

ครั้งที่ 20: แบบฝึกหัด

สำหรับเข็คชื่อ ประจำวันอังคารที่ 22 ตุลาคม พ.ศ.2562 (ไม่ต้องส่ง เช็คจากเฉลยของเว็บอาจารย์)

ชื่อ-สกุล..... KEY รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....

1. จงคำนวณอินทิกรัล $\int \frac{dx}{(x^2 - 4)^{3/2}}$

ให้ $x = 2 \sec \theta$
 $dx = 2 \sec \theta \tan \theta d\theta$

$$\begin{aligned} \therefore \int \frac{dx}{(x^2 - 4)^{3/2}} &= \int \frac{2 \sec \theta \tan \theta d\theta}{2^3 (\sec^2 \theta - 1)^{3/2}} \\ &= \frac{1}{4} \int \frac{\sec \theta \tan \theta d\theta}{\tan^3 \theta} \\ &= \frac{1}{4} \int \frac{\sec \theta}{\tan^2 \theta} d\theta \\ &= \frac{1}{4} \int \frac{\sec \theta \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} d\theta \\ &= \frac{1}{4} \int \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} d\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} \int \frac{1}{A^2} dA \\ &= \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{A} \right) + C \\ &= -\frac{1}{4 \sin \theta} + C \\ &= -\frac{x}{4 \sqrt{x^2 - 4}} + C \quad \# \end{aligned}$$

ให้ $A = \tan \theta$; $dA = \cos \theta d\theta$

2. จงเขียนรูปแบบการแยกเป็นเศษส่วนย่อย โดยไม่ต้องคำนวณค่าคงตัว

(a) $\frac{3x^2 + 1}{(x-2)(x^2 + 1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

(b) $\frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x(x-1)(x+2)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+2} + \frac{D}{(x+2)^2}$

(c) $\frac{2559x - 1}{(x+1)(x+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2}$

(d) $\frac{111x + 112}{x^3(x^2 - 2x + 5)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^3} + \frac{Dx + E}{(x^2 - 2x + 5)} + \frac{Fx + G}{(x^2 - 2x + 5)^2}$

3. จงคำนวณอินทิกรัล $\int \frac{2}{(x+1)(x-2)} dx$

พิจารณา $\frac{2}{(x+1)(x-2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2}$

$\therefore 2 = A(x+1) + B(x-2)$

(Trick): ถ้าให้ $x = -1$ ให้ว่า $2 = -3B$
 $\therefore B = -\frac{2}{3}$

ถ้าให้ $x = 2$ ให้ว่า $2 = 3A$
 $\therefore A = \frac{2}{3}$

$\therefore \int \frac{2}{(x+1)(x-2)} dx = \int \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x+1} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x-2} \right) dx$

$= \frac{2}{3} \ln|x+1| - \frac{2}{3} \ln|x-2| + C \quad \#$

4. จงหาค่าอินทิกรัล $\int \frac{5x^2 - 3x + 4}{(x - 1)(x^2 + 1)} dx$ โดยวิธีแยกเศษส่วนย่อย ถ้ากำหนดให้

$$\frac{5x^2 - 3x + 4}{(x - 1)(x^2 + 1)} = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$$