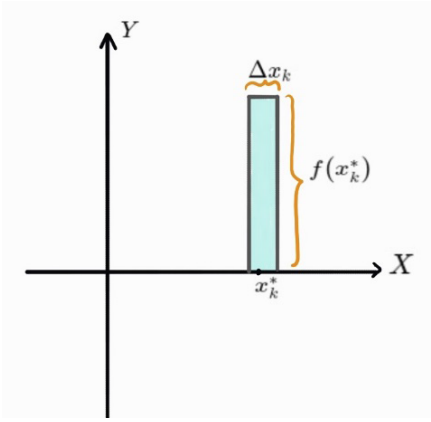
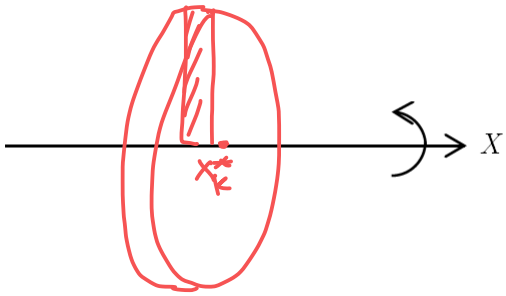
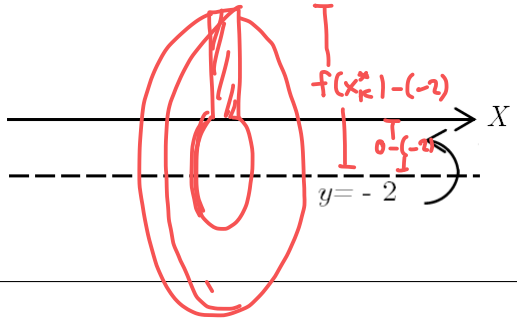
ครั้งที่ 25: แบบฝึกหัด

ประจำวันศุกร์ที่ 8 พฤศจิกายน พ.ศ.2562 (ไม่ต้องส่ง ให้ตรวจจากเว็บอาจารย์ หรือส่งตามอัธยาศัย)

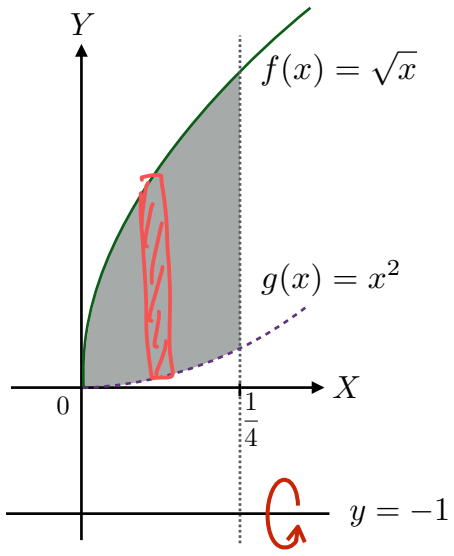
ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....

1. จงวาดรูปและปริมาตรของทรงตันที่เกิดจากบริเวณที่แรเงา ดังรูป รอบแกนที่กำหนดให้



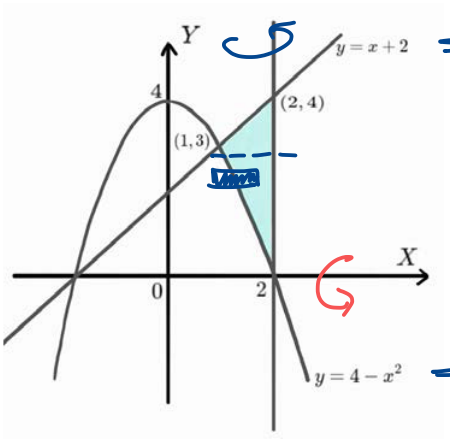
วาดรูปทรงตัน (คร่าว ๆ)	**ปริมาตร** (V)
หมุนรอบแกน X 	หมุนรอบแกน X V 1 ชิ้น $V = \pi[f(x_k^*)]^2 \Delta x_k$
หมุนรอบเส้นตรง $y = -2$ 	หมุนรอบเส้นตรง $y = -2$ V 1 ชิ้น $V = \pi[(f(x_k^*)-(-2))^2 - (0-(-2))^2] \Delta x_k$

2. จงหาปริมาตรของทรงตันที่เกิดจากการหมุนบริเวณที่แรเงารอบเส้นตรง $y = -1$ โดยวิธี washer โดยตอบใน รูปอินทิกรัล ไม่ต้องคำนวณค่า



$$V = \int_0^{1/4} \pi \left[(\sqrt{x} - (-1))^2 - (x^2 - (-1))^2 \right] dx$$

3. จงหาปริมาตรของทรงตันที่เกิดจากหมุนบริเวณที่แรเงา รอบแกนที่กำหนดให้ โดยตอบในรูปอินทิกรัล ไม่ต้องคำนวณค่า



$y = x + 2 \Rightarrow x = y - 2$

$y = 4 - x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4 - y}$

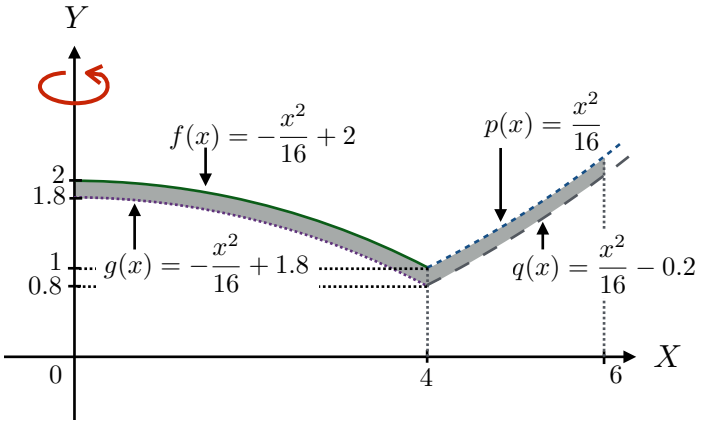
(a) หมุนรอบเส้นตรง $x = 2$ โดยวิธีจาน (disk method)

$$V = \int_0^3 \pi \left[2 - \sqrt{4-y} \right]^2 dy + \int_3^4 \pi \left[2 - (y-2) \right]^2 dy$$

(b) หมุนรอบแกน X โดยวิธีวงแหวน (washer method)

$$V = \int_1^2 \pi \left[(x+2)^2 - (4 - x^2) \right] dx$$

4. แม่หญิงการะเกดวาดและแรเงากราฟให้จีนฮง ดังภาพ



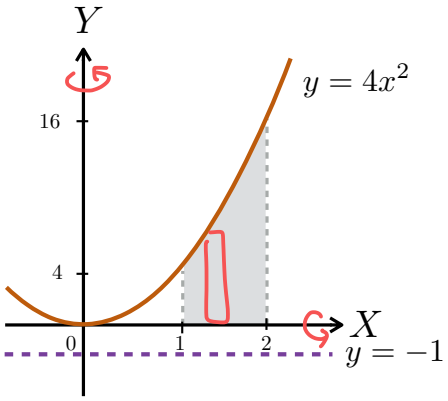
(a) จงหาพื้นที่แรเงา ให้ตอบ**ในรูปอินทิกรัลโดยไม่ต้องคำนวณค่า**

$V = \int_0^4 \left[\left(\frac{x^2}{16}+2\right) - \left(-\frac{x^2}{16}+1.8\right)\right]dx + \int_4^6 \left[\frac{x^2}{16} - \left(\frac{x^2}{16}-0.2\right)\right]dx$

(b) เมื่อทำการหมุนบริเวณที่แรเงารอบแกน y จะได้กระทะสำหรับปิ้งย่าง จงหาปริมาตรของเหล็กที่ใช้ในการผลิตกระทะปิ้งย่างนี้ด้วยวิธี Cylindrical Shell โดยให้ตอบ**ในรูปอินทิกรัลโดยไม่ต้องคำนวณค่า**

$V = \int_0^4 2\pi x\left[\left(-\frac{x^2}{16}+2\right) - \left(-\frac{x^2}{16}+1.8\right)\right]dx + \int_4^6 2\pi x\left[\left(\frac{x^2}{16}\right) - \left(\frac{x^2}{16}-0.2\right)\right]dx$

5. จงหาปริมาตรของทรงตันที่เกิดจากการหมุนบริเวณที่แรเงารอบแกนที่กำหนดให้ ดังภาพ โดยให้ตอบใน**รูปอินทิกรัล โดยไม่ต้องคำนวณค่า**



(a) รอบแกน X โดยวิธี Disks

$V = \int_1^2 \pi\left[(4x^2)^2\right]dx$

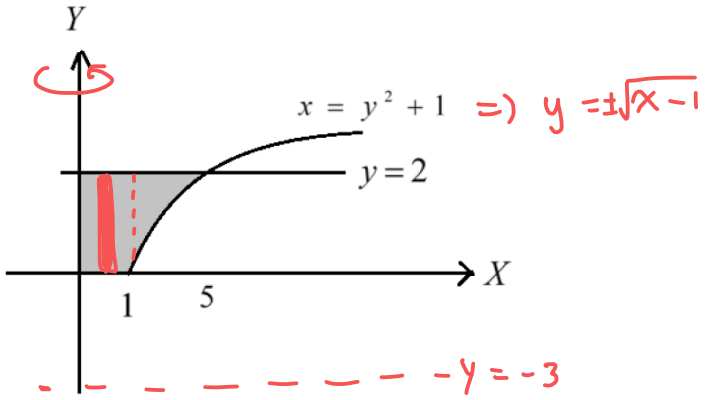
(b) รอบแกน Y โดยวิธี Cylindrical Shell

$V = \int_1^2 2\pi x\left[4x^2\right]dx$

(c) รอบเส้นตรง $y = -1$ โดยวิธี Washers

$V = \int_1^2 \pi\left[\left(4x^2-(-1)\right)^2 - \left[0-(-1)\right]^2\right]dx$

6. จงหาปริมาตรของทรงตันที่เกิดจากหมุนบริเวณที่แรเงา รอบแกนที่กำหนดให้ โดยตอบในรูปอินทิกรัล



$x = y^2 + 1 \Rightarrow y = \pm\sqrt{x-1}$

$-y = -3$

(a) หมุนรอบแกน Y โดยวิธีเปลือกทรงกระบอก (cylindrical shell)

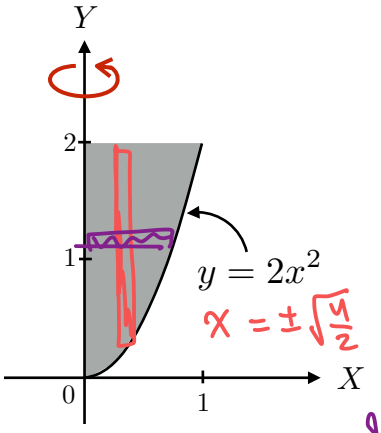
$$V = \int_0^1 2\pi x(2)\,dx + \int_1^5 2\pi x\left(2-\sqrt{x-1}\right)dx$$

(washer)

(b) หมุนรอบเส้นตรง $y = -3$ โดยวิธีจาน (~~cylindrical shell~~)

$$V = \int_0^1 \pi\left[(2-(-3))^2 - (0-(-3))^2\right]dx + \int_1^5 \pi\left[(2-(-3))^2 - (\sqrt{x-1}-(-3))^2\right]dx$$

7. แม่หญิงการะเกดทำเครื่องกรองน้ำ โดยทำการหมุนพื้นที่แรเงารอบแกน y สมมติว่านำเครื่องกรองน้ำนี้ไปตักน้ำก่อนใส่กรวดทราย จะได้ปริมาตรน้ำเท่าใด



ใช้ cylindrical shell รอบแกน y

$$V = \int_0^1 2\pi x\left(2x^2\right)dx$$

$$= 4\pi\int_0^1 x^3\,dx$$

$$= 4\pi\cdot\frac{x^4}{4}\Big|_0^1$$

$$= \pi \quad \#$$

ใช้ disk รอบแกน y

$$V = \int_0^2 \pi\left[\sqrt{\frac{y}{2}}\right]^2 dy$$

$$= \int_0^2 \pi\cdot\frac{y}{2}\,dy$$

$$= \pi\cdot\frac{y^2}{4}\Big|_0^2$$

$$= \pi \quad \#$$

ได้คำตอบเดียวกัน :)