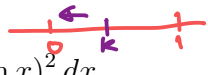



## ครั้งที่ 27: แบบฝึกหัด

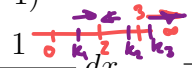
ประจำวันศุกร์ที่ 15 พฤศจิกายน พ.ศ.2562 (ไม่ต้องส่ง ให้ตรวจจากเว็บอาจารย์ หรือส่งตามอัยยาศัย)

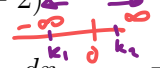
ชื่อ-สกุล..... **KEY** ..... รหัสนักศึกษา..... ลำดับที่.....


1. จงเขียนอินทิกรัลไม่ตรงแบบต่อไปในรูปลิมิตโดยไม่ต้องคำนวณค่าลิมิต


(a)  $\int_0^1 (\ln x)^2 dx$    $= \lim_{k \rightarrow 0^+} \int_k^1 (\ln x)^2 dx$


(b)  $\int_0^\infty \frac{1}{(x-1)^2} dx$    $= \lim_{k_1 \rightarrow 1^-} \int_0^{k_1} \frac{1}{(x-1)^2} dx + \lim_{k_2 \rightarrow 1^+} \int_{k_2}^2 \frac{1}{(x-1)^2} dx + \lim_{k_3 \rightarrow \infty} \int_2^{k_3} \frac{1}{(x-1)^2} dx$

(c)  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(x-2)} dx$    $= \lim_{k_1 \rightarrow 2^-} \int_1^{k_1} \frac{1}{x(x-2)} dx + \lim_{k_2 \rightarrow 2^+} \int_{k_2}^3 \frac{1}{x(x-2)} dx + \lim_{k_3 \rightarrow \infty} \int_3^{k_3} \frac{1}{x(x-2)} dx$


(d)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2+3} dx$    $= \lim_{k_1 \rightarrow -\infty} \int_{k_1}^0 \frac{1}{x^2+3} dx + \lim_{k_2 \rightarrow \infty} \int_0^{k_2} \frac{1}{x^2+3} dx$

(e)  $\int_1^{+\infty} x dx$    $= \lim_{k \rightarrow \infty} \int_1^k x dx$

(f)  $\int_{-\infty}^2 \frac{1}{(x-2)^4} dx$    $= \lim_{k_1 \rightarrow -\infty} \int_{k_1}^1 \frac{1}{(x-2)^4} dx + \lim_{k_2 \rightarrow 2^-} \int_1^{k_2} \frac{1}{(x-2)^4} dx$

(g)  $\int_1^2 \frac{x}{(x^2-1)} dx$    $= \lim_{k \rightarrow 1^+} \int_k^2 \frac{x}{(x^2-1)} dx$

2. จงพิจารณาว่าอินทิกรัล  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{x^5} dx$  ลู่เข้าหรือลู่ออก และถ้าลู่เข้า จงคำนวณค่าของอินทิกรัล

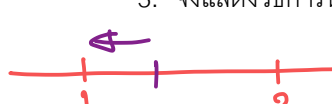
  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{x^5} dx = \lim_{k \rightarrow -\infty} \int_k^{-1} \frac{1}{x^5} dx$

$$= \lim_{k \rightarrow -\infty} \left[ -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x^4} \right]_k^{-1}$$

$$= \lim_{k \rightarrow -\infty} \left[ -\frac{1}{4} + \frac{1}{4k^4} \right]$$

$$= -\frac{1}{4} \quad \text{converges} \quad \#$$

3. จงแสดงวิธีการหาค่าปริพันธ์ไม่ตรงแบบ  $\int_1^2 \frac{x}{(x^2-1)} dx$  พร้อมทั้งระบุว่าปริพันธ์ดังกล่าวลู่เข้าหรือลู่ออก

  $\int_1^2 \frac{x}{x^2-1} dx = \lim_{k \rightarrow 1^+} \int_k^2 \frac{x}{x^2-1} dx$

let  $u = x^2 - 1$   
 $du = 2x dx$   
 $\therefore \int \frac{x}{x^2-1} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{u} du = \frac{1}{2} \ln|u| + C$

$$= \lim_{k \rightarrow 1^+} \left[ \frac{1}{2} \ln|x^2-1| \right]_k^2$$

$$= \lim_{k \rightarrow 1^+} \left[ \frac{1}{2} \ln|3| - \frac{1}{2} \ln|k^2-1| \right]$$

$\times$  เมื่อ  $k \rightarrow 1^+$  แล้ว  $k^2-1 \rightarrow 0^+$  และ  $\ln|k^2-1| \rightarrow -\infty$

$$= +\infty \quad \text{diverges} \quad \times$$