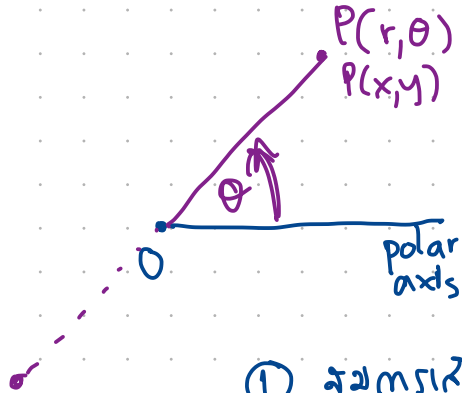
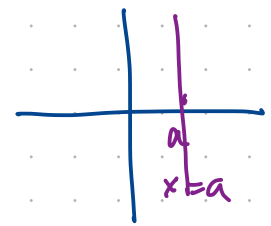


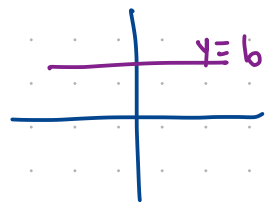


$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{aligned} x^2 + y^2 &= r^2 \\ \tan \theta &= \frac{y}{x} \end{aligned}$$

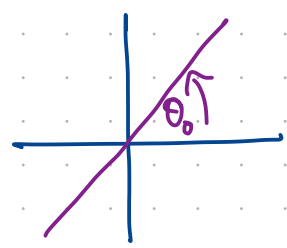
① ឧទាហរណ៍



$$r \cos \theta = a$$

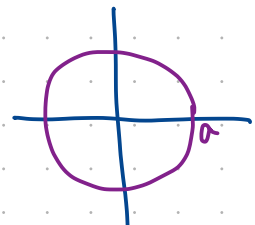


$$r \sin \theta = b$$

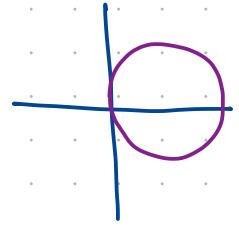


$$\theta = \theta_0$$

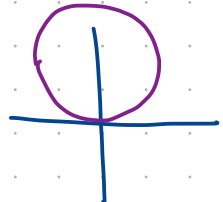
② ឧទាហរណ៍



$$r = a$$

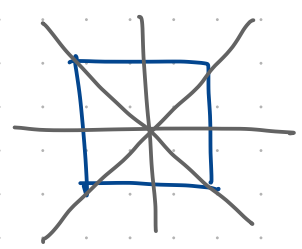


$$r = 2a \cos \theta \quad (\text{ផ្ចាញ់ } |a|)$$

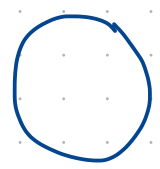
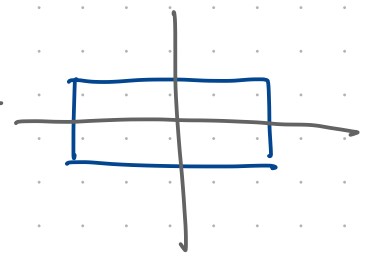


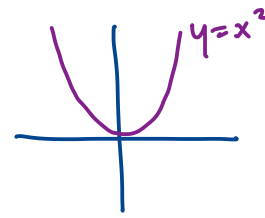
$$r = 2b \sin \theta \quad (\text{ផ្ចាញ់ } |b|)$$

បំប្លែង



← បំប្លែង





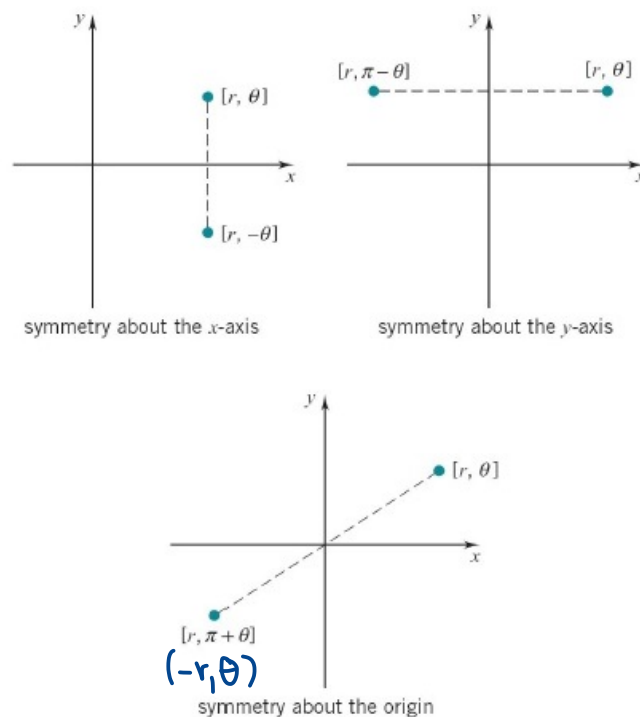
ต่อไปเราจะกล่าวถึงการทดสอบสมมาตรในระบบพิกัดเชิงขั้ว

จากรูป 4.8 เราสามารถกล่าวถึงการทดสอบสมมาตรในระบบพิกัดเชิงขั้วได้ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 4.1.10 (Symmetry tests).

- (1) เส้นโค้งในพิกัดเชิงขั้วจะสมมาตรรอบแกน X ถ้า แทน θ ด้วย $-\theta$ ในสมการของเส้นโค้งแล้วสมการคงเดิม
- (2) เส้นโค้งในพิกัดเชิงขั้วจะสมมาตรรอบแกน Y ถ้า แทน θ ด้วย $\pi - \theta$ ในสมการของเส้นโค้งแล้วสมการคงเดิม
- (3) เส้นโค้งในพิกัดเชิงขั้วจะสมมาตรรอบจุดกำเนิด ถ้า แทน r ด้วย $-r$ ในสมการของเส้นโค้งแล้วสมการคงเดิม

น้โ อธิง $\pi + \theta$



รูปที่ 4.8: การทดสอบสมมาตรในระบบพิกัดเชิงขั้ว

ตัวอย่าง 4.1.11. จงเขียนกราฟของเส้นโค้งที่แทนด้วยสมการเชิงขั้ว $r = 1 - \cos \theta$
วิธีทำ $\otimes$ เนื่องจากแทนค่า θ ด้วย $-\theta$ ในสมการแล้วจะได้ว่า

$$\begin{aligned}\cos(-\theta) &= \cos \theta \\ \sin(-\theta) &= -\sin \theta\end{aligned}$$

$$r = 1 - \cos(-\theta) = 1 - \cos \theta$$

ดังนั้นกราฟสมมาตรรอบแกน x เราสามารถนำความสัมพันธ์ระหว่าง θ และ r ไปเขียนเป็นตารางได้ดังนี้

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	0	$1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$	$1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$	$1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$	2

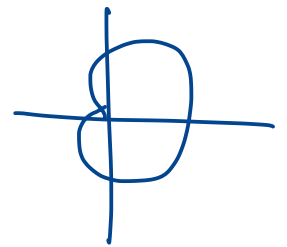
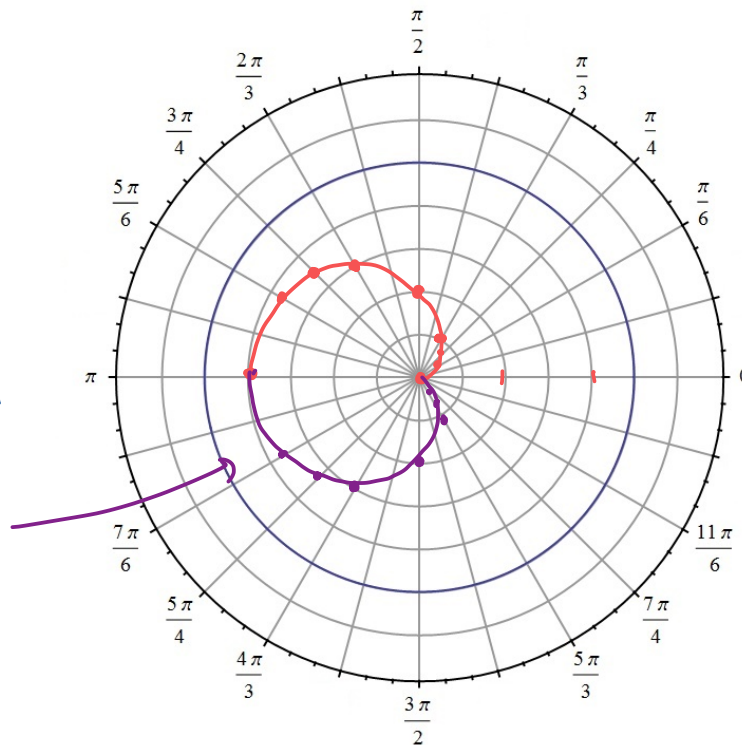
$$\approx 0.134 \approx 0.25$$

$$\approx 1.707 \approx 1.866$$

นำไปเขียนกราฟได้ดังนี้

Cardioid
(คาร์ดิอยด์)
($r = a - b \cos \theta$)
($a=1, b=1$)

เส้นที่
สมมาตร



ตัวอย่าง 4.1.12. จงเขียนกราฟของเส้นโค้งที่แทนด้วยสมการเชิงขั้ว $r = 1 + 2 \sin \theta$

วิธีทำ (X) แทน θ ด้วย $-\theta$; $r = 1 + 2 \sin(-\theta) = 1 - 2 \sin \theta$ ไม่ได้สมการเดิม
 $\therefore$ ไม่สมมาตรตามแกน x

(Y) แทน θ ด้วย $\pi - \theta$; $r = 1 + 2 \sin(\pi - \theta) = 1 + 2 \sin \theta$

$\therefore r = 1 + 2 \sin \theta$ สมมาตรตามแกน y

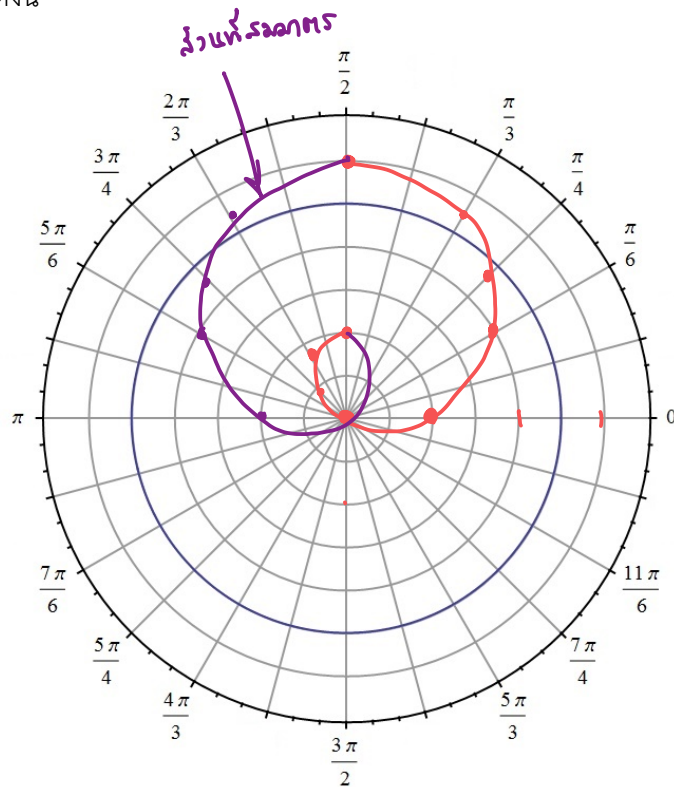
(O) แทน r ด้วย -r
 $-r = 1 + 2 \sin \theta$
 $r = -1 - 2 \sin \theta$ x

แทน θ ด้วย $\pi + \theta$
 $r = 1 + 2 \sin(\pi + \theta)$
 $= 1 - 2 \sin \theta$ x

$r = 1 + 2 \sin \theta$

θ	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
r	-1	$1 - \sqrt{3}$	$1 - \sqrt{2}$	0	1	2	$1 + \sqrt{2}$	$1 + \sqrt{3}$	3

นำไปเขียนกราฟได้ดังนี้ $\approx -0.732 \approx 0.414$ $\approx 2.414 \approx 2.732$



limacon ตามแกน y (ลิมาคอน)

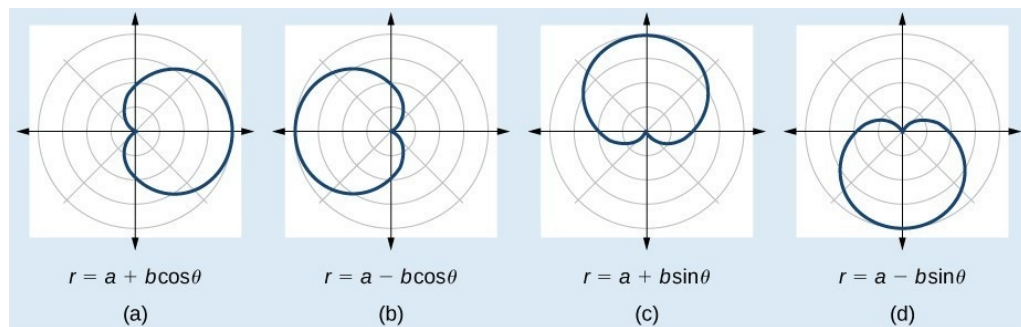
กราฟจากตัวอย่าง 4.1.11 และ 4.1.12 เรียกว่า เส้นโค้งลิมาคอน (Limaçons) ซึ่งมีสมการอยู่ในรูป

$$r = a \pm b \sin \theta \quad \text{และ} \quad r = a \pm b \cos \theta$$

เส้นโค้งลิมาคอนมีลักษณะที่แตกต่างกันขึ้นกับความสัมพันธ์ของ a และ b ดังนี้

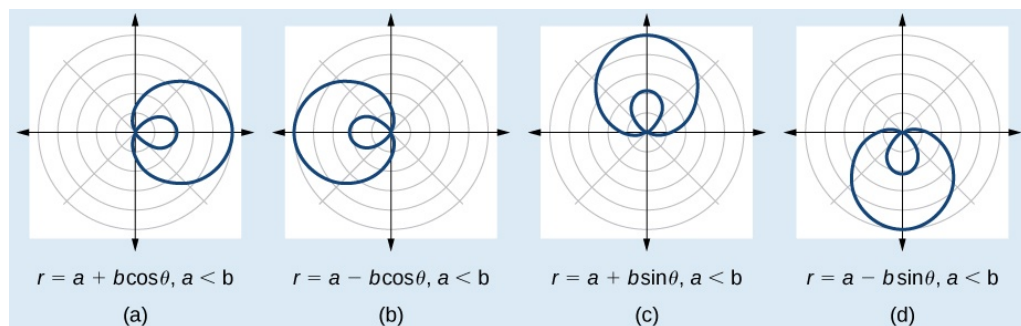
Case ถ้า $a = b \rightarrow$ คาร์ดิอยด์ (cardioid) ; + ขั้วบนขาค, - ขั้วบนขาค
 $a < b \rightarrow$ limacon แบบ inner loop
 $a > b \rightarrow$ limacon แบบ ขั้วบนขาค

- กรณีที่ $a = b$ เราพบว่าเส้นโค้งที่ได้จะเป็นเส้นโค้งรูปหัวใจ ดังตัวอย่าง 4.1.11 ซึ่งเรียกว่า **เส้นโค้งคาร์ดิอยด์ (cardioid)**



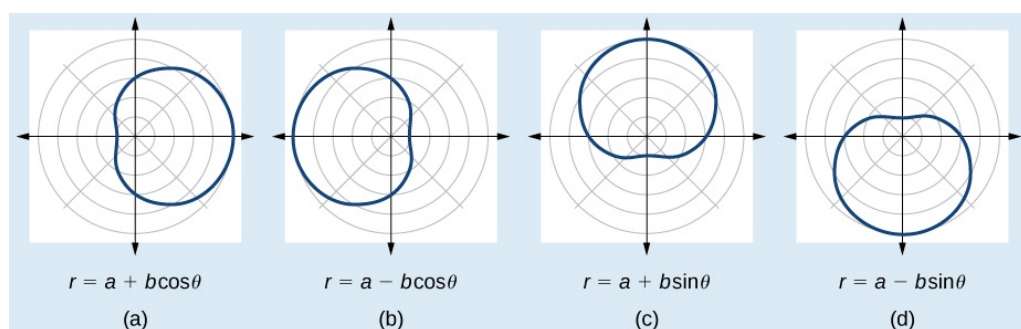
รูปที่ 4.9: เส้นโค้งคาร์ดิอยด์

- กรณีที่ $a < b$ เราพบว่าเส้นโค้งที่ได้จะเกิดเป็น inner-loop



รูปที่ 4.10: เส้นโค้งลิมาคอน $a < b$

- กรณีที่ $a > b$ จะได้เส้นโค้งดังรูป



รูปที่ 4.11: เส้นโค้งลิมาคอน $a > b$

ตัวอย่าง 4.1.13. จงเขียนกราฟของเส้นโค้งที่แทนด้วยสมการเชิงขั้ว $r^2 = 2 \cos 2\theta$ และ $r^2 = 2 \sin 2\theta$

วิธีทำ

$$r^2 = 2 \cos 2\theta$$

$$\textcircled{X} \quad r^2 = 2 \cos 2(-\theta) \Leftrightarrow r^2 = 2 \cos (-2\theta) = 2 \cos 2\theta \quad \checkmark$$

$$\textcircled{Y} \quad r^2 = 2 \cos 2(\pi - \theta) = 2 \cos (2\pi - 2\theta) = 2 \cos 2\theta \quad \checkmark$$

$$\textcircled{O} \quad (-r)^2 = 2 \cos 2\theta \Leftrightarrow r^2 = 2 \cos 2\theta \quad \checkmark$$

$$r^2 = 2 \sin 2\theta$$

$$\textcircled{X} \quad r^2 = 2 \sin 2(-\theta) = 2 \sin (-2\theta) = -2 \sin 2\theta \quad \times$$

$$\textcircled{Y} \quad r^2 = 2 \sin 2(\pi - \theta) = 2 \sin (2\pi - 2\theta) = 2 \sin 2\theta \quad \checkmark$$

$$\textcircled{O} \quad (-r)^2 = 2 \sin 2\theta \Leftrightarrow r^2 = 2 \sin 2\theta \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} r^2 &= 2 \cos 0 \\ r^2 &= 2 \\ r &= \pm \sqrt{2} \end{aligned}$$

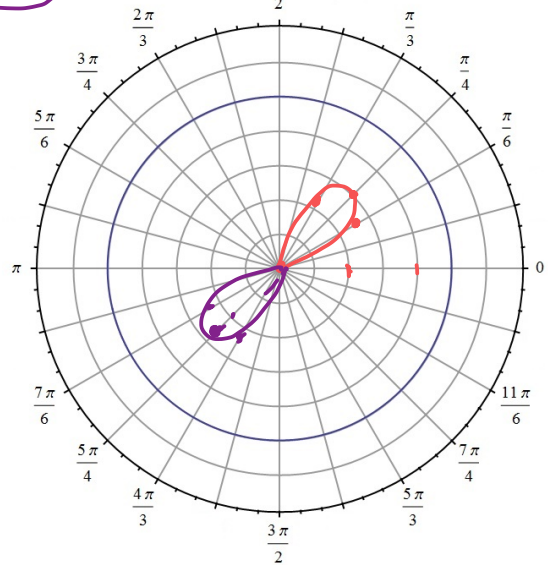
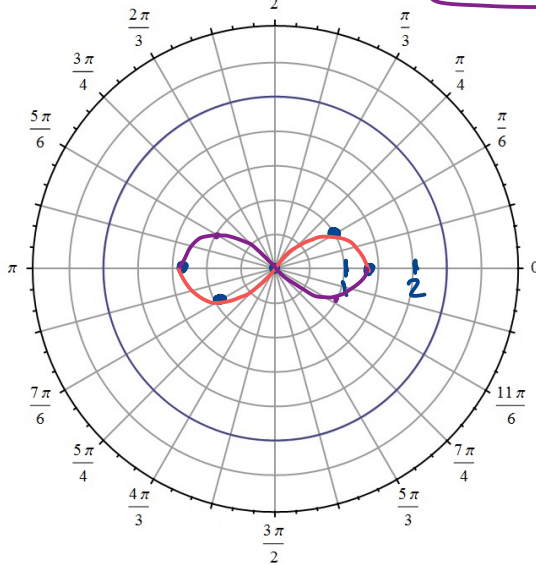
$r^2 = 2 \cos 2\theta$	θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
	r	$\pm\sqrt{2}$	± 1	0	0	± 1	$\pm\sqrt{2}$
$r^2 = 2 \sin 2\theta$	θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	
	r	0	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	0	

สังเกต
ค่า $x, y, \cdot$

$$r^2 = \pm a^2 \cos 2\theta$$

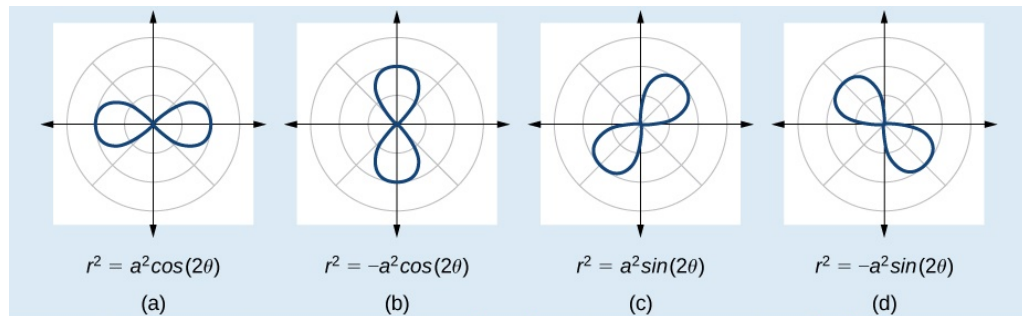
Lemniscate

$$r^2 = \pm a^2 \sin 2\theta$$



กราฟจากตัวอย่าง 4.1.13 เรียกว่า **เส้นโค้งเลมนิสเคต (Lemniscates)** ซึ่งมีสมการอยู่ในรูป

$$r^2 = \pm a^2 \cos 2\theta \quad \text{และ} \quad r^2 = \pm a^2 \sin 2\theta$$



รูปที่ 4.12: เส้นโค้งเลมนิสเคต

ตัวอย่าง 4.1.14. จงเขียนกราฟของเส้นโค้งที่แทนด้วยสมการเชิงขั้ว $r = 3 \cos 2\theta$

วิธีทำ

check ลมคม

ⓧ $r = 3 \cos 2(-\theta) \Leftrightarrow r = 3 \cos 2\theta \quad \checkmark$

Ⓨ $r = 3 \cos 2(\pi - \theta) \Leftrightarrow r = 3 \cos (2\pi - 2\theta) = 3 \cos 2\theta \quad \checkmark$

ⓐ แทน r ด้วย $-r \Leftrightarrow -r = 3 \cos 2\theta \Leftrightarrow r = -3 \cos 2\theta \quad \times$

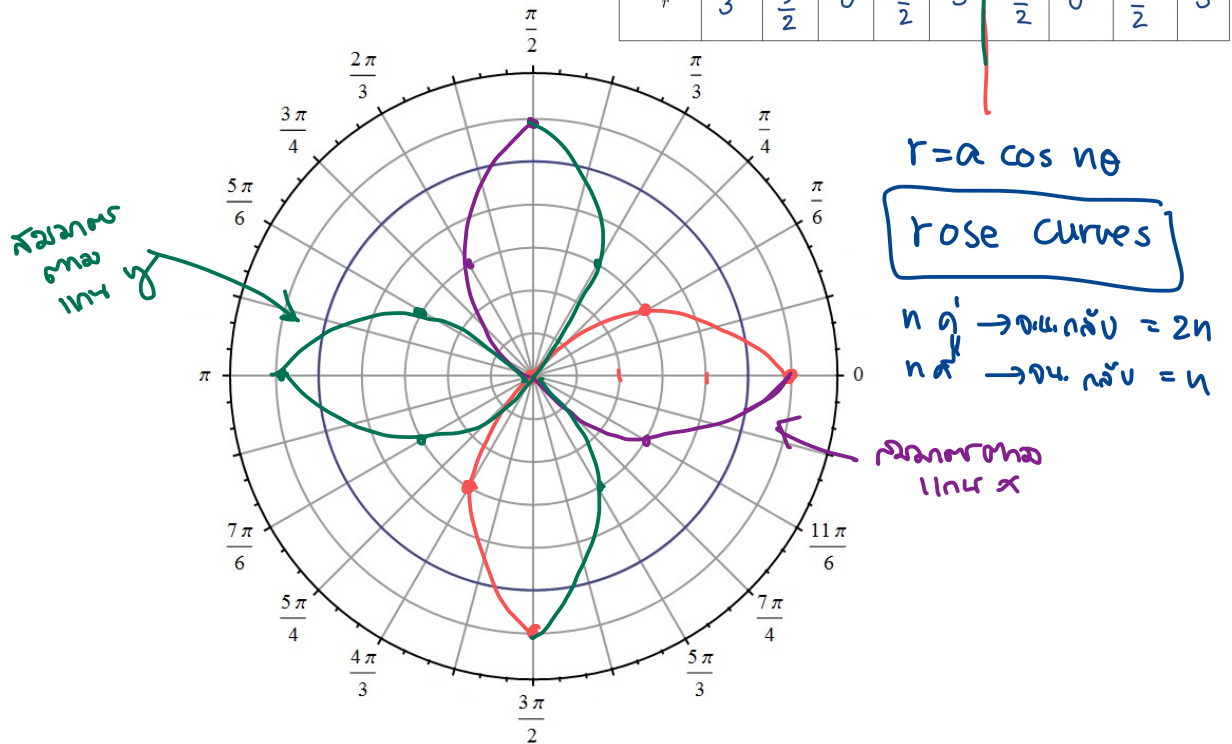
แทน θ ด้วย $\pi + \theta \Leftrightarrow r = 3 \cos 2(\pi + \theta) \Leftrightarrow r = 3 \cos 2\theta \quad \checkmark$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	3	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	-3	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	3

และสามารถเขียนกราฟได้ดังนี้

บทที่ 4. กราฟในปริภูมิ 2 มิติและ 3 มิติ

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	3	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	-3	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	3



ตัวอย่าง 4.1.15. จงเขียนกราฟของเส้นโค้งที่แทนด้วยสมการเชิงขั้ว $r = 3 \sin 3\theta$

วิธีทำ

check สมการ (X) $r = 3 \sin 3(\pi - \theta) \Leftrightarrow r = -3 \sin 3\theta$ X
 (Y) $r = 3 \sin 3(\pi + \theta) \Leftrightarrow r = 3 \sin 3\theta$
 (O) $-r = 3 \sin 3\theta \Leftrightarrow r = -3 \sin 3\theta$ X
 $r = 3 \sin 3(\pi + \theta) \Leftrightarrow r = -3 \sin 3\theta$ X

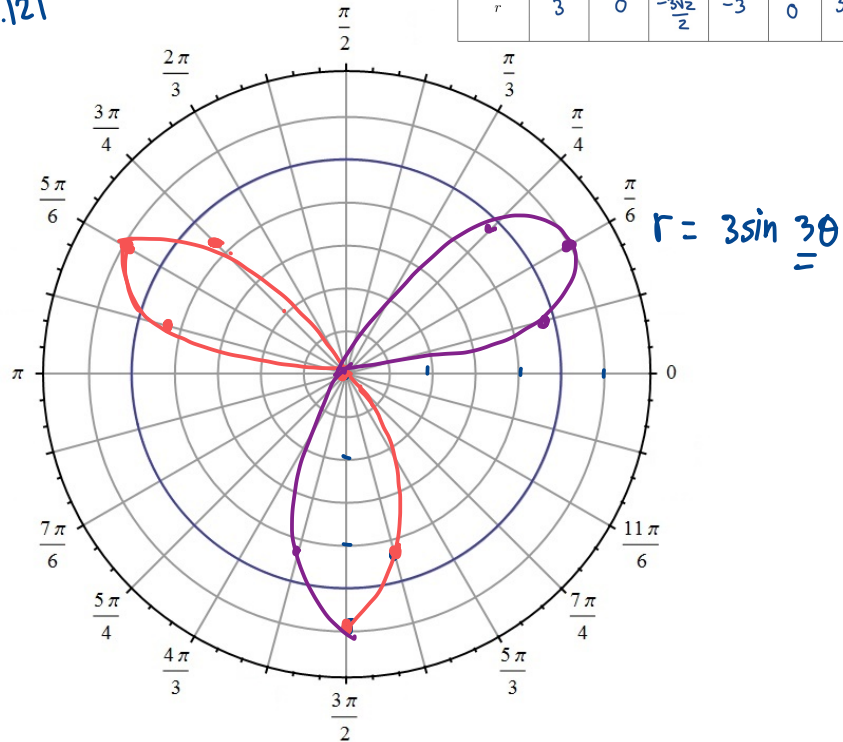
θ	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{5\pi}{12}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
r	3	$-\frac{3\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{3\sqrt{2}}{2}$	-3	0	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	0	-3

นำไปเขียนกราฟได้ดังนี้

บทที่ 4. กราฟในปริภูมิ 2 มิติและ 3 มิติ

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} \approx 2.121$$

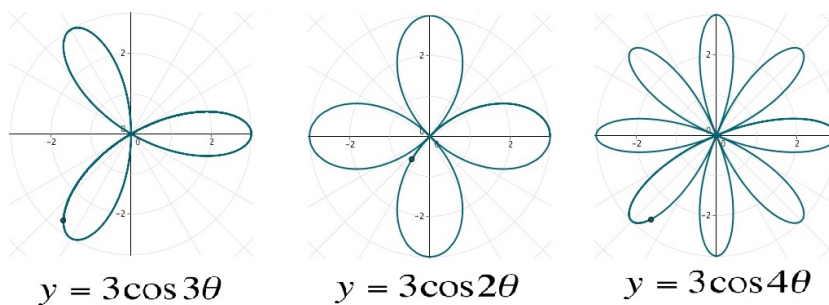
θ	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
r	3	0	$-\frac{3\sqrt{2}}{2}$	-3	0	3	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	0	-3



กราฟจากตัวอย่าง 4.1.14 เรียกว่า **เส้นโค้งกลีบกุหลาบ (Rose curves)** ซึ่งมีสมการอยู่ในรูป

$$r = a \cos n\theta \quad \text{และ} \quad r = a \sin n\theta$$

จำนวนของกลีบกุหลาบจะขึ้นอยู่กับ n ถ้า n เป็นจำนวนคี่ จำนวนของกลีบกุหลาบจะมี n กลีบ แต่ถ้า n เป็นจำนวนคู่ จำนวนของกลีบกุหลาบจะมี $2n$ กลีบ



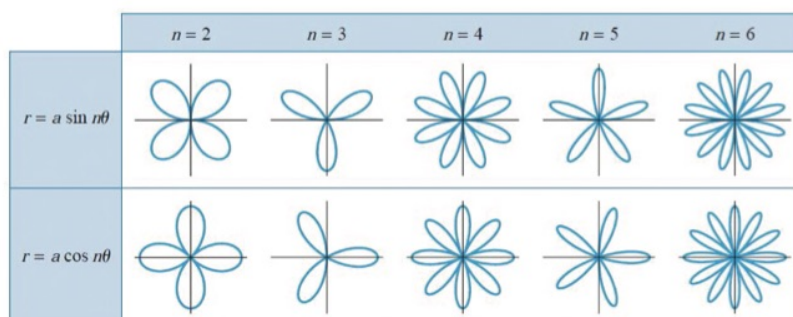
รูปที่ 4.13: เส้นโค้งกลีบกุหลาบ

Families of Rose Curves

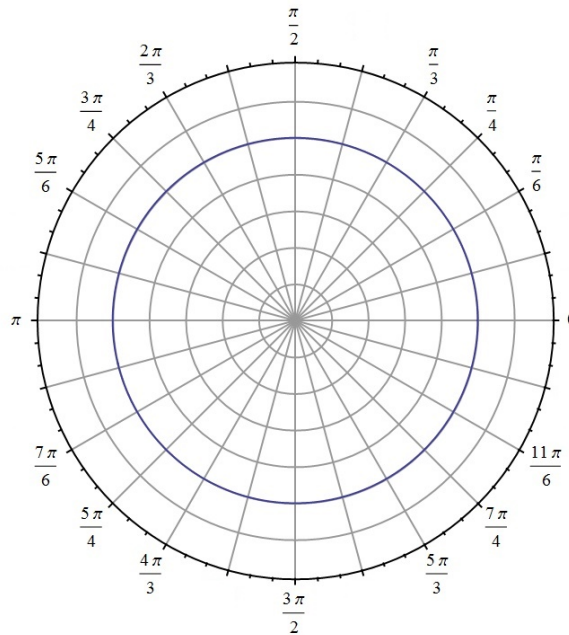
In polar coordinates, equations of the form

$$r = a \sin n\theta, \quad r = a \cos n\theta$$

in which $a > 0$ and n is a positive integer represent families of flower-shaped curves called *roses*.



ตัวอย่าง 4.1.16. จงเขียนกราฟของเส้นโค้งที่แทนด้วยสมการเชิงขั้ว $r = \theta$ โดยที่ $\theta \geq 0$
วิธีทำ

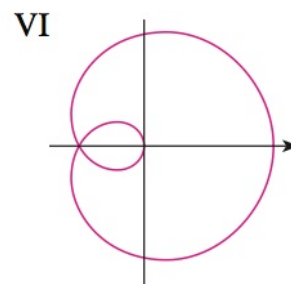
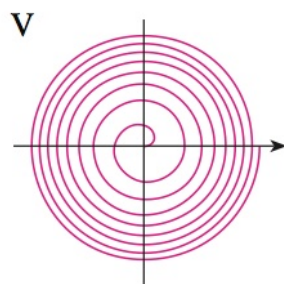
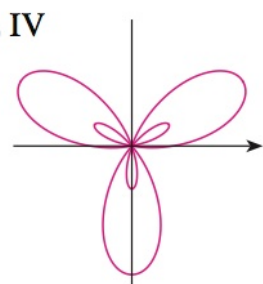
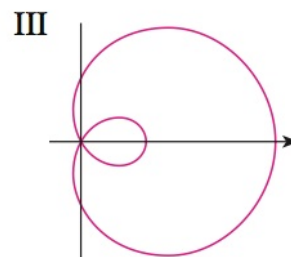
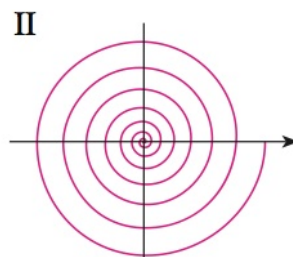
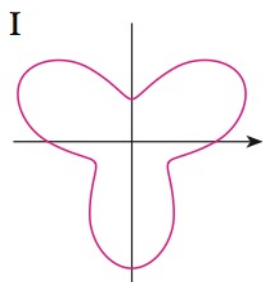


กราฟจากตัวอย่าง 4.1.16 เรียกว่า **เส้นเวียนก้นหอย (Spirals)** ซึ่งมีสมการอยู่ในรูป

$$r = a\theta \quad \text{โดยที่ } \theta \geq 0 \text{ หรือ } \theta \leq 0$$

ตัวอย่าง 4.1.17. จงจับคู่กราฟของเส้นโค้งในพิกัดเชิงขั้วต่อไปนี้กับสมการที่กำหนดให้

- | | | |
|---|---|-----------------------------|
| (1) $r = \sqrt{\theta}, 0 \leq \theta \leq 16\pi$ | (2) $r = \cos\left(\frac{\theta}{3}\right)$ | (3) $r = 1 + 2\cos\theta$ |
| (4) $r = \theta^2, 0 \leq \theta \leq 16\pi$ | (5) $r = 2 + \sin 3\theta$ | (6) $r = 1 + 2\sin 3\theta$ |



4.2 กราฟในปริภูมิ 3 มิติ ระบบพิกัดฉาก พิกัดทรงกระบอก และพิกัดทรงกลม (Graphs in three-dimensional rectangular, cylindrical and spherical coordinates)

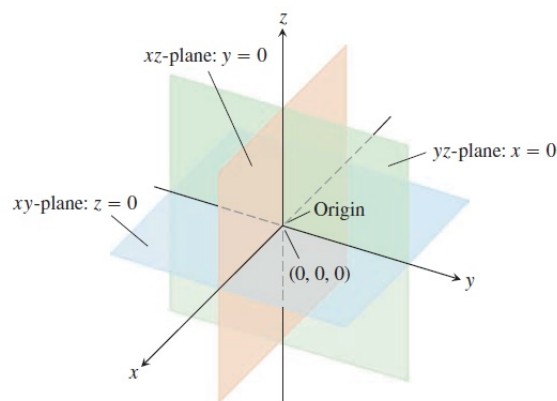
กราฟในปริภูมิ 3 มิติ

ระบบพิกัดฉากใน 3 มิติ (rectangular coordinate) เกิดจากการที่แกน X แกน Y และแกน Z ตั้งฉากซึ่งกันและกัน ทำให้เกิดระนาบขึ้น 3 ระนาบ ดังนี้

ระนาบ XY ซึ่งประกอบด้วยแกน X และแกน Y หรือเรียกว่าระนาบ $z = 0$

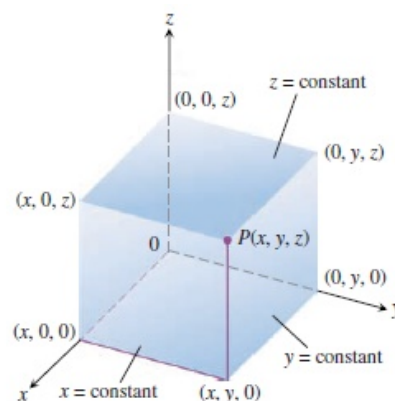
ระนาบ XZ ซึ่งประกอบด้วยแกน X และแกน Z หรือเรียกว่าระนาบ $y = 0$

ระนาบ YZ ซึ่งประกอบด้วยแกน Y และแกน Z หรือเรียกว่าระนาบ $x = 0$



รูปที่ 4.14: ระนาบ $x = 0, y = 0$ และ $z = 0$

ให้ P เป็นจุดใดๆ ในปริภูมิ 3 มิติ จะบอกตำแหน่งของ P ด้วยลำดับ (x, y, z) ดังรูปที่ 4.15

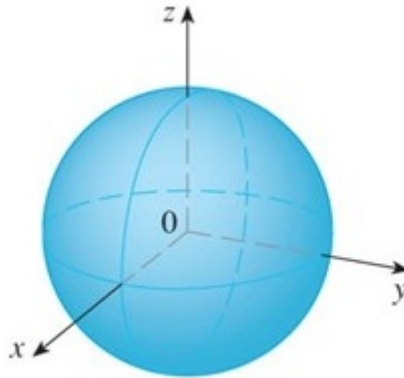


รูปที่ 4.15: จุด $P(x, y, z)$ ในระบบพิกัดฉาก

สมการที่แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปร x, y และ z อาจเขียนได้ในรูป $z = f(x, y)$ หรือ $F(x, y, z) = 0$ เซตของจุด (x, y, z) ที่สอดคล้องกับสมการ $z = f(x, y)$ หรือ $F(x, y, z) = 0$ เรียกว่า **พื้นผิว** และเรียก $z = f(x, y)$ หรือ $F(x, y, z) = 0$ ว่า **สมการพื้นผิว**

ในบทนี้เราจะศึกษาพื้นผิวในสามมิติ ดังต่อไปนี้

ทรงกลม (Spheres)



รูปที่ 4.16: ทรงกลม

โดยทั่วไปแล้วทรงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k, l) และมีรัศมี r จะมีสมการคือ

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 + (z - l)^2 = r^2$$

หรือเขียนในรูปทั่วไปได้เป็น

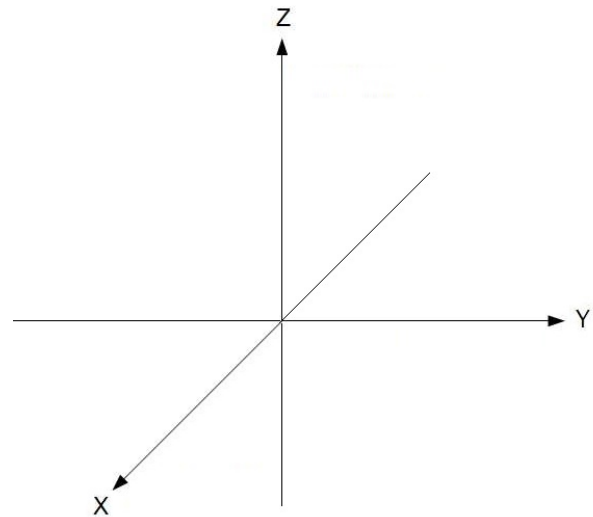
$$x^2 + y^2 + z^2 + Gx + Hy + Kz + L = 0$$

ตัวอย่าง 4.2.1. จงพิจารณาว่าสมการ $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2z + 6 = 0$ เป็นสมการทรงกลมหรือไม่ ถ้าเป็นจงหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของทรงกลม

พื้นผิวเชิงทรงกระบอก (Cylindrical surfaces)

พื้นผิวเชิงทรงกระบอก คือพื้นผิวที่เกิดจากการเลื่อนเส้นโค้งบนระนาบหนึ่ง ขนานไปกับเส้นคงที่เส้นหนึ่ง ซึ่งเรียกว่า **เส้นก่อกำเนิด**

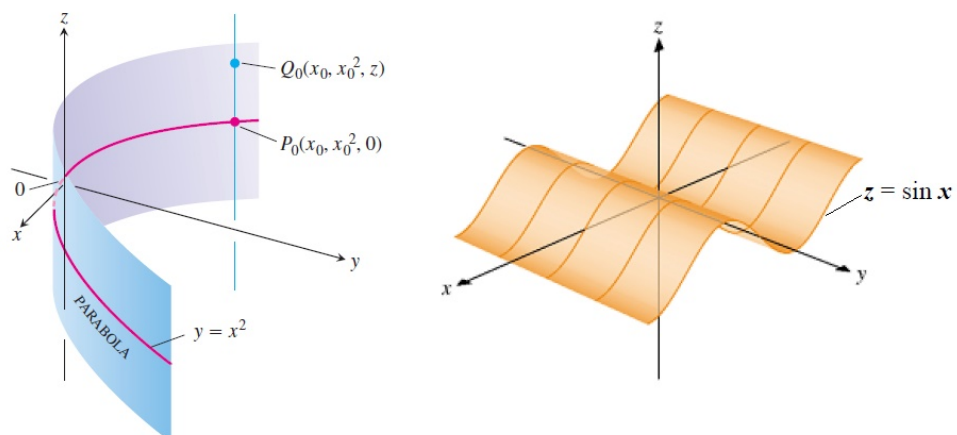
ตัวอย่าง 4.2.2. จงเขียนกราฟของสมการ $x^2 + y^2 = 4$ ในสามมิติ



ข้อสังเกต

- (1) สมการพื้นผิวเชิงทรงกระบอกจะมีตัวแปรเพียง 2 ตัวแปรจากตัวแปร x, y, z
- (2) เส้นก่อกำเนิดของพื้นผิวคือแกนของตัวแปรที่ไม่ปรากฏในสมการ หรือเป็นเส้นตรงที่ขนานไปกับแกนของตัวแปรดังกล่าว

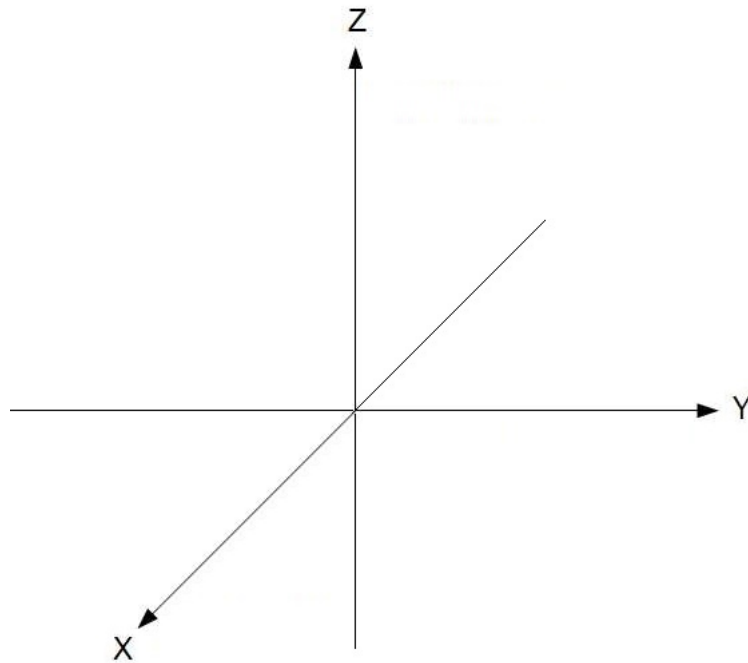
รูปต่อไปนี้แสดงตัวอย่างของพื้นผิวเชิงทรงกระบอกอื่นๆ



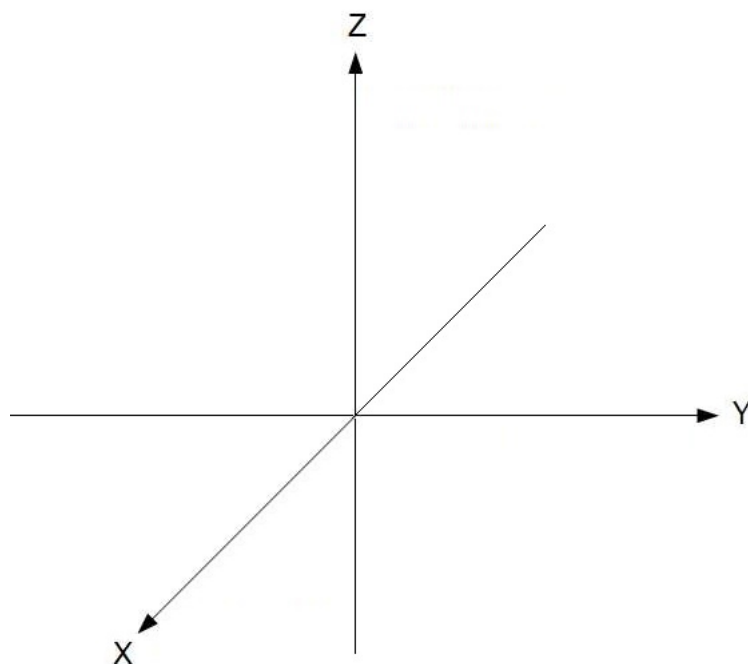
รูปที่ 4.17: พื้นผิวเชิงทรงกระบอก

ตัวอย่าง 4.2.3. จงเขียนกราฟของสมการพื้นผิวเชิงทรงกระบอกต่อไป ในสามมิติ

(i) $z = 4 - x^2$



(ii) $z^2 = 1 + y^2$



พื้นผิวกำลังสอง (Quadric surfaces)

ในหัวข้อนี้เราจะศึกษาลักษณะของกราฟของสมการกำลังสองของสามตัวแปร x, y, z ซึ่งมีรูปทั่วไปเป็น

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Kz + L = 0$$

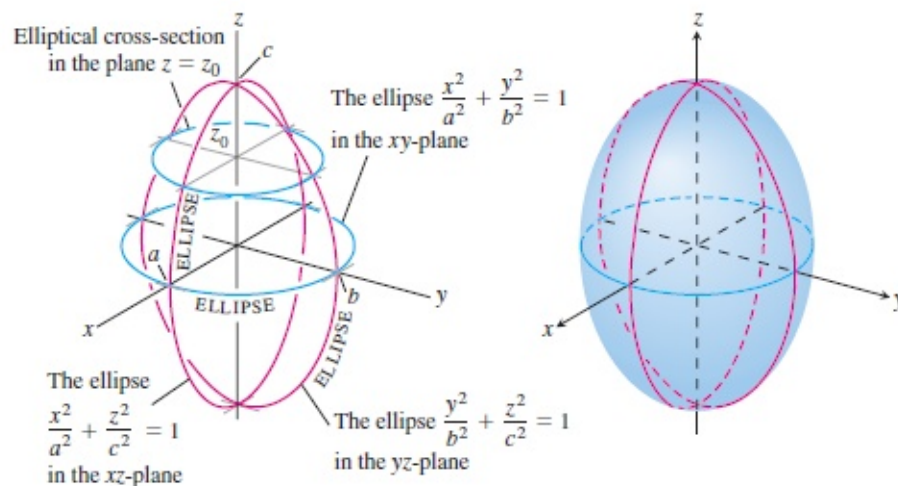
พื้นผิวกำลังสองที่สำคัญมีดังนี้

- ทรงรี (ellipsoids)

มีรูปแบบสมการคือ

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

ตัดแกน X แกน Y และ แกน Z ที่จุด $(\pm a, 0, 0)$, $(0, \pm b, 0)$ และ $(0, 0, \pm c)$ ตามลำดับ มีรอยตัดบนระนาบ XY , XZ และ YZ เป็นวงรี $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ และ $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ตามลำดับ



รูปที่ 4.18: ทรงรี $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

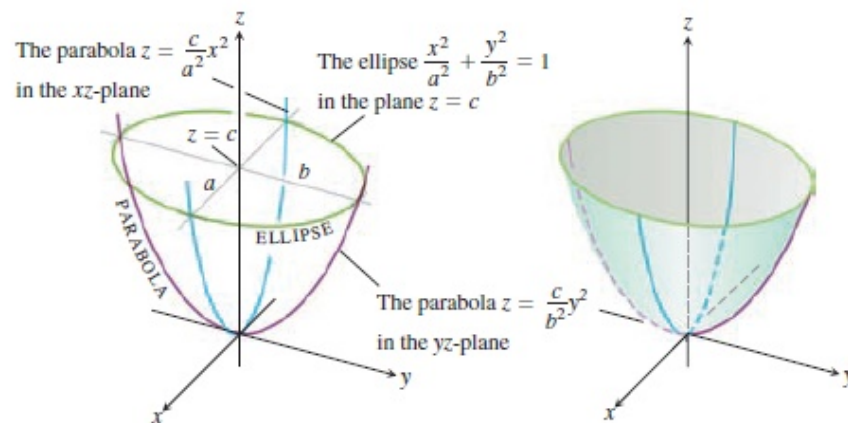
- พาราโบลอยด์เชิงวงรี (elliptic paraboloid)

มีรูปแบบสมการคือ

$$\frac{z}{c} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

ตัดแกน Z ที่จุด $(0, 0, 0)$ มีรอยตัดบนระนาบ XZ และ YZ เป็นเส้นโค้งพาราโบลา $z = \frac{c}{a^2}x^2$

และ $z = \frac{c}{b^2}y^2$ ตามลำดับ ส่วนรอยตัดบนระนาบ $z = c$ เป็นวงรี $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



รูปที่ 4.19: พาราโบลอยด์เชิงวงรี $\frac{z}{c} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$

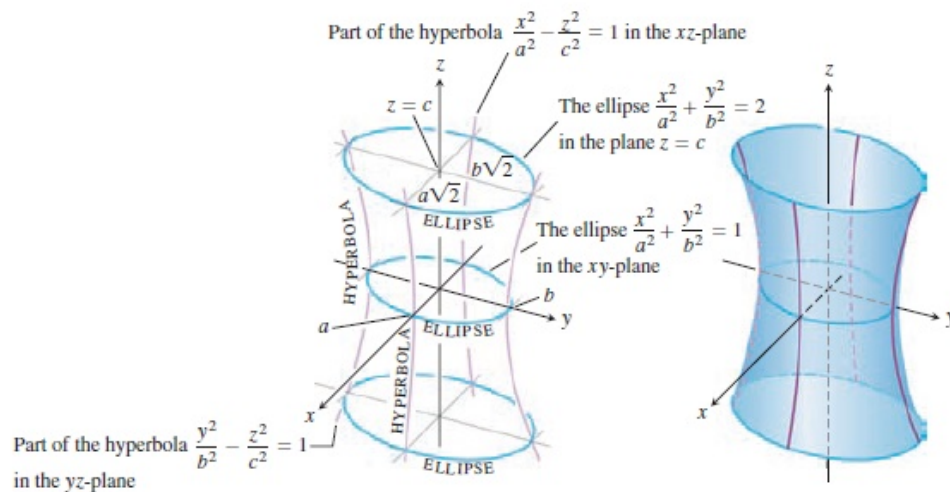
• ไฮเพอร์โบลอยด์เชื่อมโยง (one sheeted hyperboloid)

มีรูปแบบสมการคือ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

มีรอยตัดบนระนาบ XZ และ YZ เป็นเส้นโค้งไฮเพอร์โบลา $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ และ $\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

ตามลำดับ ส่วนรอยตัดบนระนาบ XY และระนาบ $z = c$ เป็นวงรี $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ และ

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2$ ตามลำดับ

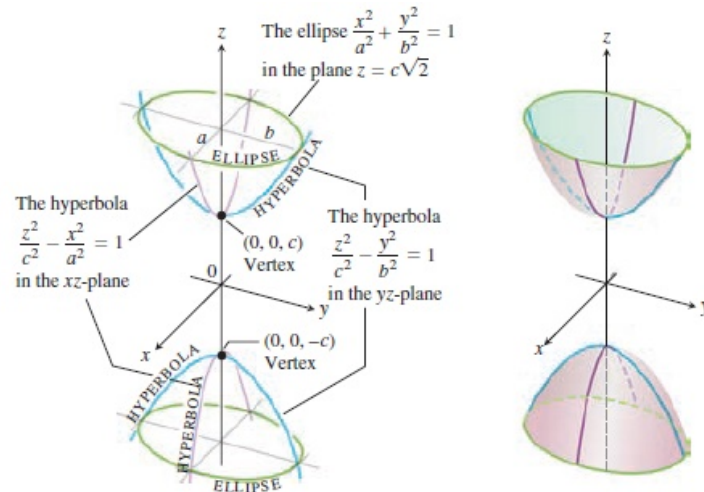


รูปที่ 4.20: ไฮเพอร์โบลอยด์เชื่อมโยง $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

• ไฮเพอร์โบลอยด์แยกส่วน (two sheeted hyperboloid)

มีรูปแบบสมการคือ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$

ตัดแกน Z ที่จุด $(0, 0, \pm c)$ มีรอยตัดบนระนาบ XZ และ YZ เป็นเส้นโค้งไฮเพอร์โบล่า $\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ และ $\frac{z^2}{c^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ตามลำดับ ส่วนรอยตัดบนระนาบ $z = c\sqrt{2}$ เป็นวงรี $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

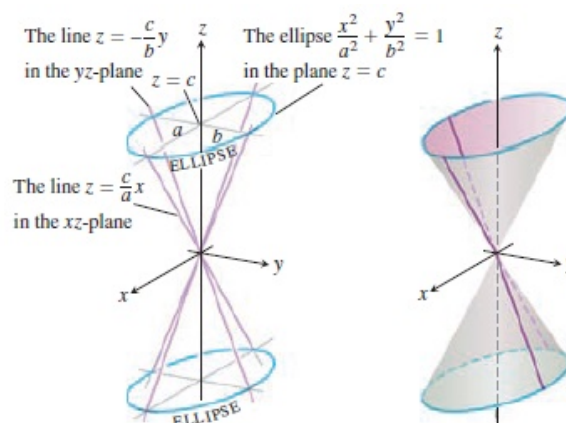


รูปที่ 4.21: ไฮเพอร์โบลอยด์แยกส่วน $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$

• กรวยเชิงวงรี (elliptic cone)

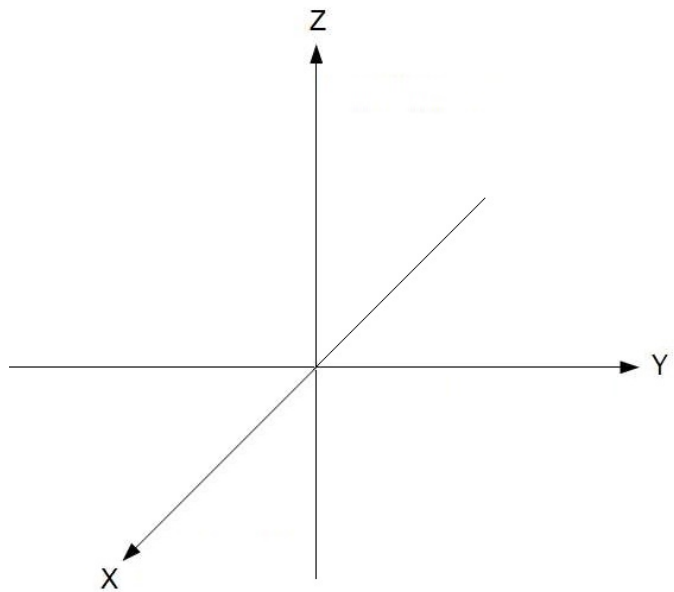
มีรูปแบบสมการคือ $\frac{z^2}{c^2} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$

ตัดแกน Z ที่จุด $(0, 0, 0)$ มีรอยตัดบนระนาบ XZ และ YZ เป็นเส้นตรง $z = \frac{c}{a}x$ และ $z = -\frac{c}{b}y$ ตามลำดับ ส่วนรอยตัดบนระนาบ $z = c$ เป็นวงรี $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



รูปที่ 4.22: กรวยเชิงวงรี $\frac{z^2}{c^2} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$

ตัวอย่าง 4.2.4. จงเขียนกราฟของพื้นผิว $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{81} = 1$



ตัวอย่าง 4.2.5. จงเขียนกราฟของพื้นผิว $x^2 + 4z^2 - y = 0$

