนส่งเดือนละ 2,500 บาท เป็นเวลา 2 ปี ถ้าอัตราดอกเบี้ย 12% ทบต้นทุกเดือน จงหาราคาเงินสด
2. ซื้อบ้านหลังหนึ่ง จ่ายเงินดาวน์ 300,000 บาท แล้วจ่ายผ่อนส่งอีกเดือนละ 20,000 บาทเป็นเวลา 3 ปี บ้านหลังนี้ราคาเงินสดเท่าใด ถ้าอัตราดอกเบี้ย 12% ทบต้นทุกเดือน
3. ซื้อสินค้าชิ้นหนึ่งในราคาเงินสด 15,000 บาท แต่ถ้าจะผ่อนต้องวางเงินดาวน์ทันที 7,500 บาท แล้วชำระเป็นรายเดือน ๆ ละเท่า ๆ กัน ถ้าอัตราดอกเบี้ย 24 % ต่อปี ทบต้นทุกเดือน จงหาเงินชำระรายเดือนที่มีมูลค่ารวมเท่ากับการซื้อเงินสด ในการผ่อน 10 งวด
4. รถจักรยานยนต์ราคาเงินสด 39,999 บาท ดาวน์ 0% แล้วชำระเป็นรายเดือน ๆ ละเท่า ๆ กัน ในอัตราดอกเบี้ย 24 % ต่อปี ทบต้นทุกเดือน จงหาเงินชำระรายเดือนในการผ่อน 36 งวด
5. ซื้อตู้เย็นโดยไม่มีดาวน์ แล้วผ่อนส่งเดือนละ 2,500 บาท เป็นเวลา 10 เดือน ถ้าอัตราดอกเบี้ย 6% ทบต้นทุกเดือน จงหาราคาเงินสด
6. ซื้อบ้านหลังหนึ่ง จ่ายเงินดาวน์ 150,000 บาท แล้วจ่ายผ่อนส่งอีกเดือนละ 9,500 บาทเป็นเวลา 3 ปี บ้านหลังนี้ราคาเงินสดเท่าใด ถ้าอัตราดอกเบี้ย 18% ทบต้นทุกเดือน
7. ซื้อสินค้าชิ้นหนึ่งในราคาเงินสด 45,000 บาท แต่ถ้าจะผ่อนต้องวางเงินดาวน์ทันที 9,000 บาท แล้วชำระเป็นรายเดือน ๆ ละเท่า ๆ กัน ถ้าอัตราดอกเบี้ย 12 % ต่อปี ทบต้นทุกเดือน จงหาเงินชำระรายเดือนที่มีมูลค่ารวมเท่ากับการซื้อเงินสด ในการผ่อน 12 งวด
8. รถจักรยานยนต์ราคาเงินสด 65,999 บาท ดาวน์ 0% แล้วชำระเป็นรายเดือน ๆ ละเท่า ๆ กัน ในอัตราดอกเบี้ย 12 % ต่อปี ทบต้นทุกเดือน จงหาเงินชำระรายเดือนในการผ่อน 48 งวด
9. ซื้อตู้เย็นโดยไม่มีดาวน์ แล้วผ่อนส่งเดือนละ 500 บาท เป็นเวลา 2 ปี ถ้าอัตราดอกเบี้ย 15% ทบต้นทุกเดือน จงหาราคาเงินสด
10. ซื้อบ้านหลังหนึ่ง จ่ายเงินดาวน์ 200,000 บาท แล้วจ่ายผ่อนส่งอีกเดือนละ 7,500 บาทเป็นเวลา 2 ปี 6 เดือน บ้านหลังนี้ราคาเงินสดเท่าใด ถ้าอัตราดอกเบี้ย 24% ทบต้นทุกเดือน
11. ซื้อสินค้าชิ้นหนึ่งในราคาเงินสด 2,000 บาท แต่ถ้าจะผ่อนต้องวางเงินดาวน์ทันที 200 บาทแล้วชำระเป็นรายเดือน ๆ ละเท่า ๆ กัน ถ้าอัตราดอกเบี้ย 6 % ต่อปี ทบต้นทุกเดือน จงหาเงินชำระรายเดือนที่มีมูลค่ารวมเท่ากับการซื้อเงินสด ในการผ่อน 10 งวด

12. รถจักรยานราคาเงินสด 12,000 บาท ค่างวด 0% แล้วชำระเป็นรายเดือน ๆ ละเท่า ๆ กัน ในอัตราดอกเบี้ย 24 % ต่อปี ทบต้นทุกเดือน จงหาเงินชำระรายเดือนในการผ่อน 12 งวด
13. ซื้อโทรทัศน์โดยไม่มีค่างวด แล้วผ่อนส่งเดือนละ 1,299 บาท เป็นเวลา 1 ปี ถ้าอัตราดอกเบี้ย 12% ทบต้นทุกเดือน จงหาราคาเงินสด
14. ซื้อที่ดิน จ่ายเงินค่างวด 100,000 บาท แล้วจ่ายผ่อนส่งอีกเดือนละ 10,000 บาทเป็นเวลา 3 ปี ที่ดินผืนนี้ราคาเงินสดเท่าใด ถ้าอัตราดอกเบี้ย 27% ทบต้นทุกเดือน
15. ซื้อโทรศัพท์ในราคาเงินสด 23,999 บาท แต่ถ้าจะผ่อนต้องวางเงินค่างวดทันที 2,399 บาทแล้วชำระเป็นรายเดือน ๆ ละเท่า ๆ กัน ถ้าอัตราดอกเบี้ย 24 % ต่อปี ทบต้นทุกเดือน จงหาเงินชำระรายเดือนที่มีมูลค่ารวมเท่ากับการซื้อเงินสด ในการผ่อน 10 งวด

เอกสารอ้างอิงบทที่ 6

มานพ วรารักษ์ดี. (2549). ทฤษฎีดอกเบี้ยว. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อำพล ธรรมเจริญ. (2551). คณิตศาสตร์การเงิน. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์พิทักษ์การพิมพ์.

Brown, R L. And Zima, P. (1996). Schaum's outline of Mathematics of Finance. (2nd ed.).
New York: McGraw–Hill International Book.

บทที่ 7

การวัดในชีวิตประจำวัน

(Measurement in Everyday Life)

การบอกเล่าถึงลักษณะของวัตถุหรือปริมาณใด เราอาจบอกว่า ของสิ่งนั้นมีขนาดเล็กหรือใหญ่ เบาหรือหนัก ร้อนมากหรือน้อย ไปเร็วหรือช้า การบอกเล่าเช่นนี้เป็นการบอกโดยใช้สายตาหรือความรู้สึกกะค่าโดยประมาณอย่างคร่าว ๆ แต่ถ้าต้องการทราบค่าที่แน่นอนก็ต้องมีการวัด ซึ่งเป็นการหาปริมาณโดยใช้เครื่องมือ เพื่อให้ได้ค่าตัวเลขที่แน่นอนโดยมีหน่วยต่าง ๆ ตามที่กำหนดไว้ที่เครื่องมือ เช่น การใช้ไม้บรรทัดที่มีหน่วยเป็นนิ้ว วัดความยาวของสิ่งหนึ่ง ก็จะได้ค่าเป็นตัวเลขที่มีหน่วยเป็นนิ้ว ซึ่งเป็นความยาวนับแต่อดีต การวัดเริ่มจากการใช้สิ่งของในธรรมชาติที่อยู่รอบ ๆ ตัวเรามาเทียบเป็นหน่วยของการวัด คนในแต่ละท้องถิ่นใช้เครื่องมือและหน่วยของการวัดแตกต่างกันออกไป เช่นในสมัยก่อน คนไทยวัดระยะโดยมีหน่วยเป็นศอก ศอก วา ซึ่งเทียบมาจากขนาดของร่างกายมนุษย์หรือขาวนาใช้ทะนานตวงข้าวใส่ถัง เพื่อนำไปขาย เมื่อตวงครบ 20 ทะนาน ได้ข้าวเต็มถังพอดี ก็เรียกปริมาณข้าว 20 ทะนานนั้นว่าเป็นข้าว 1 ถัง ซึ่งหน่วยเหล่านี้รู้เฉพาะในหมู่คนไทยด้วยกันเท่านั้น ต่อมาเมื่อโลกเจริญขึ้นมีการติดต่อค้าขายกันระหว่างประเทศต่าง ๆ จึงจำเป็นต้องมีเครื่องมือและหน่วยของการวัดที่ใช้ได้และเข้าใจได้เหมือนกันทั่วโลก ภายหลังการปฏิวัติในฝรั่งเศส ในปี ค.ศ. 1789 นักวิทยาศาสตร์ชาวฝรั่งเศสได้ประชุมร่วมกันจัดตั้งมาตรฐานในการวัดขึ้น พวกนักวิทยาศาสตร์เหล่านั้นได้ทำการวัด และคำนวณระยะทางจากขั้วโลกเหนือ จนถึงเส้นศูนย์สูตร แล้วแบ่งเป็น 10 ล้านส่วน แต่ละส่วนเรียกว่า 1 เมตร ระบบเมตริกเป็นระบบที่ใช้สิบหรือทศนิยมเป็นหลักเช่น 10 เซนติเมตรเท่ากับ 1 เดซิเมตร 10 เดซิเมตรเท่ากับ 1 เมตร ความยาว 1 เมตรมาตรฐานทำด้วยแท่งโลหะเก็บไว้ที่กรุงปารีส ปริมาตรมาตรฐานคือลิตร โดยให้ 1 ลิตร เท่ากับ 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร ในการวัดอุณหภูมิ ได้กำหนดหน่วยวัดขึ้นใหม่ โดยใช้หน่วยเป็นเซลเซียส หน่วยนี้ตั้งตามชื่อของนาย แอนเดอร์ เซลเซียส (Anders Celsius มีชีวิตอยู่ระหว่าง ค.ศ. 1701 ถึง 1744) เขานักดาราศาสตร์ชาวสวีเดน นายเซลเซียสเป็นคนแรกที่เสนอให้ใช้หน่วยที่ใกล้เคียงกับหน่วยนี้ในปี พ.ศ. 2285 (ค.ศ. 1742) แต่แรกกำหนดให้อุณหภูมิจุดเยือกแข็งของน้ำคือ 0 องศา และจุดเดือดของน้ำคือ 100 องศาที่ระดับความดันบรรยากาศมาตรฐาน มีชื่อเรียกอีก 2 แบบคือ องศาเซนติเกรด (centigrade) กับองศาเซนเทสิมัล (centesimal) อันตบสุดท้าย น้ำหนักมาตรฐานในระบบเมตริกคือกรัม โดยที่ 1 กรัม เท่ากับน้ำหนักของน้ำบริสุทธิ์ที่มีปริมาตร 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรที่ 4 องศาเซนติเกรด (เซลเซียส) ในระบบนี้ ก็ใช้ทศนิยมเหมือนกัน ระบบเมตริกเป็นระบบที่สะดวก เพราะทุกอย่างเป็นทศนิยม จึงมีผู้นิยมใช้มาก

อุปสรรคที่ให้แปลงหน่วยในระบบเมตริก

อ่าน	สัญลักษณ์	ค่า	อ่าน	สัญลักษณ์	ค่า
exa	E	ล้านล้านล้าน	deci	d	หนึ่งในสิบ
peta	P	พันล้านล้าน	centi	c	หนึ่งในร้อย
tera	T	ล้านล้าน	milli	m	หนึ่งในพัน
giga	G	พันล้าน	micro	μ	หนึ่งในล้าน
mega	M	ล้าน	nano	n	หนึ่งในพันล้าน
kilo	k	พัน	pico	p	หนึ่งในล้านล้าน
hecto	h	ร้อย	femto	f	หนึ่งในพันล้านล้าน
deca	da	10	atto	a	หนึ่งในล้านล้านล้าน

- (1) มาตราชั่ง ใช้คำว่ากรัม ใส่ค่าอุปสรรคแปลงขนาดที่เล็กลงหรือใหญ่ขึ้น
- (2) มาตรารตวง ใช้คำว่าลิตร ใส่ค่าอุปสรรคแปลงขนาดที่เล็กลงหรือใหญ่ขึ้น
- (3) มาตราวัด ใช้คำว่าเมตร ใส่ค่าอุปสรรคแปลงขนาดที่เล็กลงหรือใหญ่ขึ้น
- (4) มาตราวัดพื้นที่ ใช้คำว่าตารางต่อด้วยหน่วยการวัดที่ใช้
- (5) มาตราวัดอุณหภูมิ ใช้องศาเซลเซียส

ในหัวข้อต่อไปจะกล่าวถึงการวัดความยาว การวัดพื้นที่ การวัดปริมาตรหรือที่เรียกกันว่าการตวง การวัดน้ำหนักหรือที่เรียกกันว่าการชั่ง และอุณหภูมิในระบบต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน รวมถึงการแปลงหน่วยจากระบบหนึ่งไปยังอีกระบบหนึ่ง โดยในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะระบบอังกฤษและระบบไทยเท่านั้น เนื่องจากระบบอังกฤษ (English System หรือ Imperial System) เป็นหน่วยมาตรฐานอีกหน่วยหนึ่ง หน่วยนี้ยังนิยมใช้กันในหลายประเทศ แต่ในไทยเรามักไม่ค่อยคุ้นเคยนักเพราะไม่ได้ใช้เป็นหน่วยมาตรฐาน หน่วยวัดที่เป็นที่นิยมใช้กันมานานคือ วัดความยาวเป็นนิ้ว ฟุต หลา ไมล์ วัด น้ำหนักเป็นออนซ์ ปอนด์ วัดอุณหภูมิเป็น ฟาเรนไฮต์

7.1 การวัดความยาว

(Measuring Length)

พระราชบัญญัติมาตราชั่งตวงวัด พ.ศ. 2542 ซึ่งให้ไว้ ณ วันที่ 7 เมษายน พ.ศ. 2542 ประกาศว่าให้ยกเลิกพระราชบัญญัติมาตราชั่งตวงวัด พระพุทธศักราช 2466 ให้ยกเลิกพระราชบัญญัติมาตราชั่งตวงวัด แก้ไขเพิ่มเติม พุทธศักราช 2476 ให้ยกเลิกพระราชบัญญัติมาตราชั่งตวงวัด พ.ศ. 2466 แก้ไข

เพิ่มเติม พุทธศักราช 2477 ให้ยกเลิกประกาศของคณะปฏิวัติ ฉบับที่ 171 ลงวันที่ 30 มิถุนายน พ.ศ. 2515 ให้ยกเลิกพระราชบัญญัติมาตราชั่งตวงวัด (ฉบับที่ 4) พ.ศ. 2526 แล้วมาใช้พระราชบัญญัตินี้แทน ในพระราชบัญญัติไว้กล่าวไว้ว่า

- (1) “มาตราชั่งตวงวัด” หมายความว่า หน่วยที่กำหนดให้รู้ขนาดหรืออัตราเทียบส่วนใด ๆ ของปริมาณต่าง ๆ
- (2) “เครื่องชั่งตวงวัด” หมายความว่า เครื่องชั่ง เครื่องตวง และเครื่องวัด
- (3) “เครื่องชั่ง” หมายความว่า เครื่องสำหรับใช้ชั่งแสดงน้ำหนัก และให้หมายความรวมถึงตม น้ำหนักที่ใช้ในการชั่งและส่วนประกอบของเครื่องชั่งที่รัฐมนตรีประกาศกำหนด
- (4) “เครื่องตวง” หมายความว่า เครื่องที่มีลักษณะเป็นภาชนะสำหรับใช้ตวงแสดงปริมาตรของสิ่งของ และให้หมายความรวมถึงส่วนประกอบของเครื่องตวงที่รัฐมนตรีประกาศกำหนด
- (5) “เครื่องวัด” หมายความว่า เครื่องสำหรับใช้วัดแสดงปริมาณหรือหน่วยของสิ่งใด ๆ แต่ไม่ใช่เครื่องชั่งหรือเครื่องตวง และให้หมายความรวมถึงส่วนประกอบของเครื่องวัดที่ประกาศกำหนดในบททั่วไปของพระราชบัญญัติ

มาตรา 9 กล่าวว่า การชั่ง การตวงและการวัดทั้งปวง ให้ใช้มาตราชั่งตวงวัดในระบบเมตริกหรือในระบบประเพณีที่เทียบเข้าหาระบบเมตริกตามที่กำหนดในบัญชีท้ายของพระราชบัญญัตินี้

มาตรา 10 กล่าวว่าในการซื้อขายหรือจำหน่ายสินค้าใด ๆ ในท้องที่ใด ถ้ารัฐมนตรีเห็นสมควรให้ใช้มาตราชั่งตวงวัดเฉพาะในระบบเมตริกตามมาตรา 9 หรือให้กระทำโดยการชั่ง การตวงหรือการวัดอย่างใดอย่างหนึ่ง

บัญชีมาตราชั่งตวงวัดตามมาตรา 9 ตามพระราชพระราชบัญญัติมาตราชั่งตวงวัด พ.ศ. 2542 กล่าวว่า หน่วยมูลฐานของความยาวให้เป็นเมตร เมตร คือ ความยาวของทางเดินของแสงในสุญญากาศในช่วงเวลา 1 ใน 299,792,458 ของหนึ่งวินาที และให้จำนวนหน่วยของความยาวเป็นดังต่อไปนี้

ชื่อ	อัตรา	อักษรย่อ
กิโลเมตร	เท่ากับ พันเมตร	กม.
เฮกโตเมตร	เท่ากับ ร้อยเมตร	ฮม.
เดคาเมตร	เท่ากับ สิบลเมตร	ดคม.
เมตร	เท่ากับ หนึ่งเมตร	ม.
เดซิเมตร	เท่ากับ หนึ่งในสิบลของหนึ่งเมตร	ดม.
เซนติเมตร	เท่ากับ หนึ่งในร้อยของหนึ่งเมตร	ซม.
มิลลิเมตร	เท่ากับ หนึ่งในพันของหนึ่งเมตร	มม.
ไมโครเมตร	เท่ากับ หนึ่งในล้านของหนึ่งเมตร	มคม.

7.1.1 มาตราวัดความยาวในระบบอังกฤษ

12 นิ้ว = 1 ฟุต

3 ฟุต = 1 หลา

1,760 หลา = 1 ไมล์

(โดยเทียบกับระบบเมตริก 1 นิ้ว = 2.54 เซนติเมตร)

ตัวอย่าง 7.1.1

เนื่องจาก 1 นิ้ว = 2.54 เซนติเมตร

ดังนั้น 1 ฟุตเท่ากับ $2.54 \times 12 = 30.48$ เซนติเมตร

1 หลาเท่ากับ $30.48 \times 3 = 91.44$ เซนติเมตร

และ 1 ไมล์เท่ากับ $91.44 \times 1760 = 160,934.40$ เซนติเมตร = 1,609.34 เมตร

จึงได้ว่า 1 ไมล์มีค่าประมาณ 16 กิโลเมตร

๐๙๙

ตัวอย่าง 7.1.2

อัตราเร็วของแสง (speed of light) ในสุญญากาศ มีนิยามว่าเท่ากับ 299,792,458 เมตรต่อวินาที สามารถเปลี่ยนหน่วยได้เป็น 1,079,252,848.8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หรือประมาณ 186,282.397 ไมล์ต่อวินาที หรือ 670,616,629.4 ไมล์ต่อชั่วโมง ให้ผู้เรียนไปตรวจสอบด้วยตนเอง

๐๙๙

7.1.2 มาตราวัดความยาวในระบบไทย

2 หุน = 1 กระเปียด

4 กระเปียด = 1 นิ้ว

12 นิ้ว = 1 ศอก

2 ศอก = 1 คอก

4 คอก = 1 วา

20 วา = 1 เส้น

400 เส้น = 1 โยชน์

(โดยเทียบกับระบบเมตริก 1 ศอก = 50 เซนติเมตร)

ตัวอย่าง 7.1.3

เนื่องจาก 1 ศอกเท่ากับ 50 เซนติเมตร ดังนั้น 1 ศอกจึงเท่ากับ $50/2 = 25$ เซนติเมตร และ 1 นิ้วจึงเท่ากับ $25/12 = 2.08$ เซนติเมตร จะสังเกตเห็นว่า 1 นิ้วในระบบไทยจะสั้นกว่า 1 นิ้วในระบบอังกฤษ และนอกจากนี้ จะได้ว่า 1 วาเท่ากับ $50 \times 4 = 200$ เซนติเมตร หรือ 2 เมตร

๐๙๙

ตัวอย่าง 7.1.4

ในไตรภูมิภิกกล่าวว่ สวรรค์มีทั้งหมด 6 ชั้น เรียงตามลำดับความสูงจากโลกมนุษย์ดังนี้
 สวรรค์ชั้นจาตุมหาราชิกา เป็นสวรรค์ชั้นต่ำสุด อยู่สูงกว่าแผ่นดินขึ้นไปเบื้องบน 46,000 โยชน์
 สวรรค์ชั้นดาวดึงษา เป็นสวรรค์ชั้นที่อยู่เหนือจาตุมหาราชิกาขึ้นไปอีก 46,000 โยชน์
 สวรรค์ชั้นยามา สูงขึ้นไปจากดาวดึงส์ 84,000 โยชน์
 สวรรค์ชั้นดุสิต สูงขึ้นไปจากยามา 168,000 โยชน์
 สวรรค์ชั้นนิมมานนรดี สูงขึ้นไปจากดุสิต 336,000 โยชน์
 สวรรค์ชั้นปรนิมิตวสวัตดี เป็นสวรรค์ชั้นสูงสุด ห่างขึ้นไปจากนิมมานนรดีอีก 672,000 โยชน์ โดยการ
 เทียบอัตราการวัดระยะทาง จะได้ว่า 1 โยชน์เท่ากับระยะทาง 16 กิโลเมตร

ดังนั้นจึงได้ว่า

- (1) สวรรค์ชั้นจาตุมหาราชิกา อยู่สูงกว่าแผ่นดินขึ้นไปเบื้องบน 736,000 กิโลเมตร
- (2) สวรรค์ชั้นดาวดึงษา สูงจากชั้นจาตุมหาราชิกาขึ้นไปอีก 736,000 กิโลเมตรเช่นกัน
- (3) สวรรค์ชั้นยามา สูงขึ้นไปจากดาวดึงส์ 1,344,000 กิโลเมตร
- (4) สวรรค์ชั้นดุสิต สูงขึ้นไปจากยามา 2,688,000 กิโลเมตร
- (5) สวรรค์ชั้นนิมมานนรดี สูงขึ้นไปจากดุสิต 5,376,000 กิโลเมตร
- (6) สวรรค์ชั้นปรนิมิตวสวัตดี สูงขึ้นไปจากนิมมานนรดีอีก 10,752,000 กิโลเมตร

นั่นคือถ้าจะเดินทางจากโลกมนุษย์ขึ้นไปยังสวรรค์ชั้นสูงสุดตามแนวดิ่ง จะต้องเดินทางใน
 ระยะทาง 21,632,000 กิโลเมตร และจะสังเกตเห็นว่า ระยะทางจากสวรรค์ชั้นต่ำกว่าไปชั้นสูงถัดไปจะ
 เพิ่มขึ้นประมาณ 2 เท่าตัวเรื่อย ๆ เป็นที่น่าสนใจมาก

๐๙๙



แบบฝึกหัด 7.1

1. กระทรวงคมนาคมของสหรัฐอเมริกาได้นิยามว่า รถไฟความเร็วสูงคือรถไฟที่สามารถรักษาอัตราเร็วไว้ได้มากกว่า 125 ไมล์ต่อชั่วโมง อัตราเร็วนี้เทียบได้กับกิโลเมตรต่อชั่วโมง
2. อัตราเร็วของเสียง คือ ระยะทางที่เสียงเดินทางไปในตัวกลางใด ๆ ได้ในหนึ่งหน่วยเวลา โดยทั่วไปเสียงเดินทางในอากาศที่มีอุณหภูมิ 25°C ได้ประมาณ 346 เมตรต่อวินาที อัตราเร็วนี้เทียบได้กับกิโลเมตรต่อชั่วโมง
3. ปีแสง (light-year) คือ หน่วยของระยะทางในทางดาราศาสตร์ โดยกำหนดให้ 1 ปีแสง เท่ากับ ระยะทางที่แสงเดินทางในเวลา 1 ปี ถ้าอัตราเร็วแสงที่มีค่า 299,792.45 กิโลเมตรต่อวินาทีและ 1 ปีมี 365.25 วัน แล้วจงหาว่า ระยะทาง 1 ปีแสงเท่ากับกิโลเมตร
4. ลี้เป็นหน่วยวัดระยะทางของจีนโบราณมีค่าเท่ากับ 500 เมตร จีนซึ่งฮ่องเต้จักรพรรดิองค์แรก ได้มีโครงการให้สร้างและเชื่อมต่อกำแพงเมืองจีนส่วนต่าง ๆ ที่มีอยู่แล้วทางด้านทิศเหนือเข้าด้วยกัน แนวกำแพงใหม่ของจีนซึ่งฮ่องเต้มีความยาวมากและ จึงได้รับการขนานนามว่า กำแพงหมื่นลี้ โดยความยาวเช่นนั้นจะมีค่าเท่ากับกิโลเมตร
5. พระปฐมเจดีย์เป็นพระเจดีย์เก่ากว่าพระเจดีย์อื่น ๆ ในประเทศไทย สันนิษฐานว่าสร้างสมัยทวารวดี ตั้งอยู่ที่เมืองนครไชยศรีในสมัยก่อน ปัจจุบันอยู่ในอำเภอเมืองนครปฐม เดิมมี ความสูง 40 วา 5 ศอก ความสูงนี้เท่ากับกิโลเมตร
6. ในรัชสมัยพระบาทสมเด็จพระจอมเกล้าฯ ได้บูรณะพระปฐมเจดีย์โดยก่อฐานใหญ่รอง 5 เส้น 16 วา 3 ศอก องค์พระเจดีย์ถึงยอดนพศูล ตลอดยอดมงกุฎ สูง 3 เส้น 1 คืบ 6 นิ้ว ความยาวฐานและความสูงนี้เท่ากับกิโลเมตร
7. ไมล์ทะเล (nautical mile) เป็นหน่วยวัดความยาวอีกหน่วยหนึ่ง มีค่าเท่ากับ 2,025 หลา ถ้ามว่าไมล์ทะเลนั้นสั้นหรือยาวกว่าไมล์ปกติกี่เมตร
8. ระยะทางเดินรถที่สั้นที่สุดระหว่างเชียงใหม่กับกรุงเทพฯ คือ 696 กิโลเมตร ระยะทางนี้เท่ากับกิโลเมตร



7.2 การวัดพื้นที่และปริมาตร

(Measuring Area and Volume)

บัญญัติมาตราซึ่งดวงวัดตามมาตรา 9 ตามพระราชพระราชบัญญัติมาตราซึ่งดวงวัด พ.ศ. 2542 กำหนดเพิ่มเติมว่า หน่วยของพื้นที่ให้เป็นตารางเมตร คำว่าตารางเมตรนี้คือ พื้นที่ตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านกว้างยาวด้านละหนึ่งเมตร และให้จำนวนหน่วยของพื้นที่เป็นดังต่อไปนี้

ชื่อ	อัตรา	อักษรย่อ
ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ ล้านตารางเมตร	กม. ²
ตารางเฮกโตเมตร	เท่ากับ หมื่นตารางเมตร	ฮม. ²
ตารางเดคาเมตร	เท่ากับ ร้อยตารางเมตร	ดคม. ²
ตารางเมตร	เท่ากับ หนึ่งตารางเมตร	ม. ²
ตารางเดซิเมตร	เท่ากับ หนึ่งในร้อยของหนึ่งตารางเมตร	ดม. ²
ตารางเซนติเมตร	เท่ากับ หนึ่งในหมื่นของหนึ่งตารางเมตร	ซม. ²
ตารางมิลลิเมตร	เท่ากับ หนึ่งในล้านของหนึ่งตารางเมตร	มม. ²

หน่วยของปริมาตรให้เป็นลูกบาศก์เมตร คำว่าลูกบาศก์เมตรนี้คือ ปริมาตรที่บรรจุอยู่ในลูกบาศก์ มีด้านกว้างยาวและสูงด้านละหนึ่งเมตร และให้จำนวนหน่วยของปริมาตรเป็นดังต่อไปนี้

ชื่อ	อัตรา	อักษรย่อ
ลูกบาศก์กิโลเมตร	เท่ากับ พันล้านลูกบาศก์เมตร	กม. ³
ลูกบาศก์เฮกโตเมตร	เท่ากับ ล้านลูกบาศก์เมตร	ฮม. ³
ลูกบาศก์เดคาเมตร	เท่ากับ พันลูกบาศก์เมตร	ดคม. ³
ลูกบาศก์เมตร	เท่ากับ หนึ่งลูกบาศก์เมตร	ม. ³
ลูกบาศก์เดซิเมตร	เท่ากับ หนึ่งในพันของหนึ่งลูกบาศก์เมตร	ดม. ³
ลูกบาศก์เซนติเมตร	เท่ากับ หนึ่งในล้านของหนึ่งลูกบาศก์เมตร	ซม. ³
ลูกบาศก์มิลลิเมตร	เท่ากับ หนึ่งในพันล้านของหนึ่งลูกบาศก์เมตร	มม. ³

หน่วยของความจุให้เป็นลิตร คำว่าลิตรนี้คือ ปริมาตรของน้ำบริสุทธิ์หนักหนึ่งกิโลกรัม (คำว่ากิโลกรัมนี้จะกล่าวในหัวข้อต่อไป) ณ อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส เมื่อความกดบรรยากาศปกติ และให้จำนวนหน่วยของความจุเป็นดังต่อไปนี้

ชื่อ	อัตรา	อักษรย่อ
กิโลลิตร	เท่ากับ พันลิตร	กล.
เฮกโตลิตร	เท่ากับ ร้อยลิตร	สล.
เดคาลิตร	เท่ากับ ลิบลิตร	ดคล.
ลิตร	เท่ากับ หนึ่งลิตร	ล.
เดซิลิตร	เท่ากับ หนึ่งในสิบของหนึ่งลิตร	ดล.
เซนติลิตร	เท่ากับ หนึ่งในร้อยของหนึ่งลิตร	ชล.
มิลลิลิตร	เท่ากับ หนึ่งในพันของหนึ่งลิตร	มล.

พระราชบัญญัติกล่าวอีกว่า เพื่อประโยชน์ในการแสดงปริมาตรให้ถือว่าหนึ่งลิตรเท่ากับหนึ่งลูกบาศก์เดซิเมตร ทั้งนี้ตัวพระราชบัญญัติแยกนิยามคำว่าลิตรซึ่งเป็นหน่วยของความจุในความหมายที่ต่างกับลูกบาศก์เดซิเมตรซึ่งเป็นหน่วยของปริมาตร เนื่องจากต้องการให้ใช้หน่วยของความจุกับวัตถุที่เป็นของเหลวเท่านั้น ส่วนปริมาตรนั้นให้ใช้กับวัตถุในสถานะอื่น ๆ ได้ เช่นอย่างกรวด หินดิน ททราย

จากหมายเหตุดังกล่าวทำให้เราได้ว่า 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรคือปริมาตรเดียวกับ 1 มิลลิลิตร และเป็นปริมาตรเดียวกับ 1 ซีซี

7.2.1 มาตราวัดพื้นที่ในระบบอังกฤษ

1 เฮกตาร์ = 1.5 เอเคอร์

1 เอเคอร์ = 55x88 ตารางหลา

(โดยเทียบกับระบบเมตริก 1 เอเคอร์ = 4046.856 ตารางเมตร)

ตัวอย่าง 7.2.1

เนื่องจาก 1 หลา เท่ากับ 91.44 เซนติเมตร ดังนั้น 1 ตารางหลาคือ $91.44 \times 91.44 = 8,361.27$ ตารางเซนติเมตร จึงได้ว่า 1 เอเคอร์เท่ากับ $55 \times 88 \times 8,361.27 = 40,468,546.80$ ตารางเซนติเมตร และเนื่องจาก 1 ตารางเมตร = $100 \times 100 = 10,000$ ตารางเซนติเมตร จึงได้ว่า 1 เอเคอร์เท่ากับ $40,468,546.80 / 10,000 = 4,046.85$ ตารางเมตร

©mm

ตัวอย่าง 7.2.2

เนื่องจาก 1 ตารางกิโลเมตร เท่ากับ $1,000 \times 1,000 = 1,000,000$ ตารางเมตร และ 4,046.85 ตารางเมตร เป็น 1 เอเคอร์ ดังนั้น 1 ตารางกิโลเมตรเท่ากับ $1,000,000 / 4,046.85 = 247.11$ เอเคอร์

©mm

7.2.2 มาตราวัดปริมาตรในระบบอังกฤษ

3 teaspoons(tsp.) = 1 tablespoon(tbsp.)

2 tbsp. = 1 fl. ounces (fl.oz.)

8 ounces (oz.) = 1 cup (c)

2 c = 1 pint (pt.)

2 pt. = 1 quart (qt)

4 qt = 1 gallon (gal)

(โดยเทียบกับระบบเมตริก 1 teaspoon = 5 ลูกบาศก์เซนติเมตร)

ตัวอย่าง 7.2.3

จะเห็นว่า 1 ช้อนชา = 5 ลูกบาศก์เซนติเมตร หรือ 5 ซีซี

ดังนั้น 1 ช้อนโต๊ะ = 5×3 = 15 ซีซี

1 ออนซ์ = 15×2 = 30 ซีซี

1 ถ้วยตวง = 30×8 = 240 ซีซี

1 โพนท์ = 240×2 = 480 ซีซี

1 ควอร์ต = 480×2 = 960 ซีซี

และ 1 แกลลอน = 960×4 = 3,840 ซีซี = 3.84 ลิตร

แต่โดยความเป็นจริง หน่วยวัด 1 ช้อนชาไม่ได้เท่ากับ 5.00 ซีซี ตามที่บัญญัติ แต่จะเท่ากับ 4.93 ซีซี

ซึ่งจะทำให้ 1 ช้อนโต๊ะ = 4.93×3 = 14.79 ซีซี

1 ออนซ์ = 14.79×2 = 29.58 ซีซี

1 ถ้วยตวง = 29.58×8 = 236.64 ซีซี

1 โพนท์ = 236.64×2 = 473.28 ซีซี

1 ควอร์ต = 473.28×2 = 946.56 ซีซี

และ 1 แกลลอน = 946.56×4 = 3,786.24 ซีซี = 3.79 ลิตร เป็นค่าที่ถูกต้องมากกว่า

แต่ทั้งสองกรณีก็พอจะกล่าวได้เหมือนกันว่า 1 แกลลอนเป็นปริมาตรที่เท่ากับ 3.8 ลิตรโดยประมาณ

๐๐๐

ตัวอย่าง 7.2.4

เลือด เป็นส่วนประกอบที่สำคัญของร่างกาย เปรียบเสมือนสายธารหล่อเลี้ยงชีวิต ตามปกติแล้วมนุษย์เราจะมีเลือดไหลเวียนอยู่ในร่างกายประมาณ 4,000 – 5,000 ซีซี ถ้าเทียบว่า 5 ซีซีเท่ากับ 1 ช้อนชาแล้ว เราสามารถคำนวณได้ว่า ร่างกายคนเรามีเลือดไหลเวียนอยู่ประมาณ 16.67– 20.83 ถ้วย

ตวง

๐๐๐

7.2.3 มาตราวัดพื้นที่ในระบบไทย

100 ตารางวา = 1 งาน

4 งาน = 1 ไร่

(โดยเทียบกับระบบเมตริก 1 ตารางวา = 4 ตารางเมตร)

ตัวอย่าง 7.2.5

เนื่องจาก 1 ไร่ มี 4 งาน = $4 \times 100 = 400$ ตารางวา = $400 \times 4 = 1,600$ ตารางเมตร และ
นอกจากนี้ 1 ตารางกิโลเมตรเท่ากับ $1,000 \times 1,000 = 1,000,000$ ตารางเมตร จึงได้ว่า

1 ตารางกิโลเมตร = $1,000,000 / 1,600 = 625$ ไร่

๐๙๙

ตัวอย่าง 7.2.6

ปัญหาพื้นที่ทับซ้อน 4.6 ตารางกิโลเมตรบนเขาพระวิหาร เป็นปัญหาซึ่งยังหาจุดจบไม่ได้
ระหว่างไทย-เขมร จนเกิดการปะทะทางทหารกันหลายหนด้วยกัน เนื่องจาก 1 ตารางกิโลเมตร เท่ากับ
625 ไร่ ถ้าจะคิดเป็นหน่วยพื้นที่ในระบบไทย ก็จะเท่ากับ $4.6 \times 625 = 2,875$ ไร่

๐๙๙

7.2.4 มาตราวัดปริมาตรในระบบไทย

20 ทะนาน = 1 สัดหรือถัง

50 ถัง = 1 บั้น

2 บั้น = 1 เกวียน

ซึ่งใน พ.ศ. 2466 (สมัยรัชกาลที่ 6) ได้ตราพระราชบัญญัติมาตราซึ่งดวงวัดฉบับแรกโดยกำหนดให้

ทะนาน ให้เท่ากับ หนึ่งลิตร (ท.)

สัด ให้เท่ากับ ยี่สิบลิตร (ส.)

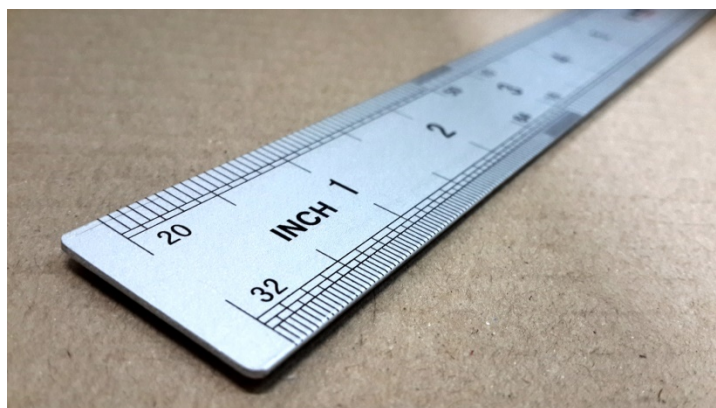
บั้น ให้เท่ากับ พันลิตร (บ.)

เกวียน ให้เท่ากับ สองพันลิตร (กว.)

การวัดปริมาตรในระบบไทยแต่เดิมไม่ปรากฏว่าใช้วัดปริมาณของเหลว ส่วนใหญ่ก็เอาไว้ใช้ตวง
ข้าวเปลือกข้าวสารเป็นส่วนใหญ่ เนื่องจากการตราพระราชบัญญัติมาตราซึ่งดวงวัดมาใช้เป็น
เวลานาน ยิ่งไปกว่านั้นก็มีกฎหมายตราขึ้นเพื่อให้ใช้การวัดน้ำหนักแทนการวัดปริมาตรสิ่งเหล่านี้ ซึ่งจะ
กล่าวในหัวข้อถัดไป ในปัจจุบันจึงไม่ค่อยมีการใช้หน่วยวัดปริมาตรแบบไทยมากนัก จะไม่กล่าวใน
รายละเอียดหรือให้ตัวอย่างในเรื่องนี้

แบบฝึกหัด 7.2

1. มหาวิทยาลัยเชียงใหม่มีพื้นที่ประมาณ 8,500 ไร่ แบ่งเป็น 3 ฝั่งใหญ่ ๆ คือ ฝั่งสวนดอกเป็นที่ตั้งของคณะสายการแพทย์ทั้ง 6 ฝั่งสวนสักเป็นที่ตั้งของคณะส่วนใหญ่และหอพักปี 1 ฝั่งแม่เหียะ เป็นที่ตั้งของคณะสัตวแพทยศาสตร์และอุตสาหกรรมเกษตร ถ้ามหาวิทยาลัยเชียงใหม่มีพื้นที่ประมาณกี่เอเคอร์
2. โลกมีพื้นที่ผิว 510,072,000 ตารางกิโลเมตร เป็นพื้นน้ำประมาณ 361,132,000 ตารางกิโลเมตร ที่เหลืออีกประมาณ 148,940,000 ตารางกิโลเมตร เป็นพื้นดิน ถ้ามหาวิทยาลัยเชียงใหม่มีพื้นที่ผิวเป็นพื้นน้ำกี่ไร่
3. จากข้อ 2. โลกมีพื้นที่ผิวเป็นพื้นดินกี่เอเคอร์
4. ป่าหิมพานต์ตั้งอยู่บริเวณเชิงเขาพระสุเมรุ มีลักษณะเป็นมณฑลวงกลม เส้นผ่านศูนย์กลาง 3,000 โยชน์ ตามข้อมูลนี้แล้ว พื้นที่ของป่าหิมพานต์จะเท่ากับกี่ตารางกิโลเมตร
5. ทำเนียบขาวเป็นที่พำนักอย่างเป็นทางการและสถานที่ทำงานหลักของประธานาธิบดีสหรัฐอเมริกาทุกคน มีพื้นที่ใช้สอยรวม 55,000 ตารางฟุต พื้นที่นี้จะเท่ากับกี่ไร่ กี่งาน กี่ตารางวา
6. พระราชวังต้องห้ามเป็นพระราชวังหลวงของจีนมาตั้งแต่สมัยกลางราชวงศ์หมิงจนถึงราชวงศ์ชิง ตั้งอยู่ใจกลางของกรุงปักกิ่งครอบคลุมพื้นที่ 180 เอเคอร์ คิดเป็นพื้นที่กี่ตารางเมตร
7. การวัดปริมาตรสำหรับน้ำมันปิโตรเลียมใช้หน่วยคือ บาร์เรล (barrel) โดยที่ 1 บาร์เรลประมาณได้ 159 ลิตร ทั้งนี้ 1 บาร์เรลเท่ากับ 35 แกลลอนอังกฤษ และเท่ากับ 42 แกลลอนสหรัฐอเมริกา ถ้ามหาวิทยาลัยเชียงใหม่มีพื้นที่ 159 ไร่ เท่ากับกี่บาร์เรล
8. เบียร์จากสหรัฐอเมริกาี่ห้อหนึ่งบรรจุขวดละ 12 fl. oz. ขายเป็นกล่อง 24 ขวด ในราคากล่องละ 490 บาท ถ้ากำหนดให้ 1 ซองชาเท่ากับ 5 ซีซี ถ้ามหาวิทยาลัยเชียงใหม่มีพื้นที่ 159 ไร่ เท่ากับกี่ซองชา
9. ข้าวเปลือก 1 เกวียนเท่ากับกี่ทะนาน
10. ทราย 1 ลูกบาศก์เมตรเท่ากับกี่ถัง



7.3 การวัดน้ำหนักและอุณหภูมิ

(Measuring Weight and Temperature)

บัญชีมาตราซึ่งตวงวัดตามมาตรา 9 ตามพระราชพระราชบัญญัติมาตราซึ่งตวงวัด พ.ศ. 2542 กำหนดเพิ่มเติมอีกว่า หน่วยมูลฐานของมวลสารให้เป็นกิโลกรัม คำว่ากิโลกรัมนี้คือ มวลสารซึ่งเท่ากับมวลสารแบบประสมระหว่างประเทศของกิโลกรัม ให้จำนวนหน่วยของมวลสารเป็นดังต่อไปนี้

ชื่อ	อัตรา	อักษรย่อ
เมตริกตัน	เท่ากับ พันกิโลกรัม	ต.
เมตริกควินตัน	เท่ากับ ร้อยกิโลกรัม	ควต.
กิโลกรัม	เท่ากับ หนึ่งกิโลกรัม	กก.
เฮกโตกรัม	เท่ากับ หนึ่งในสิบของหนึ่งกิโลกรัม	ฮก.
เดคากรัม	เท่ากับ หนึ่งในร้อยของหนึ่งกิโลกรัม	ดคก.
กรัม	เท่ากับ หนึ่งในพันของหนึ่งกิโลกรัม	ก.
เดซิกรัม	เท่ากับ หนึ่งในหมื่นของหนึ่งกิโลกรัม	ดก.
เซนติกรัม	เท่ากับ หนึ่งในแสนของหนึ่งกิโลกรัม	ชก.
มิลลิกรัม	เท่ากับ หนึ่งในล้านของหนึ่งกิโลกรัม	มก.
ไมโครกรัม	เท่ากับ หนึ่งในพันล้านของหนึ่งกิโลกรัม	มคก.

เพื่อประโยชน์ในการแสดงน้ำหนัก ให้ถือว่าจำนวนหน่วยของมวลสารแห่งสิ่งใดเป็นจำนวนหน่วยของน้ำหนักแห่งสิ่งนั้น

การวัดปริมาตรหรือวัดน้ำหนักของสินค้าเป็นสิ่งสำคัญที่จะต้องทำตามกฎหมายอย่างเคร่งครัด เพื่อป้องกันการเอารัดเอาเปรียบกัน ในปี 2543 จึงมีประกาศกระทรวงพาณิชย์ เรื่อง กำหนดสินค้าที่ต้องซื้อขายหรือจำหน่ายโดยใช้มาตราซึ่งในระบบเมตริก ดังนี้

หมวด ผลิตภัณฑ์จากพืช

- | | |
|-------------------|------------------------|
| (1) ข้าวเปลือก | (2) ข้าวสารจ้าว |
| (3) ข้าวสารเหนียว | (4) ปลาเยข้าว |
| (5) รำข้าว | (6) ข้าวโพด |
| (7) ข้าวฟ่าง | (8) เผือกและมันทุกชนิด |
| (9) อ้อย | (10) ถั่วทุกชนิด |
| (11) งา | (12) เมล็ดบัว |
| (13) เมล็ดละหุ่ง | (14) ผ้ายและเมล็ดผ้าย |

- | | |
|---|----------------------------------|
| (15) หัวหอมและกระเทียมแห้ง | (16) นุ่น นุ่นปุยและเมล็ดนุ่น |
| (17) ปอ | (18) ผักสดทุกชนิด |
| (19) เนื้อมะพร้าวแห้ง | (20) พริกไทยและเครื่องเทศทุกชนิด |
| (21) พริกแห้ง | (22) มะขามแห้งและมะขามเปียก |
| (23) มันสำปะหลัง และผลิตภัณฑ์จากมันสำปะหลัง | |
| (24) ยางแผ่นรมควัน ยางคละและเศษยาง | (25) แป้งทุกชนิดที่ใช้ทำอาหาร |

หมวด ผลิตภัณฑ์จากแร่

- (1) ปูนซีเมนต์
- (2) ปูนขาว
- (3) ก๊าซปิโตรเลียมเหลว(เฉพาะบรรจุถังที่ใช้ในครัวเรือน)

หมวด ผลิตภัณฑ์จากสัตว์

- | | |
|---|--------------------------|
| (1) เนื้อสุกร มันแข็ง และมันเปลงของสุกร | (2) เนื้อโคและเศษเนื้อโค |
| (3) เนื้อกระบือ และเศษเนื้อกระบือ | (4) เนื้อแกะ |
| (5) เนื้อแพะ | (6) กุนเชียง |
| (7) นมผง | |

หมวด ผลิตภัณฑ์จากอุตสาหกรรมทางเคมีหรืออุตสาหกรรมที่เกี่ยวข้องกัน

- | | |
|-------------------------------------|---------------|
| (1) ผงซักฟอก | (2) ผงชูรส |
| (3) น้ำตาลทราย | (4) น้ำตาลปีบ |
| (5) ปุ๋ย (ยกเว้นปุ๋ยที่เป็นของเหลว) | |

7.3.1 มาตรฐานน้ำหนักในระบบอังกฤษ

16 ounces (oz.) = 1 pound (lb.)

2,205 lb. = 1 metric ton

(โดยเทียบกับระบบเมตริก 1 oz. = 28.3495231 กรัม และ 1 troy oz. = 31.1034768 กรัม)

ในที่นี้ oz. อันแรกสำหรับชั่งสิ่งของทั่วไปเช่นอาหาร ส่วน troy oz. ใช้สำหรับการชั่งโลหะมีค่าเช่นทองคำ เงิน พลาตินัม เป็นต้น

ตัวอย่าง 7.3.1

ในการชกมวยสากลจะแบ่งนักมวยออกเป็นพิกัดต่าง ๆ ตามน้ำหนัก ได้แก่

- | | | |
|------|--------------------------|---------------------------------|
| (1) | รุ่น Heavyweight | น้ำหนัก มากกว่า 200 ปอนด์ (lb.) |
| (2) | รุ่น Junior heavyweight | ไม่เกิน 200 lb. |
| (3) | รุ่น Light heavyweight | ไม่เกิน 175 lb. |
| (4) | รุ่น Super middleweight | ไม่เกิน 168 lb. |
| (5) | รุ่น Middleweight | ไม่เกิน 160 lb. |
| (6) | รุ่น Light middleweight | ไม่เกิน 154 lb. |
| (7) | รุ่น Welterweight | ไม่เกิน 147 lb. |
| (8) | รุ่น Light welterweight | ไม่เกิน 140 lb. |
| (9) | รุ่น Lightweight | ไม่เกิน 135 lb. |
| (10) | รุ่น Super featherweight | ไม่เกิน 130 lb. |
| (11) | รุ่น Featherweight | ไม่เกิน 126 lb. |
| (12) | รุ่น Super bantamweight | ไม่เกิน 122 lb. |
| (13) | รุ่น Bantamweight | ไม่เกิน 118 lb. |
| (14) | รุ่น Super flyweight | ไม่เกิน 115 lb. |
| (15) | รุ่น Flyweight | ไม่เกิน 112 lb. |
| (16) | รุ่น Light flyweight | ไม่เกิน 108 lb. |
| (17) | รุ่น Mini flyweight | ไม่เกิน 105 lb. |
| (18) | รุ่น Pin weight | ไม่เกิน 101 lb. |

เนื่องจาก 1 กิโลกรัมเท่ากับ 2.205 ปอนด์ นักศึกษาสามารถคำนวณได้ว่าถ้าต้องการชกมวยสากล จะต้องขึ้นชกในรุ่นใด เช่น ถ้าน้ำหนัก 65 กิโลกรัม ก็จะเท่ากับน้ำหนักในระบบอังกฤษคือ 65×2.205 ได้เท่ากับ 143.33 ปอนด์ ถือว่าจะขึ้นชกได้ตั้งแต่รุ่น Welterweight ขึ้นไปจนถึงรุ่น Heavyweight

ตัวอย่าง 7.3.2

สูตรในการรับประทานของชายคนหนึ่งในแต่ละวัน คือ ข้าวหนึ่ง 0.5 ปอนด์ ปลาทูปี้ง 4 ออนซ์ ถั่วฝักยาวต้ม 6 ออนซ์ ไก่กรีมวนิลลา 4 ออนซ์ และสไลซ์อ้วน 5 ออนซ์ คำนวณออกมาเป็นหน่วยการวัด น้ำหนักระบบเมตริกได้ ข้าวหนึ่ง $0.5 / 2.205 = 0.23$ กิโลกรัม หรือ 230 กรัม ปลาทูปี้ง $4 \times 28.35 = 113.40$ กรัม ถั่วฝักยาวต้ม $6 \times 28.35 = 170.10$ กรัม ไก่กรีมวนิลลา $4 \times 28.35 = 113.40$ กรัม และสไลซ์อ้วน $5 \times 28.35 = 141.75$ กรัม

7.3.2 มาตรฐานน้ำหนักในระบบไทย (มักใช้กับโลหะมีค่าในประเทศไทย)

4 สลึง = 1 บาท

4 บาท = 1 ตำลึง

20 ตำลึง = 1 ชั่ง

50 ชั่ง = 1 หาบ

(โดยเทียบกับระบบเมตริก โดยประมาณ ทองคำน้ำหนัก 1 บาท = 15 กรัม
 แต่โดยความเป็นจริง ทองรูปพรรณ น้ำหนัก 1 บาท = 15.16 กรัม
 ทองคำแท่งน้ำหนัก 1 บาท = 15.244 กรัม
 และกำหนดให้ อัญมณี 1 กระรัต = 0.2 กรัม)

ตัวอย่าง 7.3.3

ถ้ากำหนดให้ทองหนึ่งบาทหนัก 15 กรัมก็จะได้ว่า 1 ตำลึงเท่ากับ $15 \times 4 = 60$ กรัม และ 1 ชั่งเท่ากับ $60 \times 20 = 1200$ กรัม หรือ 1.2 กิโลกรัมนั่นเอง ในประเทศไทยสมัยก่อน มีการบัญญัติค่าของคนไทยไว้เหมือนกัน โดยกำหนดเอาฐานะของคนเป็นเกณฑ์ อาจกำหนดกันด้วยการได้รับอนุญาตให้ครอบครองที่ดินที่เรียกว่า “ศักดินา” เพราะมีสำนวนพูดกันติดมาจนทุกวันนี้ว่า “เจ้าพระยานาฬมีน” นอกจากนี้ ยังมีการตีราคาคนอีกอย่างหนึ่ง ซึ่งถือเป็นประเพณี คือการตีราคาหญิงสาวในเวลาที่ยาษาหนุ่มส่งเจ้าแม่มาสู่ขอ พ่อแม่ของฝ่ายหญิงก็มักจะเรียกทองเป็นการชดเชยค่าที่ได้เลี้ยงดูมา เป็นค่าที่นอนหมอนมุ้งบ้าง เป็นกองทุนร่วมกันบ้าง เรียกว่าสินสอด ที่เป็นทองก็เรียกว่า ทองหมั้น รวมเข้าเป็นสินสอดทองหมั้น ซึ่งชายก็ต้องใช้เงินตราเป็นสินสอด และใช้เงินตราซื้อทองหมั้น จะมากหรือน้อย ก็ต้องว่าแล้วแต่จะเรียก หญิงสาวบางคนก็ค่าตัวสูงมาก อาจด้วยเกิดในตระกูลสูง มีหน้าตาสะสวย เป็นผู้ดี ทั้งนี้การเรียกทองหมั้นอาจมากไปเป็นสิบเป็นร้อยชั่ง (120 กิโลกรัม) เป็นที่มาของคำว่า “สาวน้อยร้อยชั่ง” เป็นต้น

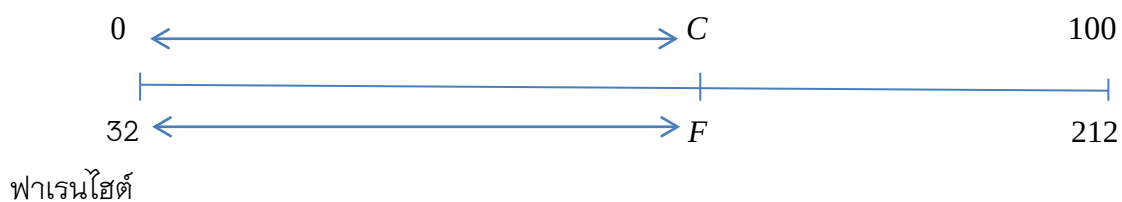
ตัวอย่าง 7.3.4

ตุตันคาเมน เป็นฟาโรห์แห่งอียิปต์ ครองราชย์ช่วง 1336-1327 ปีก่อนคริสต์ศักราช ครั้งที่มีการขุดพบสุสานตุตันคาเมนแห่งนี้เกือบ 100 ปีก่อน ได้พบกรุสมบัติมากมายถึง 5 พันกว่ารายการ รวมถึงพบ “หน้ากากทองคำ” ที่ดีเข้ารูปของกษัตริย์หนุ่ม น้ำหนักประมาณ 14 กิโลกรัม หรือ 14,000 กรัม ซึ่งยังคงแวววาวเปล่งประกายมาตลอดกว่า 3 พันปี ถ้ากำหนดให้ ทองคำรูปพรรณ 1 บาท เท่ากับ 15.16 กรัม ก็จะได้ว่าหน้ากากทองคำชิ้นนี้ มีน้ำหนักในระบบการชั่งของไทยเท่ากับ $14,000 / 15.16 = 923.48$ บาท หรือราว $923.48 / 4 = 230.07$ ตำลึง หรือ $230.07 / 20 = 11.54$ ชั่ง

7.3.3 มาตราวัดอุณหภูมิในระบบอังกฤษ

หน่วยการวัดอุณหภูมิในระบบอังกฤษเป็นฟาเรนไฮต์ โดยตั้งชื่อตามนักฟิสิกส์ชาวเยอรมัน กาเบรียล ฟาเรนไฮต์ (Daniel Gabriel Fahrenheit 1686–1736) กำหนดว่าน้ำมีจุดเยือกแข็งอยู่ที่ 32 องศาฟาเรนไฮต์ โดยปกติจะเขียนว่า 32 °F และมีจุดเดือดที่ 212 องศาฟาเรนไฮต์ แบ่งออกเป็น 180 ส่วนจากจุดเยือกแข็งถึงจุดเดือด ทั้งนี้เมื่อเทียบกับหน่วยวัดในระบบเมตริกที่กำหนดให้น้ำมีจุดเยือกแข็งอยู่ที่ 0 องศาเซลเซียสและมีจุดเดือดที่ 100 องศาเซลเซียสซึ่งเป็นการแบ่งออกเป็น 100 ส่วนจากจุดเยือกแข็งถึงจุดเดือด จะได้ว่า

ถ้า C และ F เป็นค่าของอุณหภูมิในหน่วยเซลเซียสและหน่วยฟาเรนไฮต์ที่จุดเดียวกันเซลเซียส



จะเห็นว่า สัดส่วน $F - 32$ ต่อ $212 - 32$ จะเท่ากับสัดส่วน $C - 0$ ต่อ $100 - 0$ นั่นคือ

$$\frac{F - 32}{212 - 32} = \frac{C - 0}{100 - 0}$$

$$\frac{F - 32}{180} = \frac{C}{100}$$

จะได้สูตรการเปลี่ยนหน่วยไปเป็นระบบเมตริกคือ

$$F = \left(\frac{9}{5}C\right) + 32$$

ปัจจุบันประเทศที่ยังมีการใช้หน่วยองศาฟาเรนไฮต์ได้แก่ สหรัฐอเมริกา จาไมกา คอสตาริกา เปรูโตริโก และฟิลิปปินส์

ตัวอย่าง 7.3.5

อุณหภูมิปกติของร่างกายมนุษย์โดยทั่วไปแล้วเป็นที่ยอมรับกันว่าเท่ากับ 37.0°C ถ้าต้องการแปลงเป็นระบบอังกฤษก็แทนค่า C ในสูตรด้วย 37.0 แล้วแก้สมการจะได้ ค่าของอุณหภูมิในหน่วยฟาเรนไฮต์คือ

$$F = \left(\frac{9}{5} \times 37\right) + 32 = 66.6 + 32 = 98.6 \text{ } ^\circ\text{F}$$

ตัวอย่าง 7.3.6

เป็นที่ทราบกันดีว่า หมู่บ้านที่หนาวที่สุดในโลกคือหมู่บ้านโอมยาคอน (Oymyakon) ซึ่งตั้งอยู่แถบไซบีเรีย ในประเทศรัสเซียประเทศรัสเซีย อุณหภูมิเฉลี่ยอยู่ที่ -90°F ถ้าต้องการแปลงให้เป็นระบบเมตริก ก็แทน F ในสูตรด้วย -90 แล้วแก้สมการ จะได้ค่าของอุณหภูมิในหน่วยเซลเซียสคือ

$$-90 = \left(\frac{9}{5}C\right) + 32$$

นั่นคือ

$$\frac{9}{5}C = -90 - 32 = -122$$

ดังนั้น

$$C = \frac{5}{9} \times (-122) = -67.78^{\circ}\text{C}$$

๐๗๗

นอกจากนี้แล้วบัญชีมาตราซึ่งดวงวัดตามมาตรา 9 ตามพระราชพระราชนิพนธ์มาตราซึ่งดวงวัด พ.ศ. 2542 ยังกำหนดเพิ่มเติมอีกว่า หน่วยมูลฐานของเวลาให้เป็นวินาที คือ ระยะเวลาเท่ากับ 9,192,631,770 คาบของการแผ่รังสีที่สมนัยกับการเปลี่ยนระดับไฮเปอร์ไฟน์สองระดับของอะตอมซีเซียม-133 (Caesium-133) ในสถานะพื้นฐาน

หน่วยมูลฐานของกระแสไฟฟ้าให้เป็นแอมแปร์ คือ ปริมาณของกระแสไฟฟ้า ซึ่งถ้ารักษาให้คงที่ อยู่ในตัวนำสองเส้นที่มีความยาวอนันต์ มีพื้นที่ภาคตัดขวางกลมเล็กมากจนไม่จำเป็นต้องคำนึงถึง และวางอยู่คู่ขนานห่างกันหนึ่งเมตรในสุญญากาศแล้ว จะทำให้เกิดแรงระหว่างตัวนำทั้งสองเท่ากับ 2×10^{-7} นิวตัน ต่อความยาวหนึ่งเมตร

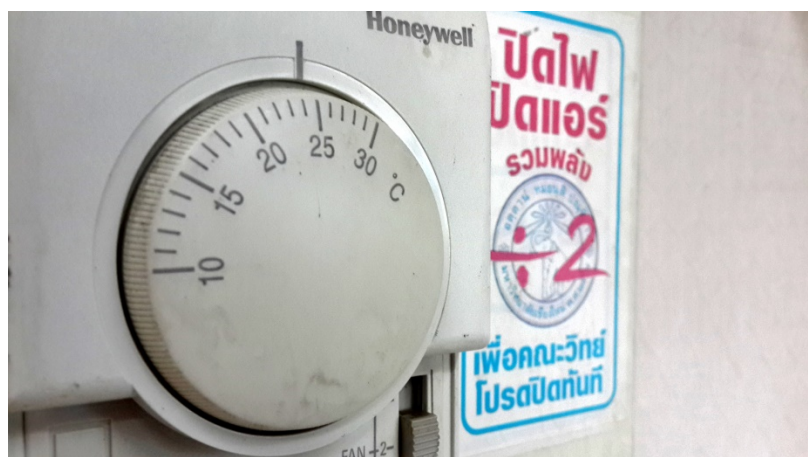
หน่วยมูลฐานของอุณหภูมิทางเทอร์โมไดนามิกส์ให้เป็นเคลวิน ซึ่งเท่ากับ 1 ใน 273.16 ของอุณหภูมิทางเทอร์โมไดนามิกส์ของจุดสามสถานะของน้ำ หน่วยเคลวินให้ใช้สำหรับแสดงช่วงอุณหภูมิ หรือความแตกต่างของอุณหภูมิด้วยในกิจการทั้งปวง ให้ใช้หน่วยอุณหภูมิเป็นองศาเซลเซียสได้ อุณหภูมิเป็นองศาเซลเซียสเท่ากับอุณหภูมิทางเทอร์โมไดนามิกส์ลบด้วย 273.15

หน่วยมูลฐานของปริมาณสารให้เป็นโมล คือ ปริมาณสารของระบบที่ประกอบด้วย องค์ประกอบมูลฐาน ซึ่งมีจำนวนเท่ากับจำนวนอะตอมใน 0.012 กิโลกรัม ของคาร์บอน-12 (Carbon-12) เมื่อใช้โมล ต้องระบุองค์ประกอบมูลฐาน ซึ่งอาจจะเป็นอะตอมโมเลกุล ไอออนอิเล็กตรอน อนุภาคอื่น ๆ หรือกลุ่มของอนุภาคตามที่กำหนด

และ หน่วยมูลฐานของความเข้มแห่งการส่องสว่างให้เป็นแคนเดลา คือ ความเข้มแห่งการส่องสว่าง ในทิศทางที่กำหนดให้ของแหล่งกำเนิด ซึ่งแผ่รังสีเอกกรงค์ด้วยความถี่ 540×10^{12} เฮิรตซ์ และมีความเข้มแผ่รังสีในทิศทางนั้นเท่ากับ 1 ใน 683 วัตต์ ต่อ สเตอเรเดียน ซึ่งจะไม่กล่าวถึงการวัดเหล่านี้ในกระบวนวิชา 206100

แบบฝึกหัด 7.3

1. ไม้กฤษณาเป็นไม้ทรงคุณค่ามาแต่โบราณ มีการนำมาใช้ประกอบทางยาในแพทย์ในแถบทวีปเอเชีย และการนำมาใช้เพื่อให้เกิดกลิ่นหอมซึ่งรู้จักกันดีในนาม “Aromatherapy” ถ้ากำหนดให้ 1 ออนซ์ เท่ากับ 28.3495231 กรัมและ 1 บาทเท่ากับ 15 กรัม จงหาว่าไม้กฤษณา 20 ชั่ง เท่ากับกี่ออนซ์
2. เมื่อปี 2556 ไม้กฤษณาราคากิโลกรัมละ 300,000 บาท ถ้ากำหนดให้ 1 บาท เท่ากับ 15 กรัม จงหาว่า ไม้กฤษณาน้ำหนัก 20 ชั่ง จะมีราคากี่บาท
3. ถ้ากำหนดให้ 1 oz. เท่ากับ 28.3495231 กรัม จงหาว่า เนื้อวัว 10 oz. เป็นกี่กิโลกรัม
4. การค้นพบสุสานตุตันคาเมน ฟาโรห์ของอียิปต์ พบทรัพย์สมบัติล้ำค่า มัมมี่ของฟาโรห์หนุ่มถูกบรรจุอยู่ในโลงศพทองคำสามชั้นซึ่งมีน้ำหนักของทองคำรวมเป็น 100 กิโลกรัม ถามว่าถ้าวัดเป็นทองคำที่ Troy oz. ถ้ากำหนดให้ทองคำ 1 Troy oz. เท่ากับ 31.1034768 กรัม
5. พระสุโขทัยไตรมิตร หรือพระทองสุโขทัย หรือพระพุทธรมหาสุวรรณปฏิมากร เป็นพระพุทธรูปทองคำแท้ทั้งองค์หนักถึง 5.5 ตัน ประดิษฐาน ณ พระมหามณฑป พระพุทธรมหาสุวรรณปฏิมากร วัดไตรมิตรวิทยารามวรวิหาร ถามว่าพระพุทธรูปองค์นี้ทำจากทองคำน้ำหนักกี่หาบ ถ้ากำหนดให้ทองคำ 1 บาท เท่ากับ 15 กรัม
6. เพชรโคอินัวร์เคยเป็นเพชรที่มีขนาดใหญ่ที่สุดในโลก ขุดได้ในประเทศอินเดีย เพชรเม็ดนี้เคยตกเป็นสมบัติของของหลายราชวงศ์ของอินเดียในอดีต ต่อมาโคอินัวร์ได้รับการนำขึ้นถวายพระราชินีวิคตอเรียแห่งอังกฤษ มีทำการตัดและเจียรระโนใหม่ ซึ่งปัจจุบันเหลือน้ำหนัก 105.6 กะรัตและถูกประดับเป็นเพชรเม็ดกลางของมงกุฎของพระราชินีอังกฤษ ถามว่าเพชรเม็ดนี้หนักกี่กรัม
7. พยากรณ์อากาศระบุว่า ค่ำคืนนี้ทุกภูมิภาคทั่วโลกจะมีอุณหภูมิลดลงอีก 10 ฟาเรนไฮต์ ถ้าขณะนี้ อุณหภูมิอยู่ที่ 29 เซลเซียส ค่ำคืนนี้อุณหภูมิจะกลายเป็นกี่เซลเซียส
8. จากเนื้อเพลงของวงโมโคร “... ร้อน รักตัวเธอ มันร้อนเป็นไฟ หมื่น หมื่น หมื่นฟาเรนไฮต์...
... ร้อน ร้อนเกินทน มันร้อนเกินไป หมื่น หมื่น หมื่นฟาเรนไฮต์...
... ร้อน ร้อนเหลือกำลัง มันร้อนข้างใน หมื่น หมื่น หมื่นฟาเรนไฮต์...” ถามว่า หมื่นองศาฟาเรนไฮต์ เท่ากับกี่องศาเซลเซียส



เอกสารอ้างอิงบทที่ 7

ชนิษฐา ณ บางช้าง. (2526). พระปฐมเจดีย์. กรุงเทพฯ: องค์การค้าของคุรุสภา.

คณะทำงานโครงการวรรณกรรมอาเซียน. (2528). ไตรภูมิภิกขา ฉบับถอดความ: (Traibhumikatha; the story of the three planes of existence modernized version). กรุงเทพฯ: คณะกรรมการอาเซียนว่าด้วยวัฒนธรรมและสารสนเทศ สมาคมประชาชาติแห่งเอเชียตะวันออกเฉียงใต้.

รังสฤษฎ์ บุญชลอ. (2540). มวยสากล = Boxing. กรุงเทพฯ: สกายบุ๊กส์.

สมโชติ อ๋องสกุล. (2540). มหาวิทยาลัยเชียงใหม่: ประวัติศาสตร์ของชุมชนและภารกิจทางวิชาการเพื่อชุมชน. เชียงใหม่ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

สำนักงานคณะกรรมการกฤษฎีกา. (2546). พระราชบัญญัติมาตราซึ่งดวงวัดพ.ศ. 2542. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการกฤษฎีกา.

สิริวัฒน์ วงษ์ศิริ. (2525). วิทยาศาสตร์ 200 ปี รัตนโกสินทร์. กรุงเทพฯ : สมาคมวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทย.

อำนาจ เจริญศิลป์. (2523). วิทยาศาสตร์รอบตัว. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.

Cohn R. and Russell J., (1992). History of the Metric System. Gaithersburg: National Institute of Standards and Technology.

Ferrero G. (2007). Egypt : history and treasures of an ancient civilization. Vercelli : White Star.

Kahn, C. and Osborne, K. (2005). World History: Societies of the Past. Manitoba: Portage & Main Press.